

Sobre Configurações em Matemática

ou

Como a busca de uma formulação adequada de um problema constitui mais de meio caminho andado para a sua solução.

O exemplo aqui apresentado pretende ilustrar a importância de se dar a devida atenção à formulação de um problema, antes mesmo de se lhe encaminhar qualquer tipo de solução. Os problemas mais interessantes são justamente aqueles que permitem diferentes configurações, isto é, diferentes formas de representar seus dados e seus objetivos. Nesse tipo de problema, muitas vezes, é a escolha adequada de sua configuração o fator que vai determinar o sucesso ou não de se encontrar a sua solução.

O Problema dos Movimentos do Cavalo

O problema aqui proposto insere-se numa classe de problemas amplamente explorada, envolvendo tabuleiros de xadrez. Neste caso, considera-se um tabuleiro 5×5 , com uma única peça nele, um cavalo colocado na casa central (Figura 1). O problema consiste em movimentar o cavalo segundo seus movimentos naturais do jogo de xadrez, de modo a passar por todas as casas do tabuleiro, sem passar duas vezes pela mesma casa. Considera-se que a casa central onde se encontra o cavalo no início já conta como tendo sido ocupada.

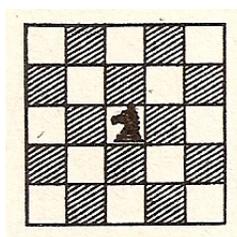


Figura 1: Posição inicial do cavalo

Após algumas tentativas de se buscar uma solução para esse problema, percebe-se que uma estratégia do tipo "tentativa e erro" não é lá muito eficiente. Torna-se então pertinente a questão: será possível representar o problema de modo diferente, isto é, encontrar outra configuração desse mesmo problema, de modo a tornar a obtenção da solução mais simples? Sim, é possível, e a solução aparecerá de modo surpreendentemente simples. Começemos enumerando as casas do tabuleiro, conforme a Figura 2.

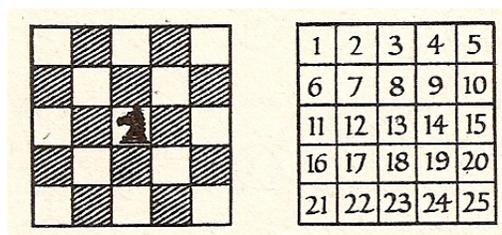


Figura 2: Enumerando o tabuleiro

O cavalo parte da casa número 13. A partir daí, observemos quais casas do tabuleiro podem ser a segunda casa do movimento do cavalo. Essas são as casas 2, 4, 6, 10, 16, 20, 22, 24. Em seguida, de cada uma dessas casas, quais casa poderiam ser alcançadas pelo cavalo? Da casa 2, são atingíveis as casas 9 e 11 (além da 13, mas essa já foi considerada); da casa 4, são atingíveis as casas 7 e 15 (e 13). E assim por diante, continuamos analisando as casas 6, 10, 16, ..., 24. Fazemos o mesmo com as casas que apareceram na etapa anterior, até esgotar todas as possibilidades de movimentos. Em seguida, montamos um diagrama representando todos os caminhos possíveis, dessa vez, ligando com simples segmentos as casas que se conectam através do movimento em "L" do cavalo. Obtemos, após alguns esforços de aprimoramento do esquema, o diagrama da Figura 3.

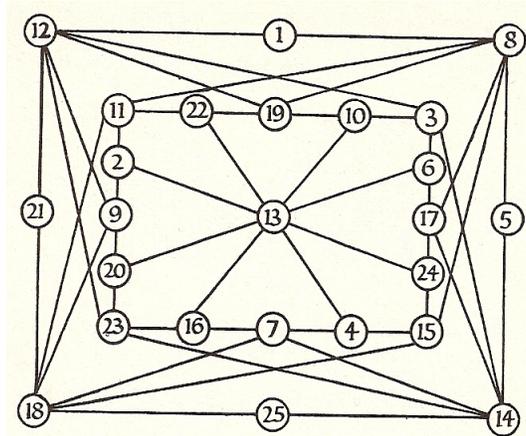


Figura 3: Nova configuração do problema

Olhando a nova configuração, achamos rapidamente uma solução para o problema. Por exemplo, da casa 13, podemos seguir para a casa 10 e percorrer o retângulo interno em sentido horário pelas casas 3, 6, 17, ..., 22, 19, indo em seguida para a casa 8 e fazer a volta horária do retângulo externo: 5, 14, ..., 12, 1. Em poucos minutos, encontraríamos inúmeras soluções. Mais que isso, poderíamos até contar quantas são todas as soluções do problema, análise que obviamente seria extremamente difícil de se fazer na configuração original (fica aqui o convite a efetuar essa conta).

Claro, não nos iludamos, uma análise como a proposta acima, acompanhada da elaboração do diagrama, leva tempo. Mesmo assim, após esse tempo inicial, a nova configuração do problema torna-o praticamente um passatempo para crianças. E o que queremos ilustrar aqui é, justamente, a importância do papel da formulação do problema, ou de sua configuração, para determinar a sua solução.

Para não ler o que não foi dito. Uma observação é necessária para que não se leia de modo enviesado o exemplo apresentado acima. A ineficiência da configuração original do problema, quando comparada à nova configuração que construímos, não deve levar a concluir que são inúteis os esforços de se resolver o problema por técnicas do tipo "tentativa e erro". O motivo disso é que, mesmo não sendo muito eficientes, a busca por soluções seguindo esses métodos pode revelar e produzir novas técnicas de resolução ou até mesmo novos problemas e questões relevantes. No próprio exemplo do problema do cavalo, há técnicas interessantes para ir corrigindo gradualmente cada tentativa, de modo a atingir de fato uma solução. Essas técnicas podem ser úteis (e certamente o são) em outros problemas semelhantes que, porém, não permitem uma reconfiguração como ocorreu no caso que analisamos agora.