CCM-001 – Análise de Algoritmos e Estruturas de Dados
Centro de Matemática, Computação e Cognição
Universidade Federal do ABC
Profs. Carla N. Lintzmayer e Guilherme O. Mota

Lista 4

- Seja o mais **formal** possível em todas as respostas.
- A lista é uma forma de treino para a prova, que não terá consulta. Evite plágio!
- Fique à vontade para procurar exercícios nos livros recomendados na bibliografia.

1. Execute o algoritmo de PD para o problema da Mochila Inteira sobre a instância $W = 7$, $w_1 = 1$, $w_2 = 2$, $w_3 = 4$, $w_4 = 5$, $v_1 = 1$, $v_2 = 4$, $v_3 = 5$ e $v_4 = 7$.

2. Faça um algoritmo em PD para calcular $\binom{n}{k}$ sem usar a fórmula fechada para isso. Por definição, $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$ para $1 \leq k < n$ e $\binom{n}{n} = \binom{n}{0} = 1$.

3. Considere o seguinte problema. Seja $G = (V, E)$ um grafo que constitui apenas de um caminho, isto é, $V(G) = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ e $E(G) = \{v_i v_{i+1} \colon 1 \leq i < n\}$ e seja $w \colon V(G) \to \mathcal{R}$ uma função de peso sobre os vértices. O problema do *Conjunto Independente de Peso Máximo* consiste em receber um grafo caminho G e a função w e o objetivo é encontrar um subconjunto S de vértices tal que S é um conjunto independente (isto é, para quaisquer dois vértices $u, v \in S$, não existe a aresta uv em G) e $\sum_{v \in S} w(v)$ é máximo. Escreva e analise um algoritmo em PD para resolver esse problema.

4. Defina: algoritmo eficiente, problema de decisão, certificado, algoritmo verificador, classes P, NP, NP-completo e NP-difícil.

5. Seja A um problema NP-completo. Seja B um outro problema qualquer. Diga o que podemos concluir ao reduzir A para B e ao reduzir B para A.

6. Mostre que se o TSPk pode ser resolvido em tempo polinomial então o TSP também pode. O TSPk é a versão de decisão do TSP (veja a próxima página).

7. Mostre que o problema Set Cover é NP-completo usando o problema Vertex Cover (veja a próxima página).

8. Considere o problema de decidir se um grafo G possui um subgrafo completo com pelo menos k vértices. Mostre que esse problema é NP-completo. **Sugestão**: Faça uma redução e considere o problema de 3-satisfabilidade (veja as notas de aulas).

Problema: TSP

Entrada: grafo G, função de custo c nas arestas.
Objetivo: ciclo hamiltoniano cuja soma dos custos das arestas é mínima.

Problema: TSPk

Entrada: grafo G, função de custo c nas arestas, valor k.
Decisão: existe ciclo hamiltoniano cuja soma dos custos das arestas menor ou igual a k?

Problema: Set Cover

Entrada: conjunto $T = \{u_1, \ldots, u_n\}$ de n elementos, coleção $S_1, \ldots, S_m$ de subconjuntos de T ($S_i \subseteq T$ para todo i), inteiro k. Decisão: existem no máximo k conjuntos S_i tal que a união deles é T?

Problema: Vertex Cover

Entrada: grafo G e inteiro ℓ. Decisão: existe subconjunto de vértices $S \subseteq V(G)$ tal que $|S| \leq \ell$ e para toda aresta $uv \in E(G)$ vale que pelo menos um dentre u e v estão em S?