



1. Considere a gramática livre de contexto $G = (\{E, T, F\}, \{a, +, \times, (,)\}, R, E)$ em que R é dada por

$$\begin{aligned} E &\rightarrow E+T \mid T \\ T &\rightarrow T\times F \mid F \\ F &\rightarrow (E) \mid a \end{aligned}$$

Apresente 5 cadeias de comprimento pelo menos 6 que são geradas por G . Para cada uma delas, apresente uma derivação e uma árvore sintática (árvore de derivação).

2. Considere a gramática livre de contexto G definida pelas seguintes regras de substituição:

$$S \rightarrow aSb \mid bSa \mid Sc \mid \varepsilon$$

Considere também a linguagem $B = \{\omega \in \{a, b, c\}^* : |\omega|_a = |\omega|_b\}$. Prove que $L(G) \neq B$.

3. Descreva a linguagem de cada uma das gramáticas a seguir (não há necessidade de justificar):

- (a) $G_1 \quad S \rightarrow SaS \mid a$
- (b) $G_2 \quad S \rightarrow SS \mid \varepsilon$
- (c) $G_3 \quad S \rightarrow SS \mid a$
- (d) $G_4 \quad S \rightarrow SS \mid aa$
- (e) $G_5 \quad S \rightarrow Sa \mid a$
- (f) $G_6 \quad S \rightarrow aSa \mid aa \mid a$
- (g) $G_7 \quad S \rightarrow SAS \mid \varepsilon$

4. Construa gramáticas livres de contexto para as seguintes linguagens, justificando sua resposta.

- (a) $\{\omega \in \{0, 1\}^* : |\omega| \text{ é ímpar}\}$
- (b) $\{\omega \in \{a, b\}^* : |\omega|_a > |\omega|_b\}$
- (c) $\{a^m b^n c^{3m+2n+1} : m, n \geq 0\}$
- (d) $\{a^m b^n c^k : n > m + k\}$
- (e) $\{\omega \in \{0, 1\}^* : |\omega|_0 \text{ é par e } |\omega|_1 \text{ é par}\}$
- (f) o complemento da linguagem $\{0^n 1^n : n \geq 0\}$
- (g) $\{\omega \in \{0, 1\}^* : |\omega| \text{ é e o símbolo do meio de } \omega \text{ é um } 0\}$
- (h) $\{a^i b^j c^k : i = j \text{ ou } j = k \text{ onde } i, j, k \geq 0\}$

$$(i) \{a^m b^n c^p d^q : m + n \geq p + q\}$$

5. Considere a gramática livre de contexto G definida pelas seguintes regras de substituição:

$$S \rightarrow aS \mid Sb \mid a \mid b$$

Prove por indução no comprimento da cadeia que nenhuma cadeia em $L(G)$ contém ba como subcadeia.

6. Considere a gramática livre de contexto G definida pelas seguintes regras de substituição:

$$S \rightarrow SS \mid (S) \mid \varepsilon$$

Seja B a linguagem dos parênteses balanceados. A demonstração a seguir está tentando mostrar que $L(G) = B$, porém algumas argumentações estão faltando (marcadas com \star). Complete-as corretamente.

(\implies) Suponha que $\omega \in L(G)$. Vamos provar por indução no número n de passos da derivação de ω que $\omega \in B$ também.

Base: $n = 1$. A única derivação com 1 passo é $S \Rightarrow \varepsilon$, porque \star . $E \varepsilon \in B$, porque \star . Considere uma cadeia ω cuja derivação leva $n > 1$ passos e suponha que para qualquer cadeia α tal que $S \xRightarrow{*} \alpha$ em menos de n passos, então $\alpha \in B$.

A derivação $S \xRightarrow{*} \omega$ ou é da forma $S \Rightarrow SS \xRightarrow{*} \omega$ ou da forma $S \Rightarrow (S) \xRightarrow{*} \omega$, porque \star .

No primeiro caso, $\omega = \alpha\beta$, para cadeias α e β tais que $S \Rightarrow \alpha$ e $S \Rightarrow \beta$. Como $\alpha \in B$ porque \star e $\beta \in B$ porque \star , então $\omega \in B$ porque \star .

No segundo caso, $\omega = (\beta)$ para alguma cadeia α tal que $S \Rightarrow \alpha$. Como $\alpha \in B$ porque \star , então $\omega \in B$ porque \star .

(\impliedby) Suponha que $\omega \in B$. Vamos provar por indução no comprimento n de ω que $\omega \in L(G)$ também.

Base: $n = 0$. A única cadeia com comprimento 0 em B é ε porque \star . $E \varepsilon \in L(G)$ porque \star .

Considere uma cadeia $\omega \in B$ com comprimento $n > 1$ e suponha que qualquer cadeia $\alpha \in B$ com comprimento menor do que n está em $L(G)$.

A cadeia ω é da forma $(\beta)\gamma$, onde (β) é o menor prefixo de ω que está em B e γ é o restante porque \star .

Como $\beta \in B$ porque \star , $\gamma \in B$ porque \star , então $\beta \in L(G)$ e $\gamma \in L(G)$ porque \star .

Logo, $\omega \in L(G)$ porque \star .

7. Construa autômatos com pilha para as seguintes linguagens. Justifique corretamente a descrição instantânea em cada estado (não é necessário formalizar as demonstrações).

$$(a) \{a^n b^m c^{n+m} : n, m \geq 0\}$$

$$(b) \{0^m 1^n : m \geq n\}$$

$$(c) \{\omega \in \{0, 1\}^* : |\omega| \text{ é ímpar}\}$$

$$(d) \{0^m 1^n : m < n\}$$

$$(e) \{\omega \in \{0, 1\}^* : |\omega|_0 = 2|\omega|_1\}$$

$$(f) \{a^m b^n c^k : n > m \text{ ou } n > k\}$$

8. Prove que as seguintes linguagens não são livres de contexto:

- (a) $\{0^n 1^n 0^n 1^n : n \geq 0\}$
- (b) $\{0^n 1^{2n} 0^n : n \geq 0\}$
- (c) $\{a^n b^k c^n d^k : k, n \geq 0\}$
- (d) $\{0^{n^2} : n \geq 0\}$
- (e) $\{a^n b^n a^m b^m : n, m \geq 0 \text{ e } n \neq m\}$
- (f) $\{\omega \in \{a, b, c\}^* : |\omega|_a = |\omega|_b = |\omega|_c\}$

9. Prove que se uma linguagem L é livre de contexto, então $L^R = \{\omega^R : \omega \in L\}$ também é livre de contexto (ω^R é o reverso da cadeia ω).

(POSCOMP 2018)

QUESTÃO 39 – Considere os seguintes formalismos:

- I. Autômatos finitos.
- II. Autômatos finitos com uma pilha.
- III. Autômatos finitos com duas pilhas.

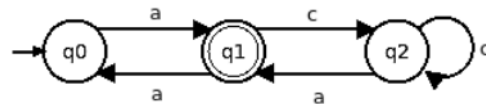
Quais contêm SOMENTE os formalismos nos quais a variante não determinística reconhece o mesmo conjunto de linguagens que a respectiva versão determinística?

- A) Apenas I.
- B) Apenas II.
- C) Apenas I e III.
- D) Apenas II e III.
- E) I, II e III.

QUESTÃO 40 – Considere a gramática G descrita a seguir: conjunto de terminais $\{a,c\}$, conjunto de não terminais $\{S,A\}$, símbolo inicial S e contendo as produções abaixo:

$S \rightarrow AcS$
 $S \rightarrow A$
 $A \rightarrow aAa$
 $A \rightarrow a$

Considere também o autômato finito A sobre o alfabeto $\{a,c\}$, com conjunto de estados $\{q_0,q_1,q_2\}$ – dos quais q_0 é inicial e q_1 é final – e com função de transição de estados determinada pelo seguinte grafo:



Seja $L(G)$ a linguagem gerada pela gramática G e $L(A)$ a linguagem reconhecida pelo autômato A , assinale a alternativa correta.

- A) $L(G)$ é regular e $L(A)$ é subconjunto próprio de $L(G)$.
- B) $L(G)$ não é regular e $L(A)$ é subconjunto próprio de $L(G)$.
- C) $L(A) = L(G)$.
- D) $L(G)$ é regular e $L(G)$ é subconjunto próprio de $L(A)$.
- E) $L(G)$ não é regular e $L(G)$ é subconjunto próprio de $L(A)$.

(POSCOMP 2019)

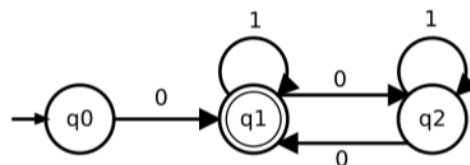
QUESTÃO 41 – Considere L_1 e L_2 duas linguagens formais sobre o alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$, descritas como segue:

$L_1 = \{ ww \mid w \in \Sigma^* \}$

$L_2 = \{ 0^a 1^b \mid a > 0, b > 0, b \text{ ímpar} \}$

Na descrição acima, justaposição significa concatenação de palavras e Σ^* denota o conjunto de todas as palavras sobre o alfabeto Σ .

Seja A_1 o autômato finito sobre alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$ descrito pelo seguinte diagrama de transição de estados:



Denotemos por $ACEITA(A_1)$ o conjunto de palavras aceitas por A_1 .

Nesse sentido, considere as seguintes afirmações:

- I. L_1 é uma linguagem regular.
- II. L_2 é uma linguagem livre de contexto.
- III. $ACEITA(A_1) = \{ w \mid w \in \Sigma^* \text{ e } w \text{ possui um número ímpar de zeros} \}$.

Quais estão corretas?

- A) Apenas I.
- B) Apenas II.
- C) Apenas I e III.
- D) Apenas II e III.
- E) I, II e III.