(Esse material tem intenção de reforçar a ideia de indução. Não contém nenhum conteúdo novo e não é totalmente formal.)

Considere a seguinte afirmação:
Para todo $n \in \mathbb{N}_0$, a soma $2^0 + 2^1 + \cdots + 2^n$ é igual a $2^{n+1} - 1$.

Se $n=0$, a soma é $2^0 = 1$ e $2^{0+1} - 1 = 2 - 1 = 1$, e a frase vale.

Se $n=1$, a soma é $2^0 + 2^1 = 1 + 2 = 3$ e $2^{1+1} - 1 = 4 - 1 = 3$, e a frase vale.

Se $n=2$, a soma é $2^0 + 2^1 + 2^2 = 1 + 2 + 4 = 7$ e $2^{2+1} - 1 = 8 - 1 = 7$, e a frase vale.

Se $n=3$, a soma é $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 = 1 + 2 + 4 + 8 = 15$ e $2^{3+1} - 1 = 16 - 1 = 15$, e a frase vale.

É claro que provar a afirmação dessa forma vão só é convincente como é impressionante.

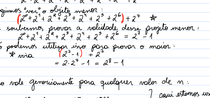
Acredito que vou adotar a notação:
$$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^n = \sum_{i=0}^{n} 2^i$$
consequentemente "soma" de objeto maior:
$$\left(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^n\right) + 2^{n+1}$$
e se realmente for a validade dessa grande maior:
$$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^n + 2^{n+1} = 2^{n+2} - 1$$
então podemos utilizar uma peça para provar o maior:
$$\begin{aligned} &\text{(}2^{n+1} - 1\text{)} + 2^{n+1} \\ &= 2 \cdot 2^{n+1} - 1 = 2^{n+2} - 1 \end{aligned}$$

É uma rede aproximada para qualquer valor de $n$:
$$\begin{aligned} & 2^0 + 2^1 + \cdots + 2^n + 2^{n+1} \\ &= \left(2^0 + 2^1 + \cdots + 2^n\right) + 2^{n+1} \\ &= 2^{n+1} - 1 + 2^{n+1} \\ &= 2 \cdot 2^{n+1} - 1 \\ &= 2^{n+2} - 1 \end{aligned}$$
} aqui estamos usando um processo de redução no objeto maior ($n+1$) consequente, o objeto menor ($n$) e usamos o resultado do menor.

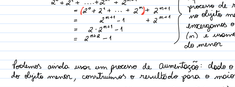
Podemos ainda usar um processo de aumentação: dado o resultado do objeto menor, construímos o resultado para o maior:
$$2^0 + 2^1 + \cdots + 2^n = 2^{n+1} - 1 \qquad \text{(o resultado vale)}$$
$$2^0 + 2^1 + \cdots + 2^n + 2^{n+1} = 2^{n+1} - 1 + 2^{n+1} \qquad \text{(somo o mesmo termo)}$$
$$2^0 + 2^1 + \cdots + 2^n + 2^{n+1} = 2 \cdot 2^{n+1} - 1 = 2^{n+2} - 1 \qquad \text{(objeto maior)}$$

É nota que funcionará podemos usar os termos $n$ e $n+1$ em $n-1$ e $n$. (questão de gosto).

Ver dois processos acima, estamos criando uma relação entre os objetos de interesse:




E a indução vai juntar a uma cadeia de relações até que se chegue a um caso base, que é o único que realmente foi resolvido:




É nota também que cada classe de tamanho (representada pela cabeça) contém apenas um objeto para o qual queremos provar algo.

Uma prova por indução consiste em mostrar que algum objeto (como $\bigcirc$) pertence ao resultado e manter a relação ($\bigcirc$), de um objeto qualquer maior a algum objeto menor. (seja por redução ou aumentação), juntamente porque isso implicitamente contém todo a cadeia.

Vamos vagar devagar o que acontece com grafos.

Considere a afirmação:
qualquer grafo com $m$ vértices que é conexo e sem ciclos tem $m-1$ arestas.

Se $m=1$, o único grafo conexo sem ciclos é $\bullet$.
Obviamente, $m = m - 0$.

Se $m=2$, o único grafo conexo sem ciclos é $\bullet\!-\!\bullet$.
Obviamente, $m = m - 1$.

Se $m=3$, o único grafo conexo sem ciclos é $\wedge$.
Obviamente, $m = m - 1$.

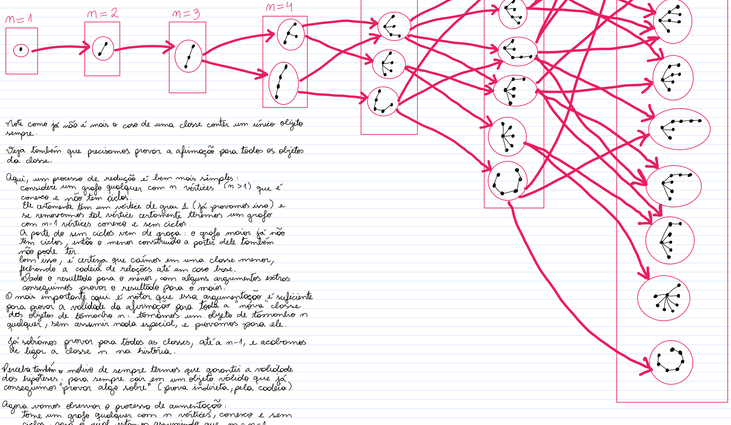
Se $m=4$, temos dois grafos conexos sem ciclos: $\bullet\!-\!\bullet\!-\!\bullet\!-\!\bullet$ e $\wedge$.
Em ambos, obviamente $m = m - 1$.

Se $m=5$, temos três grafos conexos sem ciclo: $\bullet\!-\!\bullet\!-\!\bullet\!-\!\bullet\!-\!\bullet$, $\wedge\!-\!\bullet\!-\!\bullet$ e $\wedge\!-\!\wedge$.
Em todos eles, obviamente $m = m - 1$.

Aqui também podemos entregar objetos menores dentro do maiores (ou construir objetos maiores a partir de menores) para fazer uma relação entre as classes de tamanho:
o grafo $\wedge\!-\!\bullet\!-\!\bullet$ contém o grafo menor $\wedge\!-\!\bullet$ e $\bullet\!-\!\bullet$
(basta remover um vértice de grau um)

o grafo $\wedge\!-\!\bullet\!-\!\bullet$ e $\bullet\!-\!\bullet\!-\!\bullet$ podem construir o grafo $\wedge\!-\!\wedge$
(basta adicionar um vértice de grau um).

E com isso podemos construir uma cadeia de relações:




Note como já não é mais o caso de uma classe conter um único objeto sempre.

Para também que precisamos provar a afirmação para todos os objetos da classe.

Aqui, um processo de redução é bem mais simples:
Considere um grafo qualquer com $m$ vértices ($m > 1$) que é conexo e não tem ciclo.
Ele obviamente tem um vértice de grau 1 (já provamos isso) e se removermos tal vértice obtemos um grafo com $m-1$ vértices conexo e sem ciclos!
O fato de um ciclo ser de grafo ou grafo menor já não tem culpa, então o menor construído a partir dele também não pode ter.
Bem isso é o critério que caímos em uma classe menor, fechando a cadeia de relações até um caso base.
Basta o resultado para o menor, com alguns argumentos extras geralmente ganham o resultado para o maior.
O mais importante aqui é notar que uma argumentação é suficiente para provar a validade da afirmação para todo a mesma classe. Um objeto de tamanho $m$ tendendo um objeto de tamanho $m$ qualquer, sem assumir nada específico, e provamos para ele.

Já sabíamos provar para todas as classes, até a $m-1$, e acabamos de fazer a classe $m$ na história.

Resta também a medida de sempre termos que garantir a validade dos hipóteses, para sempre com um objeto válido que já conseguimos "provar algo sobre" (prova indutiva, pela cadeia).

Agora vamos discutir o processo de aumentação:
Temos um grafo qualquer com $m$ vértices, conexo e sem ciclos, para o qual sabemos anteriormente que $m = m - 1$.
Uma forma de construir um objeto maior é pendurando um único vértice de grau um nele.
Um novo grafo de fato não tem ciclos e é conexo, de forma que pertence à classe $m+1$.
Tem um argumento final, por sabermos provar para o grafo menor, consequente provar para o maior.
Mas você está convencido de que isso realmente ensine a classe $m+1$ na brincadeira?
Bem disso, já sabíamos provar a afirmação para todos os objetos da classe $m$, ou seja, até $m$. Queremos um objeto qualquer da classe $m$. Será que a prova de aumentação acessa para todos o objeto da classe $m+1$?
Uma prova precisa ser garantida para que a prova termine.
Uma ideia é: suponha que exista um objeto da classe $m+1$ que não é gerado a partir de nenhum objeto da classe $m$ por meio de processo descrito. Mas ele novo cone: saindo um grafo conexo com ciclos com $m+1$ vértices que não pode ser gerado a partir de nenhum grafo conexo sem ciclos com $m$ vértices.
Um grafo com $m+1$ vértices tem um vértice de grau um.
Se remover tal, temos um grafo conexo sem ciclos com $m$ vértices (com a mesma argumentação da redução), o que é uma contradição com o que "acabamos de assumir".

Agora sim a prova está completa.

Não faltou um exemplo seja fácil demais (toda o processo de redução quanto o de aumentação são bem simples).

Antes de dar outro exemplo, vamos comentar sobre a prova da mesma afirmação por indução em $m$, o número de arestas.

Por redução: temos um grafo com $m$ arestas, conexo e sem ciclos (queremos mostrar que $m = m - 1$).
Remova uma aresta qualquer. Essa aresta é de corte, então geramos dois componentes $G_1$ e $G_2$. Tanto $G_1$ quanto $G_2$ têm menos arestas e são conexos e sem ciclos, logo, foram parte de uma classe menor, e por isso já sabemos provar coisas para eles.
Bonito, com uma argumentação final provamos para o grafo inicial.
Por termos escolhido um grafo qualquer no início, provamos para toda a classe com $m$ arestas.

Por aumentação: temos um grafo com $m$ arestas, conexo e sem ciclos para o qual já sabemos que $m = m - 1$.
Para construir um grafo maior, não podemos acrescentar uma aresta, isso irá criar um ciclo e o grafo maior não faz classe de casos que queremos provar.
Outra possibilidade é inserir uma aresta ligada a um novo vértice, pois aí realmente geramos um grafo maior, conexo e sem ciclo.
Bem um argumento final, provamos para esse grafo maior.
É bem preciso para todo o grafo com $m+1$ arestas?
Só depois de responder pacientemente a essa pergunta é que podemos finalizar.

Último exemplo!

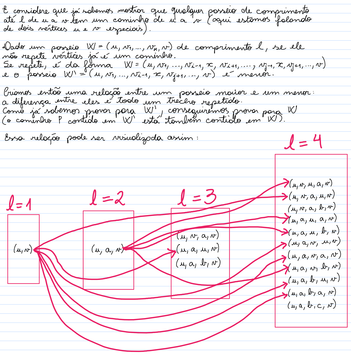
Considere a afirmação:
um passeio de $u$ a $v$ contém um caminho de $u$ a $v$.

É considera que já sabemos mostrar que qualquer passeio de comprimento até $L$ de $u$ a $v$ tem um caminho de $u$ a $v$. (aqui estamos falando de dois vértices $u$ e $v$ arbitrários).

Dado um passeio $W = (u_1, u_2, \ldots, u_{L-1}, u_L)$ de comprimento $L$, se ele não repete vértices já é um caminho.
Se repete, é da forma $W = (u_1, u_2, \ldots, u_{i-1}, x, u_{j+1}, \ldots, u_{L-1}, x, u_{j+1}, \ldots, u_L)$
e o passeio $W' = (u_1, u_2, \ldots, u_{i-1}, x, u_{j+1}, \ldots, u_L)$ é menor.

Criamos então uma relação entre um passeio maior e um menor: a diferença entre eles é toda um trecho repetido.
Como já sabemos provar para $W'$, consequentemente provo para $W$ (o caminho ? contido em $W$ está também contido em $W$).

Essa relação pode ser visualizada assim:




Note como um passeio de comprimento 4 tem relações com passeio de comprimento 3, 2 e 1.
Esse tipo de exemplo justifica o uso da indução forte.

Veja como o processo de redução é bem mais simples: dado um passeio de comprimento $L$, remover um trecho entre vértices que se repetem certamente irá gerar um passeio menor.

Sobre o processo de aumentação, pegue um passeio de comprimento 3 $(u_1, u_2, u_3, u_4)$ por exemplo.
Veja o porquê aumentar $L$ só apenas com uma aresta: ela precisaria ser inserida em um vértice e com isso ela ficaria de fora passeio de $u$ a $v$.
Somar duas arestas não pode gerar $(u_1, u_2, u_3, u_4, u_5)$, $(u_1, u_2, u_3, u_4, u_3)$, $(u_1, u_2, u_3, u_4, u_2)$ ou $(u_1, u_2, u_3, u_4, u_1)$. Mas isso gera ficou ? Como mostrar isso facil ?

*Ok mas esse exemplo é bem específico para requer o passeio sempre entre $u$ e $v$...

Podem acreditar que isso acontece na maioria dos exemplos, esse é apenas um que eu já tinha pronto e está na lista. ☺