

Lista 0 - Bases Matemáticas

Álgebra Básica

Exercícios de Revisão

1 — Calcule

a) $0,0084 : 0,03$

b) $0,01 : 0,004$

c) $0,002 : 0,05$

d) $\frac{0,3 - \frac{1}{4}}{\sqrt{-1}} + 0,036 : 0,04$

2 — Em cada caso abaixo, é dada a expressão de u em função de v . Expresse $\frac{1}{u}$ em função de v .

a) $u = v^{-1}$

b) $u = \frac{1}{\frac{v+1}{2}}$

c) $u = 2 + \frac{1}{v}$

d) $u = \frac{1}{v} + \frac{1}{2}$

3 — Verifique se são verdadeiras ou falsas as afirmações abaixo:

a) $(x-2)(x-4) = (2-x)(4-x)$

b) $(x-2)(x+4) = (2-x)(4+x)$

c) $(x-1)^2 = -(1-x)^2$

d) $(x-1)^3 = -(1-x)^3$

e) $(x-1)(x-2)(x-3) \cdots (x-9) = (1-x)(2-x)(3-x) \cdots (9-x)$

f) $(x-1)(x-2)(x-3) \cdots (x-9) = -(1-x)(2-x)(3-x) \cdots (9-x)$

g) $x(x-1)(x-2)(x-3) \cdots (x-9) = -x(1-x)(2-x)(3-x) \cdots (9-x)$

4 — Calcule

a) $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

b) $\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1 - \frac{2}{\sqrt[3]{3}-1}$

5 — Expanda

a) $(3a+2b)^2$

b) $(3a+2b)^3$

c) $(3a-2b)^3$

d) $(x^2-1)(x^2+1)$

e) $[(x-y)+1][(x-y)-1]$

f) $(a+b+c)^2$

6 — Em cada caso, explicita a parcela em que aparece b^4 na expansão da expressão dada:

a) $(a+b)^4$

b) $(a+b)^5$

c) $(a+b)^{10}$

d) $(a+b)^{1000}$

7 — Mostre que

a) $(x+y)^2 = x^2 + y^2$ se e somente se $x=0$ ou $y=0$

b) $(x+y)^3 = x^3 + y^3$ se e somente se $x=0$ ou $y=0$ ou $x=-y$

8 — Fatore

- a) $4y^2 - 16$
- b) $(x + b)^2 - a^2$
- c) $a^2x + b^2y + a^2y + b^2x$
- d) $2x^2 - x + 4xy - 2y$
- e) $x^2 - a^2 - 2ab - b^2$
- f) $x^2 - 6x + 9 - y^2$
- g) $x^3 + \frac{1}{x^3}$
- h) $x^6 + 1$

9 — Simplifique as expressões

- a) $\frac{2(x-2)(x-3)^3 - 3(x-2)^2(x-3)^2}{(x-3)^6}$
- b) $\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1}$

10 — Sabendo que $a + \frac{1}{a} = b$ determine, em função de b :

- a) $a^2 + \frac{1}{a^2}$
- b) $a^3 + \frac{1}{a^3}$
- c) $a^4 + \frac{1}{a^4}$

11 — Realize as seguintes divisões de polinômios, identificando o quociente e o resto (siga o modelo)

- a) $(6x^2 - 10x + 3) \div (6x + 2)$
Solução:
 $6x^2 - 10x + 3 = (6x + 2)(x - 2) + 7$
- b) $(x^2 + x - 2) \div (x - 1)$
- c) $(x^2 - a^2) \div (x - a)$
- d) $(x^4 - 256) \div (x - 4)$
- e) $(x^4 - a^4) \div (x^3 + x^2a + xa^2 + a^3)$
- f) $(x^5 + x^3 - 2) \div (x - 1)$
- g) $(4x^3 + 2x + 1) \div (x + 1)$
- h) $x^3 \div (x - a)$

12 — Em cada caso abaixo, verifique que os números dados são raízes do polinômio e use esse fato para fatorar tal polinômio

- a) $x^4 - 4x^3 + 2x^2 + x + 6$, $x = 2$, $x = 3$
- b) $x^3 + 4x^2 - 7x - 10$, $x = -1$
- c) $x^7 - 2x^6 - x + 2$, $x = 2$
- d) $x^5 - 3x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 3x + 1$, $x = 1$ com multiplicidade 4

13 — Calcule

- a) $\sqrt[3]{\frac{2^{28} + 2^{30}}{10}}$
- b) $\sqrt[6]{\frac{4^{30} + 4^{32}}{17}}$
- c) $\sqrt[3]{\frac{3^{14} + 3^{12}}{2^{15} + 2^{13}}}$

14 — Escreva cada expressão simplificando os radicais

- a) $\sqrt{\sqrt{x}}$
- b) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}$
- c) $\sqrt{\sqrt[3]{25x}}$
- d) $\sqrt{x}\sqrt[3]{x}$
- e) $\frac{\sqrt[5]{xy}}{\sqrt[3]{xy}}$
- f) $\frac{\sqrt[5]{xy}}{\sqrt[3]{x}\sqrt{y}}$

15 — Simplifique as expressões (em que $a, b > 0$)

- a) $\frac{a^{3/5}a^{2/7}}{a^{1/3}}$
- b) $\frac{a^{2/5}b^{3/4}(3a)^2}{b^{3/5}a^{1/3}}$
- c) $\frac{(a^9b^6)^{-1/3}}{(a^6b^4)^{-1/2}}$
- d) $\frac{(a^2b^4)^{1/2}}{(81a^6b^9)^{1/3}}$

16 — Simplifique as expressões

a)
$$\frac{4x^3y^2}{(x-2)^4}$$

b)
$$\frac{6x^2y}{(x-2)^{3/2}}$$

c)
$$\frac{x^2 - y^2}{3x^2y^5}$$

d)
$$\frac{y+x}{xy}$$

e)
$$\frac{1}{(x+h)^2} - \frac{1}{x^2}$$

f)
$$\frac{h}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

g)
$$\frac{b-a}{\frac{b}{a} - \frac{a}{b}}$$

h)
$$\frac{(z+w)^{-1}}{(z-w)^{-1}}$$

i)
$$(p^{-1} + q^{-1})^{-1}$$

17 — Verifique se são verdadeiras ou falsas as afirmações abaixo:

a) $\sqrt{x^2} = x$

b) $\sqrt{x^4} = x^2$

c) $\sqrt{x^6} = x^3$

d) $\sqrt[3]{x^3} = x$

e) $\sqrt[3]{x^2} = \sqrt{x^3}$

f) $\sqrt[3]{\sqrt{x}} = \sqrt{\sqrt[3]{x}}$

g) $\sqrt[3]{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \sqrt{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}}$

h) $\sqrt{1 + \sqrt{x}} = 1 + \sqrt[4]{x}$

i) $\sqrt{x^4 + y^4} = x^2 + y^2$

Respostas dos Exercícios

1 a.) 0, 28;

b.) 2, 5;

c.) 0, 04;

d.) 0, 85

2 a.) $\frac{1}{u} = v$; b.) $\frac{1}{u} = \frac{v+1}{2}$; c.) $\frac{1}{u} = \frac{v}{2v+1}$;

d.) $\frac{1}{u} = \frac{2v}{v+2}$

3 a.) V;

b.) F;

c.) F;

d.) V;

e.) F;

f.) V;

g.) V

4 a.) 4;

b.) 0

5 a.) $9a^2 + 12ab + 4b^2$

b.) $27a^3 + 54a^2b + 36ab^2 + 8b^3$

c.) $27a^3 - 54a^2b + 36ab^2 - 8b^3$

d.) $x^4 - 1$

e.) $x^2 - 2xy + y^2 - 1$

f.) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

7 a.) Observe que $x^2 + y^2 - (x + y)^2 = 2xy$

b.) Observe que $x^3 + y^3 - (x + y)^3 = 3xy(x + y)$

8 a.) $4(y - 2)(y + 2)$

b.) $(x + b - a)(x + a + b)$

c.) $(a^2 + b^2)(x + y)$

d.) $(x + 2y)(2x - 1)$

e.) $(x - a - b)(x + a + b)$

f.) $(x - 3 - y)(x - 3 + y)$

g.) $x^3 + \frac{1}{x^3} = x^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 1\right)$

h.) $x^6 + 1 = (x^2)^3 + 1 = (x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)$

9 a.) $\frac{x(2-x)}{(x-3)^4}$; b.) $\frac{x}{x+1}$

10 a.) $a^2 + \frac{1}{a^2} = b^2 - 2$

b.) $a^3 + \frac{1}{a^3} = b^3 - 3b$

c.) $a^4 + \frac{1}{a^4} = b^4 - 4b^2 + 2$

11 b.) $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$

c.) $x^2 - a^2 = (x - a)(x + a)$

d.) $x^4 - 256 = (x - 4)(x^3 + 4x^2 + 16x + 64)$

e.) $x^4 - a^4 = (x^3 + x^2a + xa^2 + a^3)(x - a)$

f.) $x^5 + x^3 - 2 = (x - 1)(x^4 + x^3 + 2x^2 + 2x + 2)$

g.) $4x^3 + 2x + 1 = (x + 1)(4x^2 - 4x + 6) - 5$

h.) $x^3 = (x - a)(x^2 + ax + a^2) + a^3$

12 a.) $x^4 - 4x^3 + 2x^2 + x + 6 = (x - 2)(x - 3)(x^2 + x + 1)$

b.) $x^3 + 4x^2 - 7x - 10 = (x + 1)(x + 2)(x - 5)$

c.) $(x - 2)(x - 1)(x + 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$

d.) $(x - 1)^4(x + 1)$

13 a.) $2^9 = 512$;

b.) $2^{10} = 1024$;

c.) $\frac{81}{16}$

14 a.) $\sqrt[4]{x}$; b.) $\sqrt[8]{x}$; c.) $\sqrt[3]{5\sqrt[6]{x}}$; d.) $\sqrt[6]{x^5}$;

e.) $\frac{1}{\sqrt[15]{x^2y^2}}$; f.) $\frac{1}{\sqrt[15]{x^2y^3}}$

15 a.) $a^{58/105}$; b.) $9a^{31/15}b^{3/20}$; c.) 1;

d.) $\frac{1}{3\sqrt[3]{ab}}$

16 a.) $\frac{2xy}{3(x-2)^2\sqrt{x-2}}$; b.) $\frac{x-y}{3xy^4}$; c.) $\frac{-(2x+h)}{x^2(x+h)^2}$;

d.) $\frac{1}{b-a}$; e.) $\frac{z-w}{z+w}$; f.) $\frac{pq}{p+q}$

17 a.) F;

b.) V;

c.) F;

d.) V;

e.) F;

f.) V;

g.) F;

h.) F;

i.) F