

P1 Simulação FVV-UFABC
Prof. Stefano Nardulli
Duração 1 hora e meia

1. (2.0 pontos. Prof. Sinuê) Seja $f(x, y) := \arccos(\sqrt{x^2 + 9y^2})$.
 - (a) (1.0 pontos) Determinar o domínio e a imagem de $f(x, y)$, esboçar suas curvas de nível.
 - (b) (1.0 pontos) Calcular o vetor gradiente de f e esboçar tal campo de vetores no domínio de f .
2. (3.0 pontos. Feito em sala de aula) Seja

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{x^2 \sin(\frac{1}{x})y}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

Determinar o conjunto de continuidade, e de diferenciabilidade de f . Calcular f_x e f_y aonde existirem e estabelecer os respectivos conjuntos de continuidade. Enfim calcular $f_{xy}(0, 0)$ e $f_{yx}(0, 0)$ e dizer se f_x é diferenciável em $(0, 0)$.

3. (2.0 pontos. Exercício 8b da lista 3) Determine a melhor aproximação afim para a expressão $x^3 - y^3 - xy$, no ponto $(1, 2)$ e use-a para estimar o seu valor em $(0.99; 2.01)$.
4. (2.0 pontos. Exercício 20 da lista 3 da Gradmat) Determinar a equação do plano tangente no ponto $(1, 3, 2)$ à superfície definida implicitamente pela equação

$$F(x, y, z) = z^3 + (x + y)z^2 + x^2 + y^2 = 34.$$

5. (2.0 pontos. Exercício 13 da lista 4 da Gradmat) A equação

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t),$$

onde c é uma constante real positiva, é chamada **equação da onda**. Sejam f e g funções duas vezes diferenciáveis de uma variável.

- (a) Mostre que $u(x, t) = f(x + ct)$ e $v(x, t) = g(x - ct)$ satisfazem a equação da onda.
- (b) Mostre que uma função da forma $\phi(x, t) = f(x + ct) + g(x - ct)$ satisfaz a equação da onda.
- (c) Conforme que $\phi(x, t) = \sin(t)\sin(x)$ satisfaz a equação da onda com $c = 1$, e então use identidades trigonométricas apropriadas para expressar essa função na forma $f(x + t) + g(x - t)$.