MCTA015-13 - Linguagens Formais e Automata
Centro de Matemática, Computação e Cognição
Universidade Federal do ABC
Profa. Carla Negri Lintzmayer

Lista 2 - Linguagens livres de contexto)

Entrega até 17/05

- Seja o mais formal possível em todas as respostas.
- Não há necessidade de resolver todos os exercícios para entrega.
- Identifique devidamente cada exercício.
- Capriche na letra!
- A lista é uma forma de treino para a prova, que não terá consulta. Evite plágio!

1. Considere a gramática livre de contexto $G = (\{E, T, F\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{+}, \times, \mathtt{(}, \mathtt{)}\}, R, E)$ em que R é dada por

$$E \to E\mathtt{+}T \mid T$$
$$T \to T \times F \mid F$$
$$F \to \mathtt{(}E\mathtt{)} \mid \mathtt{a}$$

Apresente 5 cadeias de comprimento pelo menos 6 que são geradas por G. Para cada uma delas, apresente uma derivação e uma árvore sintática (árvore de derivação).

2. Construa gramáticas livres de contexto para as seguintes linguagens. Para cada variável X da sua gramática, apresente (ou descreva) o conjunto $\{\omega \colon X \overset{*}{\Longrightarrow} \omega\}$.

   (a) $\{\omega \in \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^* \mid \omega$ tem comprimento ímpar$\}$
   (b) $\{\omega \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid \omega$ tem mais $\mathtt{a}$'s do que $\mathtt{b}$'s$\}$
   (c) $\{\mathtt{a}^m\mathtt{b}^n\mathtt{c}^{3m+2n+1} \mid m, n \geq 0\}$
   (d) $\{\mathtt{a}^m\mathtt{b}^n\mathtt{c}^k \mid n > m + k\}$
   (e) $\{\omega \in \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^* \mid \omega$ tem um número par de $\mathtt{0}$'s e um número par de $\mathtt{1}$'s$\}$
   (f) o complemento da linguagem $\{\mathtt{0}^n\mathtt{1}^n \mid n \geq 0\}$

3. Construa autômatos com pilha para as seguintes linguagens, identificando o significado de cada estado:

   (a) $\{\mathtt{a}^n\mathtt{b}^m\mathtt{c}^{n+m} \mid n, m \geq 0\}$
   (b) $\{\mathtt{0}^m\mathtt{1}^n \mid m \geq n\}$
   (c) $\{\omega \in \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^* \mid \omega$ tem comprimento ímpar$\}$
   (d) $\{\omega \in \{\mathtt{(}, \mathtt{)}\}^* \mid \omega = x_1 \dots x_m$ com $m \geq 2$, $x_i \in \{\mathtt{(}, \mathtt{)}\}$ para todo $1 \leq i \leq m$ e para cada $x_i = \mathtt{(}$ existe um $x_j = \mathtt{)}$ com $j > i\}$ (linguagem dos parênteses balanceados)

4. Prove que as seguintes linguagens não são livres de contexto:

   (a) $\{\mathtt{0}^n\mathtt{1}^n\mathtt{0}^n\mathtt{1}^n \mid n \geq 0\}$
   (b) $\{\mathtt{0}^n\mathtt{1}^{2n}\mathtt{0}^n \mid n \geq 0\}$

(c) $\{\mathtt{a}^n\mathtt{b}^k\mathtt{c}^n\mathtt{d}^k \mid k, n \geq 0\}$

(d) $\{\mathtt{0}^{n^2} \mid n \geq 0\}$

5. Prove que se uma linguagem L é livre de contexto, então $L^R = \{\omega^R \mid \omega \in L\}$ também é livre de contexto (ω^R é o reverso da cadeia ω).

Extras (não precisam ser entregues)

1. Construa gramáticas livres de contexto para as seguintes linguagens, justificando suas respostas (qual o significado de cada variável?):

   (a) $\{\omega \in \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^* \mid \omega$ tem comprimento ímpar e o símbolo do meio é um $\mathtt{0}\}$

   (b) $\{\mathtt{a}^i\mathtt{b}^j\mathtt{c}^k \mid i = j$ ou $j = k$ onde $i, j, k \geq 0\}$

   (c) $\{\mathtt{a}^m\mathtt{b}^n\mathtt{c}^p\mathtt{d}^q \mid m + n \geq p + q\}$

2. Construa autômatos com pilha para as seguintes linguagens, justificando suas respostas (qual o significado de cada estado?):

   (a) $\{\omega \in \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^* \mid$ o número de $\mathtt{0}$'s é igual ao número de $\mathtt{1}$'s em $\omega\}$

   (b) $\{\mathtt{0}^m\mathtt{1}^n \mid m < n\}$

3. Prove que as seguintes linguagens não são livres de contexto:

   (a) $\{\mathtt{a}^n\mathtt{b}^n\mathtt{a}^m\mathtt{b}^m \mid n, m \geq 0$ e $n \neq m\}$

   (b) $\{\omega \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}^* \mid \omega$ tem o mesmo número de $\mathtt{a}$'s, $\mathtt{b}$'s e $\mathtt{c}$'s $\}$

(POSCOMP 2018)

QUESTÃO 39 – Considere os seguintes formalismos:

I. Autômatos finitos.
II. Autômatos finitos com uma pilha.
III. Autômatos finitos com duas pilhas.

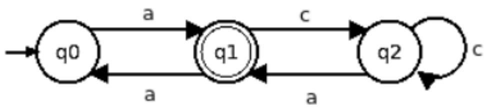
Quais contêm SOMENTE os formalismos nos quais a variante não determinística reconhece o mesmo conjunto de linguagens que a respectiva versão determinística?

A) Apenas I.
B) Apenas II.
C) Apenas I e III.
D) Apenas II e III.
E) I, II e III.

QUESTÃO 40 – Considere a gramática G descrita a seguir: conjunto de terminais {a,c}, conjunto de não terminais {S,A}, símbolo inicial S e contendo as produções abaixo:

S -> AcS
S -> A
A -> aAa
A -> a

Considere também o autômato finito A sobre o alfabeto {a,c}, com conjunto de estados {q0,q1,q2} — dos quais q0 é inicial e q1 é final — e com função de transição de estados determinada pelo seguinte grafo:



Seja L(G) a linguagem gerada pela gramática G e L(A) a linguagem reconhecida pelo autômato A, assinale a alternativa correta.

A) L(G) é regular e L(A) é subconjunto próprio de L(G).
B) L(G) não é regular e L(A) é subconjunto próprio de L(G).
C) L(A) = L(G).
D) L(G) é regular e L(G) é subconjunto próprio de L(A).
E) L(G) não é regular e L(G) é subconjunto próprio de L(A).

(POSCOMP 2019)

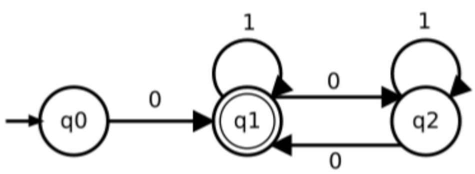
QUESTÃO 41 – Considere L1 e L2 duas linguagens formais sobre o alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$, descritas como segue:

$L1 = \{ ww \mid w \in \Sigma^* \}$

$L2 = \{ 0^a 1^b \mid a>0, b>0, b \text{ ímpar} \}$

Na descrição acima, justaposição significa concatenação de palavras e Σ^* denota o conjunto de todas as palavras sobre o alfabeto Σ.

Seja A1 o autômato finito sobre alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$ descrito pelo seguinte diagrama de transição de estados:



Denotemos por ACEITA(A1) o conjunto de palavras aceitas por A1.

Nesse sentido, considere as seguintes afirmações:

I. L1 é uma linguagem regular.
II. L2 é uma linguagem livre de contexto.
III. ACEITA(A1) = $\{ w \mid w \in \Sigma^*$ e w possui um número ímpar de zeros $\}$.

Quais estão corretas?

A) Apenas I.
B) Apenas II.
C) Apenas I e III.
D) Apenas II e III.
E) I, II e III.