Disciplinas MCTA015-13 / CCM-104 Linguagens Formais e Autômata / Teoria da Computação

Profa. Carla Negri Lintzmayer

carla.negri@ufabc.edu.br

www.professor.ufabc.edu.br/∼carla.negri

Centro de Matemática, Computação e Cognição – Universidade Federal do ABC

Aviso legal 👍

Estes slides não contêm um conteúdo completo sobre APs: são apenas um apoio gráfico a uma aula específica dada em sala.

O que APs têm a ver com LLCs?

Teorema

Uma linguagem é livre de contexto se e somente se algum autômato com pilha a reconhece.

O que APs têm a ver com LLCs?

Teorema

Uma linguagem é livre de contexto se e somente se algum autômato com pilha a reconhece.

Ideia:

($\Rightarrow$) Se L é livre de contexto, então existe um AP que a reconhece.
Se L é livre de contexto, então existe GLC G que a gera.
Construa um AP P que imite as derivações de G.

($\Leftarrow$) Se um AP reconhece L, então L é LLC.
Se um AP P reconhece L, vamos construir uma gramática G que gere apenas cadeias aceitas por P.

Ideia da demonstração da IDA do Teorema

Seja $G = (V, \Sigma, R, S)$ uma GLC que gera L.

Vamos construir um AP que simula *derivações à esquerda*.

Ideia da demonstração da IDA do Teorema

Seja $G = (V, \Sigma, R, S)$ uma GLC que gera L.

Vamos construir um AP que simula *derivações à esquerda*.

Nessas derivações, as cadeias são sempre da forma $\alpha X \lambda$, sendo $\alpha \in \Sigma^*$, $X \in V$ e $\lambda \in (\Sigma \cup V)^*$.

$$P \to 0P1P \mid 1P0P \mid \varepsilon$$

$$P \Rightarrow 0\underline{P}1P \Rightarrow 01\underline{P}0P1P \Rightarrow \underbrace{011}_{\alpha}\underbrace{P}_{X}\underbrace{0P0P1P}_{\lambda}$$

Ideia da demonstração da IDA do Teorema

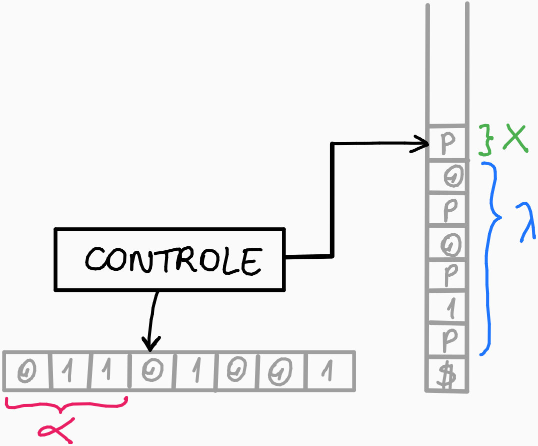
Seja $G = (V, \Sigma, R, S)$ uma GLC que gera L.

Vamos construir um AP que simula *derivações à esquerda*.

Nessas derivações, as cadeias são sempre da forma $\alpha X \lambda$, sendo $\alpha \in \Sigma^*$, $X \in V$ e $\lambda \in (\Sigma \cup V)^*$.

Faremos com que $X\lambda$ fique na pilha, com X no topo, e que α seja a parte já lida da entrada.

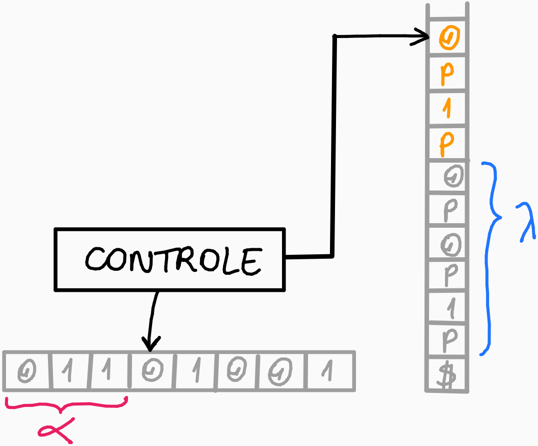
$$P \Rightarrow 0\underline{P}1P \Rightarrow 01\underline{P}0P1P \Rightarrow \underbrace{011}_{\alpha}\underbrace{P}_{X}\underbrace{0P0P1P}_{\lambda}$$



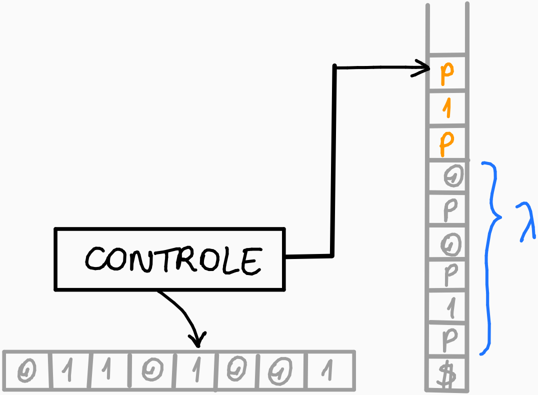
Ideia da demonstração da IDA do Teorema

$$P \Rightarrow 0\underline{P}1P \Rightarrow 01\underline{P}0P1P \Rightarrow \underbrace{011}_{\alpha}\underbrace{P}_{x}\underbrace{0P0P1P}_{\lambda}$$

$$\underbrace{P \to 0P1P}_{\text{regra}}$$



$$P \Rightarrow \textcircled{1}\underline{P}1P \Rightarrow \textcircled{1}1\underline{P}\textcircled{1}P1P \Rightarrow \underbrace{\textcircled{1}11}_{\alpha}\underbrace{P}_{X}\underbrace{\textcircled{1}P\textcircled{1}P1P}_{\lambda}$$



Ideia da demonstração da IDA do Teorema

"Formalização" do funcionamento de P:

- Empilha $\$$ e S (variável inicial)
- Repete:
    - Se o topo da pilha é uma variável A, "escolha" uma das regras $A \to \alpha$, desempilhe e empilhe α.
    - Se o topo da pilha é um terminal x, tente casá-lo com o símbolo da entrada.
    - Se o topo da pilha é $\$$, vá para o estado final.

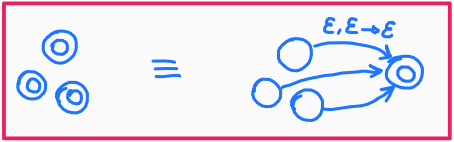
Ideia da demonstração da VOLTA do Teorema

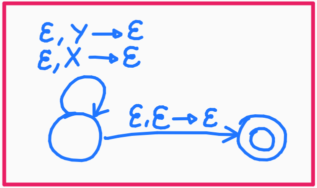
Seja $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$ um AP que reconhece L.

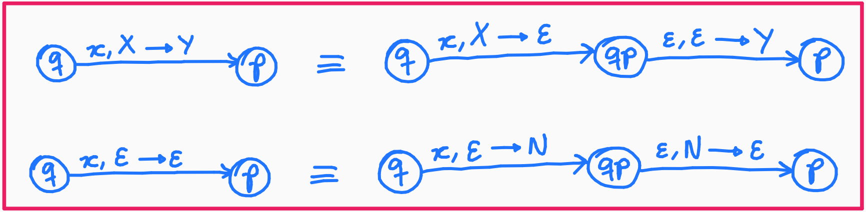
Ideia da demonstração da VOLTA do Teorema

Seja $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$ um AP que reconhece L.

Modifique P para ter um único estado final q_F, para esvaziar a pilha antes de aceitar e para que cada transição não empilhe e desempilhe ao mesmo tempo.







Ideia da demonstração da VOLTA do Teorema (cont.)

Criaremos uma gramática que terá uma variável A_{pq} para cada par de estados p e q de P de tal forma que

$$L(A_{pq}) = \{\alpha \in \Sigma^* \colon (p, \alpha\beta, \varepsilon) \vdash^* (q, \beta, \varepsilon)\}\,.$$

Ideia da demonstração da VOLTA do Teorema (cont.)

Criaremos uma gramática que terá uma variável A_{pq} para cada par de estados p e q de P de tal forma que

$$L(A_{pq}) = \{\alpha \in \Sigma^* \colon (p, \alpha\beta, \varepsilon) \vdash^* (q, \beta, \varepsilon)\}.$$

Seja $\alpha \in L(A_{pq})$. Certamente o primeiro movimento de P em α é de empilhar e o último é de desempilhar.

Ideia da demonstração da VOLTA do Teorema (cont.)

Criaremos uma gramática que terá uma variável A_{pq} para cada par de estados p e q de P de tal forma que

$$L(A_{pq}) = \{\alpha \in \Sigma^* \colon (p, \alpha\beta, \varepsilon) \vdash^* (q, \beta, \varepsilon)\}\,.$$

Seja $\alpha \in L(A_{pq})$. Certamente o primeiro movimento de P em α é de empilhar e o último é de desempilhar.

Temos duas possibilidades para o símbolo X empilhado no início:

1) ele é o símbolo que foi desempilhado no fim;
2) ele foi desempilhado antes do fim.

Ideia da demonstração da VOLTA do Teorema (cont.)

Temos duas possibilidades para o símbolo X empilhado no início:

1) ele é o símbolo que foi desempilhado no fim;
   Nesse caso, temos $(r, X) \in \delta(p, a, \varepsilon)$ e $(q, \varepsilon) \in \delta(s, b, X)$:

   adicione $A_{pq} \to aA_{rs}b$ à gramática

Ideia da demonstração da VOLTA do Teorema (cont.)

Temos duas possibilidades para o símbolo X empilhado no início:

1) ele é o símbolo que foi desempilhado no fim;
   Nesse caso, temos $(r, X) \in \delta(p, a, \varepsilon)$ e $(q, \varepsilon) \in \delta(s, b, X)$:

   adicione $A_{pq} \to aA_{rs}b$ à gramática

2) ele foi desempilhado antes do fim.
   Então a pilha ficou vazia em tal momento:

   adicione $A_{pq} \to A_{pr}A_{rq}$ à gramática $\forall r \in Q$

Ideia da demonstração da VOLTA do Teorema (cont.)

Temos duas possibilidades para o símbolo X empilhado no início:

1) ele é o símbolo que foi desempilhado no fim;
   Nesse caso, temos $(r, X) \in \delta(p, a, \varepsilon)$ e $(q, \varepsilon) \in \delta(s, b, X)$:

   adicione $A_{pq} \to aA_{rs}b$ à gramática

2) ele foi desempilhado antes do fim.
   Então a pilha ficou vazia em tal momento:

   adicione $A_{pq} \to A_{pr}A_{rq}$ à gramática $\forall r \in Q$

Adicione ainda $A_{pp} \to \varepsilon$ para todo $p \in Q$.

Ideia da demonstração da VOLTA do Teorema (cont.)

Temos duas possibilidades para o símbolo X empilhado no início:

1) ele é o símbolo que foi desempilhado no fim;
   Nesse caso, temos $(r, X) \in \delta(p, a, \varepsilon)$ e $(q, \varepsilon) \in \delta(s, b, X)$:

   adicione $A_{pq} \to aA_{rs}b$ à gramática

2) ele foi desempilhado antes do fim.
   Então a pilha ficou vazia em tal momento:

   adicione $A_{pq} \to A_{pr}A_{rq}$ à gramática $\forall r \in Q$

Adicione ainda $A_{pp} \to \varepsilon$ para todo $p \in Q$.

Faça $A_{q_0 q_F}$ a variável inicial. “ C.Q.D.”