LINGUAGENS FORMAIS E AUTOMATA
CENTRO DE MATEMÁTICA, COMPUTAÇÃO E COGNIÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC
PROFA. CARLA NEGRI LINTZMAYER

Lista 4 - Redução e complexidade computacional

1. Considere dois problemas de decisão A e B, sendo A indecidível e B decidível. Sejam C e D outros dois problemas. Suponha que seja possível construir reduções de A para C, de D para A e de D para B. Diga o que é possível afirmar sobre a decidibilidade de C e D com essas reduções, justificando sua resposta.

2. Considere o problema de se determinar se uma máquina de Turing de duas fitas em algum momento escreve um símbolo não-branco ($\neq \sqcup$) sobre a segunda fita quando ela é executada sobre a entrada ω. Seja R um decisor para esse problema. Responda as seguintes questões:

   (a) Descreva esse problema como uma linguagem (chame-a de B_{MT}).

   (b) A máquina de Turing S a seguir é para o problema $A_{MT} = \{\langle M, \omega\rangle \colon M$ é máquina de Turing e aceita $\omega\}$. Ela usa uma redução de A_{MT} para B_{MT}. Formalize essa redução.

   (c) Conclua o que for possível sobre S.

   $S =$ "`Sobre a entrada` $\langle M, \omega\rangle$:

   (a) `Construa a seguinte máquina de Turing` T, `de duas fitas:`
   $T =$ "`Sobre a entrada` α:
      i. `Se` $\alpha \neq \omega$, `rejeite e não escreva nada na segunda fita.`
      ii. `Se não, simule` M `sobre` ω `usando a primeira fita.`
      iii. `Se a simulação indicar que` M `aceita, escreva um símbolo não-branco na segunda fita.`"

   (b) `Execute` R `sobre` $\langle T, \omega\rangle$.

   (c) `Se` R `aceita, aceite. Caso contrário, rejeite.`"

3. Considere a linguagem $Y = \{\langle T, A\rangle \colon T$ é uma máquina de Turing, A é um AFD e $L(T) = L(A)\}$. Mostre que Y é indecidível usando redução e o problema $A_{MT} = \{\langle M, \omega\rangle \colon M$ é uma máquina de Turing que aceita $\omega\}$.

4. Descreva o tempo de execução, em notação assintótica, da máquina a seguir, que decide a linguagem $X = \{0^{2^n} : n \geq 0\}$:

   $M_X =$ "`Sobre a entrada` ω:

   (a) `Faça uma varredura da esquerda para a direita na fita, marcando um 0 não e outro sim.`

   (b) `Se em (a) a fita tinha um único 0, aceite.`

   (c) `Se em (a) a fita tinha mais de um 0 e o número de zeros é ímpar, rejeite.`

   (d) `Retorne para a extremidade esquerda.`

   (e) `Vá para (a).`"

5. Para cada afirmação abaixo, indique se a mesma é verdadeira ou falsa, justificando sempre:

(a) Um problema X é NP-completo quando X pertence à classe NP e X é redutível em tempo polinomial para qualquer outro problema Y na classe NP.

(b) Todo problema que está na classe P também está na classe NP.

(c) É possível provar que um problema está na classe P apresentando uma redução de tempo polinomial deste problema para outro que pertence à NP-completo.

(d) Se existir um problema NP-completo com solução em tempo polinomial, então todos os problemas em NP terão soluções em tempo polinomial.

(e) A classe de problemas NP consiste nos problemas que não pertencem à classe P.

(f) Se o problema A pode ser reduzido em tempo polinomial para o problema B e B está na classe P, então A está na classe P.

6. Suponha que existe um problema NP-completo que tem uma solução em tempo determinístico que leva tempo $O(n^{\log_2 n})$. Note que essa função está entre as funções polinomiais e exponenciais (e não está em nenhuma das duas). O que podemos dizer sobre o tempo de execução de qualquer problema em NP?

7. Considere as seguintes linguagens:

$$\begin{aligned} L_1 = \ & \{\langle G, A, B\rangle \colon G \text{ é uma LLC, } A \text{ e } B \text{ são variáveis de } G, \text{ e os conjuntos de} \\ & \text{cadeias derivadas a partir de } A \text{ e } B \text{ são o mesmo}\} \\ L_2 = \ & \{\langle G_1, G_2\rangle \colon G_1 \text{ e } G_2 \text{ são LLCs e } L(G_1) = L(G_2)\} \end{aligned}$$

Responda:

(a) Mostre uma redução em tempo polinomial de L_1 para L_2

(b) Mostre uma redução em tempo polinomial de L_2 para L_1

(c) O que os dois itens anteriores dizem sobre L_1 e L_2 serem ou não NP-completas?

(ENADE 2014)

QUESTÃO 28

Um cientista afirma ter encontrado uma redução polinomial de um problema NP-Completo para um problema pertencente à classe P. Considerando que esta afirmação tem implicações importantes no que diz respeito à complexidade computacional, avalie as seguintes asserções e a relação proposta entre elas.

I. A descoberta do cientista implica P = NP.

PORQUE

II. A descoberta do cientista implica na existência de algoritmos polinomiais para todos os problemas NP-Completos.

A respeito dessas asserções, assinale a opção correta.

A As asserções I e II são proposições verdadeiras, e a II é uma justificativa correta da I.
B As asserções I e II são proposições verdadeiras, mas a II não é uma justificativa correta da I.
C A asserção I é uma proposição verdadeira, e a II é uma proposição falsa.
D A asserção I é uma proposição falsa, e a II é uma proposição verdadeira.
E As asserções I e II são proposições falsas.

(POSCOMP 2019)

QUESTÃO 40 – Considere as seguintes afirmações sobre classes de problemas:

I. O problema de decisão CAM, descrito a seguir, pertence à classe de complexidade P.

CAM (caminho em grafo)
Entrada: uma tripla (G,a,b) em que

- G é um grafo
- a e b são nodos de G

Pergunta: Existe caminho em G iniciando em a e terminando em b?

II. Um problema X pertence à classe de problemas NP-completos quando satisfaz às seguintes condições:

- X pertence à classe NP, e
- todo problema Y da classe NP pode ser reduzido em tempo polinomial a X.

III. Se um problema de decisão X pertence à classe P, então o complemento do problema X (problema com as mesmas instâncias que X, porém com as respectivas respostas invertidas) pertence à classe NP.

Quais estão corretas?

A) Apenas I.
B) Apenas III.
C) Apenas I e II.
D) Apenas II e III.
E) I, II e III.