Disciplinas MCTA015-13 / CCM-104 Linguagens Formais e Autômata / Teoria da Computação

Profa. Carla Negri Lintzmayer

carla.negri@ufabc.edu.br

www.professor.ufabc.edu.br/∼carla.negri

Centro de Matemática, Computação e Cognição – Universidade Federal do ABC

UFABC

Aviso legal 👍

Estes slides não contêm um conteúdo completo sobre MTs: são apenas um apoio gráfico a uma aula específica dada em sala.

Senta, que lá vem a história

Calculadores

- A noção de algoritmo é antiga, porém demorou a ser formalizada.
- Era suficiente para mostrar o que pode ser calculado, mas inútil para mostrar o que não pode ser.

Calculadores

- A noção de algoritmo é antiga, porém demorou a ser formalizada.
- Era suficiente para mostrar o que pode ser calculado, mas inútil para mostrar o que não pode ser.
- Em 1900, Hilbert lançou 23 problemas matemáticos para o século XX. Dentre eles:

Determinar um processo que pode ser especificado por um número finito de passos e que determina se um polinômio tem ou não raízes inteiras.

Calculadores

- De 1932 a 1936: Alonzo Church desenvolve cálculo-λ (coisas "efetivamente calculáveis") e Alan Turing desenvolve as máquinas (coisas "computáveis").

Calculadores

- De 1932 a 1936: Alonzo Church desenvolve cálculo-λ (coisas "efetivamente calculáveis") e Alan Turing desenvolve as máquinas (coisas "computáveis").
- Provaram que são dispositivos equivalentes.

Calculadores

- De 1932 a 1936: Alonzo Church desenvolve cálculo-λ (coisas "efetivamente calculáveis") e Alan Turing desenvolve as máquinas (coisas "computáveis").
- Provaram que são dispositivos equivalentes.
- Todo outro dispositivo já criado tem poder equivalente às máquinas de Turing.

Calculadores

- De 1932 a 1936: Alonzo Church desenvolve cálculo-λ (coisas "efetivamente calculáveis") e Alan Turing desenvolve as máquinas (coisas "computáveis").
- Provaram que são dispositivos equivalentes.
- Todo outro dispositivo já criado tem poder equivalente às máquinas de Turing.

A Tese Church-Turing

Tudo que possa ser calculado é computável.

De volta ao problema de Hilbert

- 1900: Determine um processo que pode ser especificado por um número finito de passos e que determina se um polinômio tem ou não raízes inteiras.

De volta ao problema de Hilbert

- 1900: Determine um processo que pode ser especificado por um número finito de passos e que determina se um polinômio tem ou não raízes inteiras.
- 1936: $A = \{\langle p \rangle : p$ é um polinômio com raízes inteiras$\}$.
  A é Turing-decidível?

De volta ao problema de Hilbert

- 1900: Determine um processo que pode ser especificado por um número finito de passos e que determina se um polinômio tem ou não raízes inteiras.
- 1936: $A = \{\langle p \rangle : p$ é um polinômio com raízes inteiras$\}$. A é Turing-decidível?
- 1970: Não é possível determinar tal processo.

Problemas com polinômios

Um problema mais simples

Considere $B = \{\langle p \rangle : p$ é um polinômio sobre x com raiz inteira$\}$

Um problema mais simples

Considere $B = \{\langle p \rangle : p$ é um polinômio sobre x com raiz inteira$\}$

$M_B =$ "`Sobre a entrada` $\langle p \rangle$`, onde` p `é um polinômio em` x`:`

1. `Para cada valor da sequência` $0, 1, -1, 2, -2, 3, 3, \ldots$`:`
   1.1 `Calcule` p `com esse valor em` x`.`
   1.2 `Se deu` 0`, aceite.`"

Um problema mais simples

Considere $B = \{\langle p \rangle \colon p$ é um polinômio sobre x com raiz inteira$\}$

$M_B =$ "`Sobre a entrada` $\langle p \rangle$`, onde` p `é um polinômio em` x`:`

1. `Para cada valor da sequência` $0, 1, -1, 2, -2, 3, 3, \ldots$`:`
   1.1 `Calcule` p `com esse valor em` x`.`
   1.2 `Se deu` 0`, aceite.`"

M_B apenas **reconhece** B.

Um problema mais simples

Mas $B = \{\langle p \rangle : p$ é um polinômio sobre x com raiz inteira$\}$ é decidível!

$M'_B =$ "Sobre a entrada $\langle p \rangle$, onde p é um polinômio em x:

1. Seja k o número de termos em p, c_{max} o coeficiente de maior valor absoluto e c_1 o coeficiente do termo de maior ordem.

Um problema mais simples

Mas $B = \{\langle p \rangle : p$ é um polinômio sobre x com raiz inteira$\}$ é decidível!

$M'_B =$ "`Sobre a entrada` $\langle p \rangle$`, onde` p `é um polinômio em` x`:`

1. `Seja` k `o número de termos em` p`,` c_{max} `o coeficiente de maior valor absoluto e` c_1 `o coeficiente do termo de maior ordem.`
2. `Para cada valor da sequência` $-k\frac{c_{max}}{c_1}, \ldots, 0, \ldots, k\frac{c_{max}}{c_1}$`:`
    2.1 `Calcule` p `com esse valor em` x`.`
    2.2 `Se deu` 0`, aceite.`
3. `Rejeite.`"

Um problema mais simples

Mas $B = \{\langle p \rangle : p$ é um polinômio sobre x com raiz inteira$\}$ é decidível!

$M'_B =$ "Sobre a entrada $\langle p \rangle$, onde p é um polinômio em x:

1. Seja k o número de termos em p, c_{max} o coeficiente de maior valor absoluto e c_1 o coeficiente do termo de maior ordem.
2. Para cada valor da sequência $-k\frac{c_{max}}{c_1}, \ldots, 0, \ldots, k\frac{c_{max}}{c_1}$:
   2.1 Calcule p com esse valor em x.
   2.2 Se deu 0, aceite.
3. Rejeite."

É impossível calcular tais limitantes para polinômios com mais de uma variável.

Sobre resolver problemas

Problemas

- Qualquer problema de decisão pode ser descrito como uma linguagem que contém instâncias `sim`.

Problemas

- Qualquer problema de decisão pode ser descrito como uma linguagem que contém instâncias `sim`.
- Decidir a linguagem equivale a resolver o problema.

Algoritmo para resolver um problema

$=$

MT para decidir uma linguagem

Problemas

1. Dado um grafo G, ele é conexo?
   $\{\langle G \rangle \colon G$ é grafo conexo$\}$

Problemas

1. Dado um grafo G, ele é conexo?
   $\{\langle G\rangle : G$ é grafo conexo$\}$
2. Dado um número p, ele é primo?
   $\{\langle p\rangle : p$ é um número primo$\}$

Problemas

1. Dado um grafo G, ele é conexo?
   $\{\langle G\rangle\colon G$ é grafo conexo$\}$
2. Dado um número p, ele é primo?
   $\{\langle p\rangle\colon p$ é um número primo$\}$
3. Dado um conjunto de objetos, existem dois iguais?
   $\{\#\alpha_1\#\alpha_2\ldots\#\alpha_k\colon \alpha_i \in \{0,1\}^*$ e $\alpha_i \neq \alpha_j \forall i \neq j\}$
   $\{\omega\#\omega\colon \omega \in \{0,1\}^*\}$

Problemas

1. Dado um grafo G, ele é conexo?
   $\{\langle G\rangle : G$ é grafo conexo$\}$
2. Dado um número p, ele é primo?
   $\{\langle p\rangle : p$ é um número primo$\}$
3. Dado um conjunto de objetos, existem dois iguais?
   $\{\#\alpha_1\#\alpha_2\dots\#\alpha_k : \alpha_i \in \{0,1\}^*$ e $\alpha_i \neq \alpha_j \forall i \neq j\}$
   $\{\omega\#\omega : \omega \in \{0,1\}^*\}$
4. Um dado número é potência de 2?
   $\{0^{2^n} : n \geq 0\}$

Problemas

1. Dado um grafo G, ele é conexo?
   $\{\langle G \rangle \colon G$ é grafo conexo$\}$
2. Dado um número p, ele é primo?
   $\{\langle p \rangle \colon p$ é um número primo$\}$
3. Dado um conjunto de objetos, existem dois iguais?
   $\{\#\alpha_1\#\alpha_2 \dots \#\alpha_k \colon \alpha_i \in \{0, 1\}^*$ e $\alpha_i \neq \alpha_j \forall i \neq j\}$
   $\{\omega\#\omega \colon \omega \in \{0, 1\}^*\}$
4. Um dado número é potência de 2?
   $\{0^{2^n} \colon n \geq 0\}$
5. Dados i, j, k, $i \times j = k$?
   $\{a^i b^j c^k \colon i \times j = k$ e $i, j, k \geq 1\}$