

Lista 4 - Bases Matemáticas

Equações e Inequações

1 — De um recipiente cheio de água tiram-se $\frac{2}{3}$ do seu conteúdo. Colocando 30 litros de água o conteúdo passa a ocupar a metade do volume inicial. Determine a capacidade do recipiente.

2 — Determine o domínio e resolva as seguintes equações em \mathbb{R}

a) $\frac{x}{x-2} + \frac{4}{x-1} = 5$

b) $\frac{2}{x^2-1} - \frac{x}{x-1} = 1$

3 — Determine o domínio e resolva as seguintes equações em \mathbb{Z}

a) $\frac{x+1}{x-1} + \frac{4-x}{x} = 4$

b) $\frac{2}{x(x-2)} = 1 + \frac{x-1}{x-2}$

4 — A equação $\frac{2}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} = -1$

- a) Tem apenas uma raiz real
- b) Tem duas raízes reais cuja soma é 1
- c) Não possui raízes reais
- d) Tem três raízes reais cuja soma é 1
- e) Admite 4 como raiz

5 — Determine o domínio e resolva as seguintes equações em \mathbb{R}

a) $\sqrt{x} = 2x$

b) $\sqrt{x} = -2x$

c) $\sqrt{3-x} = x-3$

d) $\sqrt{x+1} = 8 - \sqrt{3x+1}$

e) $1 + \sqrt{3x+5} = x$

f) $\sqrt{4x-3} + \sqrt{5x-1} = \sqrt{15x+4}$

g) $\sqrt[3]{x+34} - \sqrt[3]{x-3} = 1$

6 — A soma das raízes da equação $\sqrt{3x-2} = \sqrt{x} + 2$ é igual a

a) 6

b) 7

c) 8

d) 9

e) 10

7 — Resolva as equações abaixo (em \mathbb{R}) usando as substituições indicadas. Observe o domínio de cada variável uma e teste as soluções encontradas.

a) $x^4 - 10x^2 = -21$ $[u = x^2]$

b) $x^4 - 4x^2 = 21$ $[u = x^2]$

c) $x - 4\sqrt{x} = -3$ $[u = \sqrt{x}]$

d) $2x + 3 = 7\sqrt{x}$ $[u = \sqrt{x}]$

e) $x = 6 - \sqrt{x}$ $[u = \sqrt{x}]$

f) $2x^{2/3} - 5x^{1/3} - 3 = 0$ $[u = x^{1/3}]$

8 — Encontrar todos os números reais x tais que:

- a) $4 - x < 3 - 2x$
- b) $5 - x^2 < 8$
- c) $5 - x^2 < -2$
- d) $(x - 1)(x - 3) \geq 0$
- e) $x^2 - 2x + 2 > 0$
- f) $x^2 - x + 10 < 16$
- g) $\frac{1}{x} + \frac{1}{1 - x} > 0$
- h) $\frac{x - 1}{x + 1} > 0$
- i) $(x + 1)(x - 2)^3(x - 7)(x^2 + 7) \geq 0$
- j) $(x + 1)(3 - x)(x - 2)^2 \geq 0$
- k) $(x + 1)(3 - x)(x - 2)^2 \leq 0$

9 — Determine o domínio e resolva as seguintes inequações em \mathbb{R}

- a) $x^3 - 2x^2 - 3x \leq 0$
- b) $\frac{x^2 - 16}{x + 1} < 0$
- c) $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 2x + 1} \geq 0$
- d) $\frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 2x - 3} \leq 0$

10 — Determine o domínio e resolva em \mathbb{R} as seguintes desigualdades:

- a) $\frac{1}{x - 1} \geq 1$
- b) $\frac{1}{1 - x} \geq 1$
- c) $\frac{1}{2 - x} + \frac{5}{2 + x} < 1$
- d) $\frac{2x - 5}{x^2 - 6x - 7} < \frac{1}{x - 3}$
- e) $\frac{2 - x^2}{1 - x} < x$
- f) $\frac{x + 1}{x - 3} \leq \frac{x - 2}{x + 4}$

11 — Determine o domínio (em \mathbb{R}) e o conjunto-solução das inequações

- a) $\sqrt{x + 2} < 3$
- b) $\sqrt{2x + 3} - 3 \geq 0$
- c) $\sqrt[3]{3x - 1} - 2 \leq 0$
- d) $\sqrt{x} + 2x < 0$
- e) $\sqrt{x} > x - 2$
- f) $\sqrt{x^8 + 8} < -1 + x - x^2$
- g) $\sqrt{x^2 - 2x - 8} > x - 2$
- h) $\sqrt{1 - 3x} - \sqrt{5 + x} > 0$
- i) $\sqrt[4]{x} > \sqrt[3]{x}$
- j) $\sqrt{4 - \sqrt{1 - x}} - \sqrt{2 - x} > 0$

Respostas dos Exercícios

1 180 litros

2 a.) $\text{Dom} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 1, x \neq 2\}$; $\text{Sol} = \{\frac{3}{2}, 3\}$

b.) $\text{Dom} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 1, x \neq -1\}$; $\text{Sol} = \{-\frac{3}{2}\}$

3 a.) $\text{Dom} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \neq 0, x \neq 1\}$; $\text{Sol} = \{2\}$

b.) $\text{Dom} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \neq 0, x \neq 2\}$; $\text{Sol} = \emptyset$

4 Item (a)

5 a.) $\text{Dom} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$; $\text{Sol} = \{0, \frac{1}{4}\}$

b.) $\text{Dom} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$; $\text{Sol} = \{0\}$

c.) $\text{Dom} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 3\}$; $\text{Sol} = \{3\}$

d.) $\text{Dom} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -\frac{1}{3}\}$; $\text{Sol} = \{8\}$

e.) $\text{Dom} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq \frac{-5}{3}\}$; $\text{Sol} = \{\frac{5+\sqrt{41}}{2}\}$

f.) $\text{Dom} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq \frac{3}{4}\}$; $\text{Sol} = \{\frac{43+3\sqrt{269}}{22}\}$

g.) $\text{Dom} = \mathbb{R}$; $\text{Sol} = \{-61, 30\}$

6 Item (d)

7 a.) $\text{Sol} = \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}, -\sqrt{7}, \sqrt{7}\}$

b.) $\text{Sol} = \{-\sqrt{7}, \sqrt{7}\}$

c.) $\text{Sol} = \{1, 9\}$

d.) $\text{Sol} = \{\frac{1}{4}, 9\}$

e.) $\text{Sol} = \{4\}$

f.) $\text{Sol} = \{-\frac{1}{8}, 27\}$

8 a.) $x \in (-\infty, -1)$

b.) $x \in \mathbb{R}$

c.) $x \in (-\infty, -\sqrt{7}) \cup (\sqrt{7}, +\infty)$

d.) $x \in (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$

e.) $x \in \mathbb{R}$

f.) $x \in (-2, 3)$

g.) $x \in (0, 1)$

h.) $x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

i.) $x \in [-1, 2] \cup [7, +\infty)$

j.) $x \in [-1, 3]$

k.) $x \in (-\infty, -1] \cup \{2\} \cup [3, +\infty)$

9 a.) $\text{Dom} = \mathbb{R}$; $\text{Sol} = (-\infty, -1] \cup [0, 3]$

b.) $\text{Dom} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; $\text{Sol} = (-\infty, -4) \cup (-1, 4)$

c.) $\text{Dom} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; $\text{Sol} = (-\infty, -1) \cup [3, +\infty)$

d.) $\text{Dom} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 3\}$; $\text{Sol} = (-1, 3)$

10 a.) $\text{Dom} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $\text{Sol} = (1, 2]$

b.) $\text{Dom} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $\text{Sol} = [0, 1)$

c.) $\text{Dom} = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$; $\text{Sol} = (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

d.) $\text{Dom} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 3, 7\}$; $\text{Sol} = (-\infty, -1) \cup (3, 7)$

e.) $\text{Dom} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $\text{Sol} = (1, 2)$

f.) $\text{Dom} = \mathbb{R} \setminus \{-4, 3\}$; $\text{Sol} = (-\infty, -4) \cup [\frac{1}{5}, 3)$

11 a.) $\text{Dom} = [-2, +\infty)$; $\text{Sol} = [-2, 7)$

b.) $\text{Dom} = [-\frac{3}{2}, +\infty)$; $\text{Sol} = [3, \infty)$

c.) $\text{Dom} = \mathbb{R}$; $\text{Sol} = (-\infty, 3]$

d.) $\text{Dom} = [0, +\infty)$; $\text{Sol} = \emptyset$

e.) $\text{Dom} = [0, +\infty)$; $\text{Sol} = [0, 4)$

f.) $\text{Dom} = \mathbb{R}$; $\text{Sol} = \emptyset$

g.) $\text{Dom} = (-\infty, -2] \cup [4, +\infty)$; $\text{Sol} = (-\infty, -2] \cup (6, +\infty)$

h.) $\text{Dom} = [-5, \frac{1}{3}]$; $\text{Sol} = [-5, -1]$

i.) $\text{Dom} = [0, +\infty)$; $\text{Sol} = (0, 1)$

j.) $\text{Dom} = [-15, 1]$; $\text{Sol} = \left(\frac{-5 + \sqrt{13}}{2}, 1\right]$