

## Bases Matemáticas

## Orientações para a P1

Sobre o propósito e a organização deste texto

As informações apresentadas abaixo têm o duplo objetivo de: (1) orientar o estudo preparatório para a prova; (2) orientar a escolha do nível de prova (conforme explicado mais abaixo). Nesse sentido, este texto contém as seguintes informações:

1. Visão geral do conteúdo desenvolvido até o momento e que será objeto de avaliação. O conteúdo é apresentado em três categorias: aspectos conceituais, aspectos operacionais, aplicações.
2. Breve explicação da proposta de provas de níveis distintos e algumas considerações gerais sobre a escolha a ser feita.
3. Distribuição detalhada do conteúdo segundo os níveis de prova.
4. Aspectos gerais sobre critérios de correção.

---

Visão Geral do Conteúdo para a P1

---

Aspectos **Conceituais**

1. *Conjuntos*
  - (a) Relação de pertinência
  - (b) Relação de inclusão
  - (c) Conjunto potência
2. *Lógica*
  - (a) Proposições
  - (b) Conectivos
  - (c) Proposições abertas e variáveis livres (aparentes)
  - (d) Proposições universais e particulares
  - (e) Quantificadores
3. *Princípio de Indução Finita (PIF)*
  - (a) Significado e estrutura do PIF
4. *Números Reais*
  - (a) Representação na Reta Real
  - (b) Representação decimal
  - (c) Valor Absoluto: definição
5. *Funções*
  - (a) Definição de função
  - (b) Domínio e Contradomínio
  - (c) Imagem e pré-imagem de um ponto
  - (d) Imagem e pré-imagem de conjuntos
  - (e) Injetividade e Sobrejetividade
  - (f) Bijetividade e Função Inversa

---

## Aspectos de **Linguagem**

### 1. *Conjuntos*

- (a) Descrição de conjuntos

### 2. *Lógica*

- (a) Interpretação de proposições com conectivos
- (b) Interpretação de proposições com quantificadores

### 3. *Princípio de Indução Finita (PIF)*

- (a) Representação de propriedades (não necessariamente numéricas) através de números naturais

### 4. *Números Reais*

- (a) Valor Absoluto: interpretação geométrica

### 5. *Funções*

- (a) Plano Cartesiano
- (b) Equações de lugares geométricos
- (c) Inequações e regiões do plano
- (d) Gráfico de uma função

---

## Aspectos **Operacionais**

### 1. *Conjuntos*

- (a) União, Intersecção
- (b) Diferença, Coomplementar
- (c) Propriedades das operações de conjuntos

### 2. *Lógica*

- (a) Tabelas-verdade
- (b) Tipos de demonstrações

### 3. *Princípio de Indução Finita (PIF)*

- (a) Técnica de demonstração via PIF

### 4. *Números Reais*

- (a) Uso do valor absoluto em equações e inequações
- (b) Propriedades do valor absoluto

### 5. *Funções*

- (a) Transformações do plano: reflexões, translações, homotetias
- (b) Funções clássicas: definição, gráficos, propriedades principais

## Proposta de provas em níveis distintos: A, B, C

Conforme já explicado em sala de aula, cada aluno(a) receberá 3 (três) provas, cada uma identificada como sendo de Nível A, Nível B ou Nível C. Destas, *deverá ser escolhida uma única prova* para ser resolvida e submetida a avaliação.

O nível da prova reflete o tipo de conteúdo abordado (segundo distribuição apresentada abaixo) e indica também o *conceito máximo que o(a) aluno(a) pode obter* caso escolha tal prova.

**Atenção:** O nível da prova não indica seu grau de dificuldade, mas, como dito acima, o tipo de conteúdo que se espera avaliar em tal prova. Diante disso, a melhor escolha é aquela que melhor corresponde ao grau de preparação do(a) aluno(a). O ideal é que essa escolha comece a ser feita ainda durante a fase de estudo, de modo a concentrar esforços unicamente no conteúdo correspondente.

**Nível C**

1. Aspectos **Conceituais**

- (a) *Conjuntos*
  - i. Relação de pertinência
  - ii. Relação de inclusão
- (b) *Lógica*
  - i. (não será cobrado nesse nível)
- (c) *Princípio de Indução Finita (PIF)*
  - i. (não será cobrado nesse nível)
- (d) *Números Reais*
  - i. Representação na Reta Real
  - ii. Representação decimal
  - iii. Valor Absoluto: definição
- (e) *Funções*
  - i. Definição de função
  - ii. Domínio e Contradomínio
  - iii. Imagem e pré-imagem de um ponto

2. Aspectos de **Linguagem**

- (a) *Conjuntos*
  - i. Descrição de conjuntos: enumerativa, predicativa, construtiva
- (b) *Lógica*
  - i. (não será cobrado nesse nível)
- (c) *Princípio de Indução Finita (PIF)*
  - i. (não será cobrado nesse nível)

(d) *Números Reais*

- i. (não há aspectos de linguagem a serem avaliados nesse nível)

(e) *Funções*

- i. Plano Cartesiano
- ii. Equações de lugares geométricos
- iii. Inequações e regiões do plano
- iv. Gráfico de uma função

3. Aspectos **Operacionais**

(a) *Conjuntos*

- i. União, Intersecção

(b) *Lógica*

- i. (não será cobrado nesse nível)

(c) *Princípio de Indução Finita (PIF)*

- i. (não será cobrado nesse nível)

(d) *Números Reais*

- i. Uso do valor absoluto em equações e inequações

(e) *Funções*

- i. Funções clássicas: polinomiais e racionais
- ii. Uso de propriedades das funções afins e quadráticas em equações e inequações
- iii. Problemas simples de otimização via funções quadráticas (vide listas de exercícios)

---

## Nível B

### 1. Aspectos **Conceituais**

- (a) *Conjuntos*
  - i. Conjunto Potência
- (b) *Lógica*
  - i. Proposições
  - ii. Conectivos
  - iii. Proposições abertas e variáveis livres
  - iv. Quantificadores (simples)
- (c) *Princípio de Indução Finita (PIF)*
  - i. Significado e estrutura do PIF
- (d) *Números Reais*
  - i. (não há aspectos conceituais a serem avaliados nesse nível, além dos anteriores)
- (e) *Funções*
  - i. Imagem e pré-imagem de conjuntos

### 2. Aspectos de **Linguagem**

- (a) *Conjuntos*
  - i. (não há aspectos de linguagem a serem avaliados nesse nível, além dos anteriores)
- (b) *Lógica*
  - i. Interpretação de proposições com conectivos
  - ii. Interpretação de proposições com um quantificador
- (c) *Princípio de Indução Finita (PIF)*
  - i. (não há aspectos de linguagem a serem avaliados nesse nível, além dos anteriores)

### (d) *Números Reais*

- i. Interpretação geométrica do valor absoluto

### (e) *Funções*

- i. (não há aspectos de linguagem a serem avaliados nesse nível, além dos anteriores)

### 3. Aspectos **Operacionais**

#### (a) *Conjuntos*

- i. Diferença, Complementar
- ii. Propriedades de operações de conjuntos

#### (b) *Lógica*

- i. Tabelas-verdade
- ii. Demonstrações diretas

#### (c) *Princípio de Indução Finita (PIF)*

- i. Técnica de demonstração de propriedades numéricas

#### (d) *Números Reais*

- i. Uso do valor absoluto em equações e inequações, via definição ou via interpretação geométrica

#### (e) *Funções*

- i. Reflexões
- ii. Funções modulares
- iii. Funções clássicas: exponenciais e logarítmicas

---

## Nível A

### 1. Aspectos **Conceituais**

- (a) *Conjuntos*
  - i. (não há aspectos conceituais nesse nível, além dos anteriores)
- (b) *Lógica*
  - i. Múltiplos quantificadores
- (c) *Princípio de Indução Finita (PIF)*
  - i. (não há aspectos conceituais a serem avaliados nesse nível, além dos anteriores)
- (d) *Números Reais*
  - i. (não há aspectos conceituais a serem avaliados nesse nível, além dos anteriores)
- (e) *Funções*
  - i. Injetividade, Sobrejetividade
  - ii. Bijetividade, Função Inversa

### 2. Aspectos de **Linguagem**

- (a) *Conjuntos*
  - i. (não há aspectos de linguagem a serem avaliados nesse nível, além dos anteriores)
- (b) *Lógica*
  - i. Interpretação de proposições com múltiplos quantificadores

- (c) *Princípio de Indução Finita (PIF)*
  - i. Representação de propriedades (não necessariamente numéricas) em termos de números naturais

- (d) *Números Reais*
  - i. (não há aspectos de linguagem a serem avaliados nesse nível, além dos anteriores)

- (e) *Funções*
  - i. (não há aspectos de linguagem a serem avaliados nesse nível, além dos anteriores)

### 3. Aspectos **Operacionais**

- (a) *Conjuntos*
  - i. União, Intersecção
- (b) *Lógica*
  - i. Demonstrações por contrapositiva
  - ii. Demonstrações por absurdo
- (c) *Princípio de Indução Finita (PIF)*
  - i. Técnica de demonstração de propriedades indutivas em geral
- (d) *Números Reais*
  - i. Propriedades do valor absoluto
- (e) *Funções*
  - i. Translações
  - ii. Homotetias

## Aspectos Gerais sobre Critérios de Correção

Até agora, tratamos do conteúdo que será avaliado, de acordo com o nível de prova escolhido. Mas para o quadro ficar mais completo, além de explicitar O QUÊ será avaliado, pode ser útil dizer algumas coisas sobre COMO será avaliado. Seguem então algumas observações sobre os critérios de correção:

1. O conceito (A, B, C, D, F) de cada prova é atribuído diretamente, sem uso de notas numéricas e tabelas de conversão.
2. A avaliação busca identificar o grau de domínio do conteúdo, compativelmente com o nível de prova, sob três diferentes aspectos:
  - (a) Conceitos
  - (b) Linguagem
  - (c) Técnicas
3. Os critérios para uma boa avaliação de desempenho (calibrados de acordo com a proposta de cada prova) podem ser traduzidos da seguinte forma:
  - (a) Conceitos:
    - Domínio em nível intuitivo: capacidade de pensar e interpretar os conceitos envolvidos, mesmo sem formalismos.
    - Formulação correta: capacidade de expressar matematicamente os conceitos e de usar tais expressões na resolução e discussão de problemas.
  - (b) Linguagem:
    - Escrita adequada: as expressões matemáticas fazem sentido.
    - Leitura: capacidade de interpretar enunciados e expressões matemáticas.
    - Representação (quando cabível): saber traduzir problemas concretos (ou às vezes também matemáticos) em linguagem matemática (isto é, em termos de determinadas ideias e ferramentas de alguma área da matemática), identificando os elementos de cada situação.
    - Símbolos: uso adequado de símbolos matemáticos, sem faltas e sem excessos.
  - (c) Técnicas:
    - Domínio de técnicas elementares de resolução de problemas.
    - Domínio de técnicas avançadas de resolução de problemas.
4. Independente e complementarmente ao desempenho nos quesitos acima mencionados, outros aspectos bem avaliados<sup>1</sup> são:
  - (a) Coerência e consistência: os cálculos e seus resultados, as análises e suas conclusões, devem ser compatíveis entre si.
  - (b) Clareza: a apresentação das ideias e o desenvolvimento dos cálculos e resoluções devem seguir uma ordem e uma organização que permitam compreender o que está sendo feito.
5. Por outro lado, alguns aspectos que não são levados em consideração:
  - (a) Erros de cálculo (desde que não impliquem em contradições): a avaliação é feita sempre de modo relativo, isto é, aceitando, por assim dizer, o erro e avaliando o restante como se os valores errados fossem corretos.
  - (b) Riscos e rabiscos (dentro dos limites do razoável): são sumariamente ignorados, desde que não comprometam a clareza (de leitura) da prova.

---

<sup>1</sup>Dito de outra forma: quando ausentes, evidenciam a fragilidade do conhecimento apresentado.