

P2 - Turma A - Nível C

① Para facilitar, denote por c o valor de f' em $[0,1]$.

Esboço:

i) Entre 0 e 1:

- $f(0) = 0$
- f crescente ($\because f' > 0$)
- f é uma reta ($\because f' = cte$)
- $f(1) = c$ (área sob o gráfico de f')

ii) Entre 1 e 2:

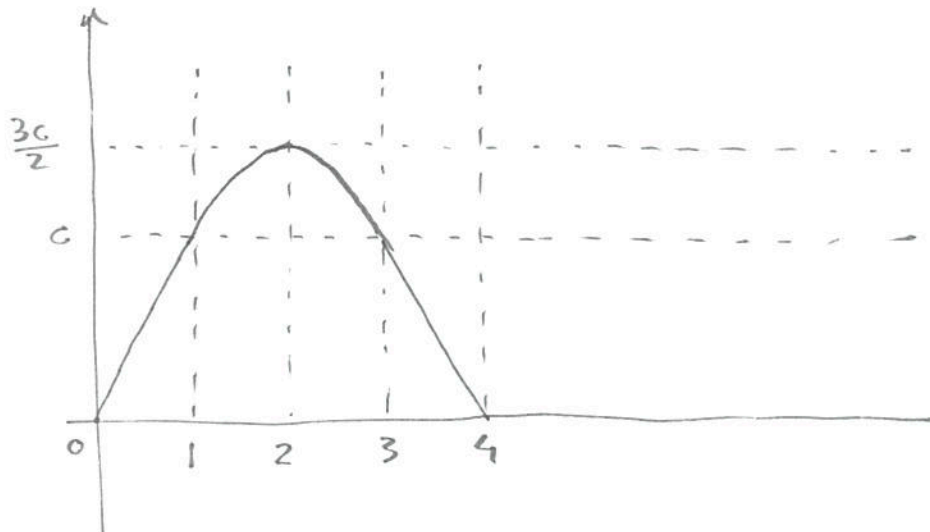
- f ainda crescente
- f é quadrática (parábola), pois f' é uma reta
- f é côncava para baixo (pois f' é decrescente)
- $f(2) = c + \frac{c}{2}$ (a área de 1 a 2 é $\frac{c}{2}$)

iii) Entre 2 e 3:

- f decrescente ($f' < 0$)
- f é a mesma parábola do trecho $[1,2]$
- f ainda é cônc. para baixo
- $f(3) = c$ (a área "descontada" no trecho $[2,3]$ é $-\frac{c}{2}$)

iv) f decrescente

- f é uma reta
- $f(4) = 0$ (a área "descontada" é $-c$)



- ② (a) . $x^{100} \text{sen} x$ é função ímpar
 . $[-1, 1]$ é simétrico em relação à origem

Logo
$$\int_{-1}^1 x^{100} \text{sen} x \, dx = 0$$

- (b) Integração por partes, seguidas vezes:

$$\int_{-1}^1 x^3 \text{sen} x \, dx = -x^3 \cos x \Big|_{-1}^1 + 3 \int_{-1}^1 x^2 \cos x \, dx$$

$$= -2 \cos 1 + 3 \left(x^2 \text{sen} x \Big|_{-1}^1 - 2 \int_{-1}^1 x \text{sen} x \, dx \right)$$

$$= -2 \cos 1 + 6 \text{sen} 1 - 6 \left(-x \cos x \Big|_{-1}^1 + \int_{-1}^1 \cos x \, dx \right)$$

$$= -2 \cos 1 + 6 \text{sen} 1 + 12 \cos 1 - 6 \text{sen} x \Big|_{-1}^1$$

$$= 10 \cos 1 - 6 \text{sen} 1$$

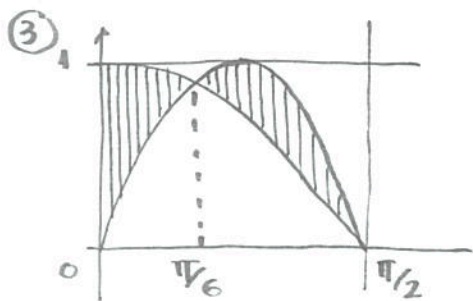
(c)
$$\int_{\ln 5}^{\ln 8} e^x \sqrt{1+e^x} \, dx = \int_4^9 \sqrt{u} \, du = \frac{2}{3} u^{3/2} \Big|_4^9 = \frac{38}{3}$$

$$u = 1+e^x$$

$$du = e^x dx$$

$$x = \ln 5 \Rightarrow u = 4$$

$$x = \ln 8 \Rightarrow u = 9$$



$$\cos x = \sin 2x$$

$$\cos x = 2 \sin x \cos x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 & (x = \frac{\pi}{2}) \\ \text{ou} \\ \sin x = \frac{1}{2} & (x = \frac{\pi}{6}) \end{cases}$$

$$A = \int_0^{\pi/6} (\cos x - \sin 2x) dx + \int_{\pi/6}^{\pi/2} (\sin 2x - \cos x) dx = \dots = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

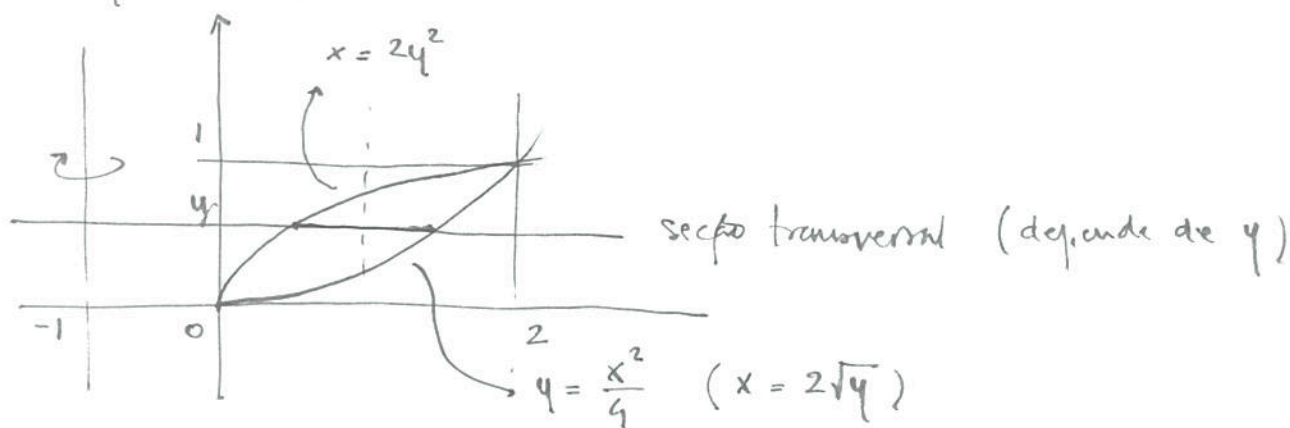
④ Intersecção dos gráficos :

$$\begin{cases} x = 2y^2 \\ y = \frac{x^2}{4} \end{cases} \Rightarrow y = \frac{4y^4}{4} \Rightarrow y = y^4 \Rightarrow y(1-y^3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ \text{ou} \\ y=1 \end{cases}$$

$$y=0 \Rightarrow x=0$$

$$y=1 \Rightarrow x=2$$

Intersecções em $(0,0)$ e $(2,1)$



$$V = \int_0^1 \pi (r_e^2 - r_i^2) dy = \pi \int_0^1 (4y - 4y^4) dy = \dots = \frac{6\pi}{5}$$

$$r_e = 2\sqrt{y}$$

$$r_i = 2y^2$$