# Lista 3 – Processamento da Informação – 2020.1


## Universidade Federal do ABC

### Aritanan Gruber

aritanan.gruber@ufabc.edu.br

http://professor.ufabc.edu.br/∼aritanan.gruber


Entregue todos os exercícios via Tidia-4 até às 22/06/2020 às 19h00.

1. *Área de triângulos.* Sejam $a = (a_x, a_y)$, $b = (b_x, b_y)$ e $c = (c_x, c_y)$ três pontos no plano $\mathbb{R}^2$. O determinante

$$\delta = \left\| \begin{array}{ccc} a_x & a_y & 1 \\ b_x & b_y & 1 \\ c_x & c_y & 1 \end{array} \right\|$$

pode ser utilizado para determinar se $a$, $b$ e $c$ formam um triângulo ($\delta \neq 0$) e, em caso afirmativo, calcular sua área: $|\delta|/2$. Nota: quando diferente de 0, o sinal de $\delta$ especifica se o ponto $c$ está à esquerda ou à direita do segmento $\overline{ab}$.

Escreva uma função que recebe $a$, $b$ e $c$ e devolve $|\delta|/2$.

2. *Pontos internos.* Sejam $x[0..n-1]$ e $y[0..n-1]$ duas listas que especificam as coordenadas (no plano $\mathbb{R}^2$) dos vértices de um polígono convexo com $n \geq 3$ lados. Suponha que os vértices estão ordenados em sentido anti-horário e que pontos na "borda" são interiores.

Por exemplo: se $x = [0, 2, 2, 0]$ e $y = [0, 0, 2, 2]$, temos que os pontos $(1, 1)$, $(0, 0)$ e $(1, 0)$ são interiores; já os pontos $(1, 3)$ e $(-1, -1)$ são exteriores.

Escreva uma função que recebe $x$, $y$ e um ponto $a = (a_x, a_y)$ e determina se $a$ é um ponto interior ao polígono. Dica: utilize o resultado do exercício anterior.

3. *Determinantes.* Escreva uma função que recebe uma matriz quadrada $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ e devolve $\mathsf{det}(A)$, o determinante de $A$. Dica: utilize eliminação gaussiana.

4. *Matrizes de Hilbert.* Uma matriz quadrada $H \in \mathbb{R}^{n\times n}$ é de *Hilbert* se $H[i][j] = 1/(i + j + 1)$. Por exemplo, a matriz $5 \times 5$ abaixo é de Hilbert.

$$H = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} \end{pmatrix}.$$

   (a) Escreva uma função que recebe $n$ e devolve uma matriz de Hilbert $n \times n$.

   (b) Escreva uma função que recebe uma matriz de Hilbert $H$ e devolve $H^{-1}$, a matriz inversa a $H$. Dica: use eliminação gaussiana.

   (c) Construa as matrizes $H$ e $H^{-1}$ para $n = 50$ usando as funções que você desenvolveu nos itens anteriores. É verdade que $H \cdot H^{-1} = I_n$, a matriz identidade $n \times n$? O que ocorre?