

```

GRAU_MAXIMO(G)
1  max = 0
2  para cada  $v \in V(G)$ 
3      aux = GRAU(G, v)
4      se max < aux
5          aux = max
6  retorna max

```

Cada linha, sozinha, leva tempo constante para ser executada, exceto pela linha 3.

As linhas 1 e 6 são executadas uma única vez cada.

As linhas 2, 3 e 4 executam uma vez para cada vértice do grafo.

A linha 5 executa no máximo uma vez para cada vértice do grafo.

Vamos denotar o conjunto de vértices por  $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  (temos então  $n = |V(G)|$ ).

note que o laço poderia ser escrito:

para  $i = 1$  até  $n$   
 $aux = GRAU(G, v_i)$

o tempo total é dado pela soma do tempo gasto em cada linha.

```

GRAU(G, v)
| cont = 0
| para cada  $w \in N(v)$ 
|     cont++
| retorna cont

```

Tempo:

Em lista =  $\Theta(d_G(v))$

Em matriz =  $\Theta(|V(G)|)$

Obs: como  $d_G(v) \leq |V(G)|$  para qualquer  $v \in V(G)$ , podemos também dizer  $O(|V(G)|)$  para listas. mas se o grau do vértice é 1 e temos 1000 vértices no grafo, dizer  $O(|V(G)|)$  está bem longe da realidade.

Assim, em matriz de adjacências o tempo é

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\theta(1)}_{\text{linha 1}} + \underbrace{\theta(1) + \dots + \theta(1)}_{\substack{\text{linha 2} \\ (n \text{ vezes, uma} \\ p/ \text{ cada vértice})}} + \underbrace{\theta(n) + \dots + \theta(n)}_{\substack{\text{linha 3} \\ (n \text{ vezes, uma} \\ p/ \text{ cada vértice})}} + \underbrace{\theta(1) + \dots + \theta(1)}_{\substack{\text{linha 4} \\ (n \text{ vezes, uma} \\ p/ \text{ cada vértice})}} + \underbrace{X}_{\text{linha 5}} + \underbrace{\theta(1)}_{\text{linha 6}} \\
 &= \theta(1) + \theta(n) + \theta(n^2) + \theta(n) + X + \theta(1) \\
 &= \theta(n^2) + X
 \end{aligned}$$

Como a linha 5 executa no máximo uma vez por vértice do grafo e leva tempo constante por execução,  $X$  é  $O(n)$ .

Logo,  $\theta(n^2)$  domina a expressão acima.

É em listas de adjacências o tempo é

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\theta(1)}_{\text{linha 1}} + \underbrace{\theta(1) + \dots + \theta(1)}_{\substack{\text{linha 2} \\ (n \text{ vezes, uma} \\ \text{p/coda vértice})}} + \underbrace{\theta(d_G(v_1)) + \theta(d_G(v_2)) + \dots + \theta(d_G(v_m))}_{\substack{\text{linha 3} \\ (n \text{ vezes, uma p/coda} \\ \text{vértice})}} + \underbrace{\theta(1) + \dots + \theta(1)}_{\substack{\text{linha 4} \\ (n \text{ vezes, uma p/} \\ \text{coda vértice})}} + \underbrace{X}_{\text{linha 5}} + \underbrace{\theta(1)}_{\text{linha 6}} \\
 = & \theta(1) + \theta(m) + \theta(e(G)) + \theta(m) + X + \theta(1) \\
 = & \theta(m + e(G)) + X
 \end{aligned}$$

Como  $X$  é  $O(m)$ ,  $\theta(m + e(G))$  domina a expressão acima.

Como cada  $d_G(v_i) \leq m$ , poderíamos substituir  $\Theta(d_G(v_i))$  acima por  $O(m)$ :

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\Theta(1)}_{\text{linha 1}} + \underbrace{\Theta(1) + \dots + \Theta(1)}_{\substack{\text{linha 2} \\ (n \text{ vezes, uma} \\ \text{p/ cada vértice})}} + \underbrace{O(m) + \dots + O(m)}_{\substack{\text{linha 3} \\ (n \text{ vezes, uma p/} \\ \text{cada vértice})}} + \underbrace{\Theta(1) + \dots + \Theta(1)}_{\substack{\text{linha 4} \\ (n \text{ vezes, uma p/} \\ \text{cada vértice})}} + \underbrace{X}_{\text{linha 5}} + \underbrace{\Theta(1)}_{\text{linha 6}} \\
 &= \Theta(1) + \Theta(m) + O(m^2) + \Theta(m) + X + \Theta(1) \\
 &= O(m^2) + X
 \end{aligned}$$

e, novamente,  $O(m^2)$  domina.

Mes se você tem um grafo com 10000 vértices e 10000 arestas, a análise que diz que o tempo é  $\Theta(n + e(G))$  é bem melhor do que a que diz  $O(m^2)$  (e veja que ambas valem!).