

Disciplina MCTA027-17 - Teoria dos Grafos

Primeira aula: introdução ao curso

Profa. Carla Negri Lintzmayer

`carla.negri@ufabc.edu.br`

`www.professor.ufabc.edu.br/~carla.negri`

Centro de Matemática, Computação e Cognição -- Universidade Federal do ABC

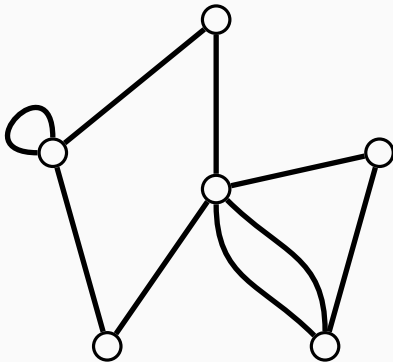


Estes slides contêm uma motivação (Seção 1) para o estudo de grafos, detalhes sobre esta disciplina (Seção 2) e alguns exercícios de revisão (Seção 3), sobre o conteúdo recomendado.

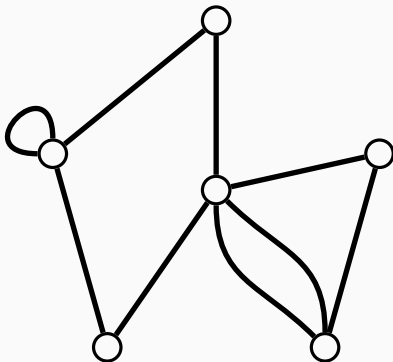
Motivação

- **Grafos** são estruturas que representam relacionamentos par-a-par entre objetos

- **Grafos** são estruturas que representam relacionamentos par-a-par entre objetos

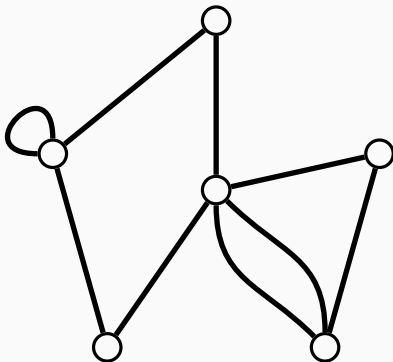


- **Grafos** são estruturas que representam relacionamentos par-a-par entre objetos



- Os objetos (pontos) são chamados **vértices**

- **Grafos** são estruturas que representam relacionamentos par-a-par entre objetos



- Os objetos (pontos) são chamados **vértices**
- As relações (linhas) são representadas por **arestas**

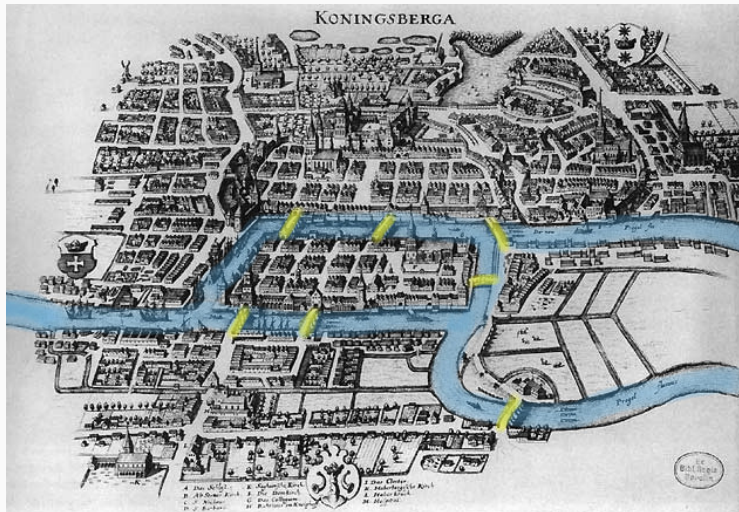
Tudo começou há um tempo atrás

Primeiro registro: Leonhard Euler, 1735, encontrou uma solução para o problema das Pontes de Königsberg.



Tudo começou há um tempo atrás

O problema: é possível seguir um caminho que atravessa cada ponte exatamente uma vez e volta ao ponto de partida?



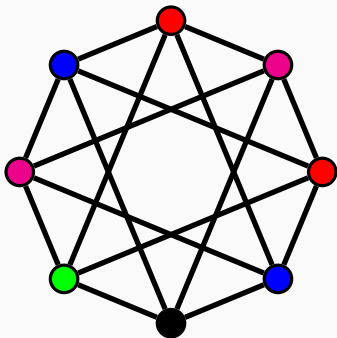
Por que estudar grafos?

Vértices podem representar pessoas, animais, computadores, fábricas, cidades, antenas, ...

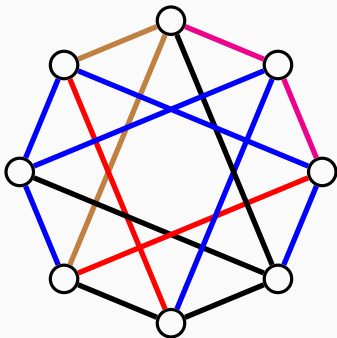
Arestas podem representar relações sociais, conexões, estradas, interferências, ...

E podemos ainda associar atributos aos vértices e arestas para aumentar ainda mais a gama de situações que podemos representar!

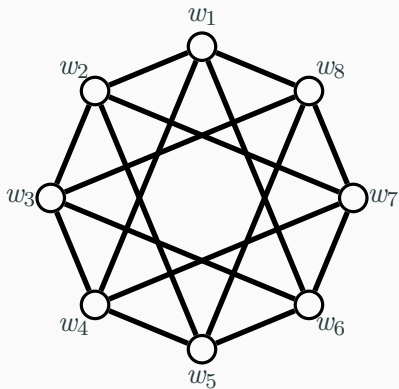
Grafos com cores nos vértices



Grafos com cores nas arestas

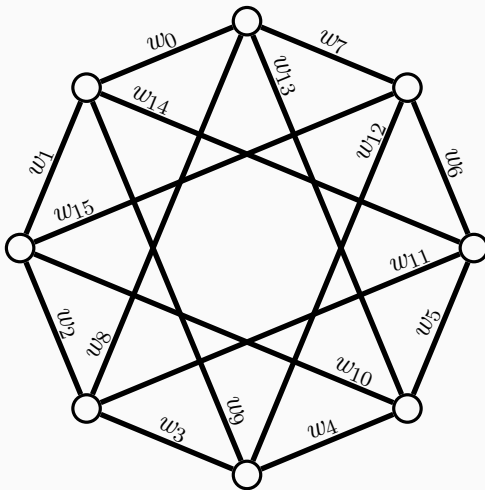


Grafos com pesos nos vértices



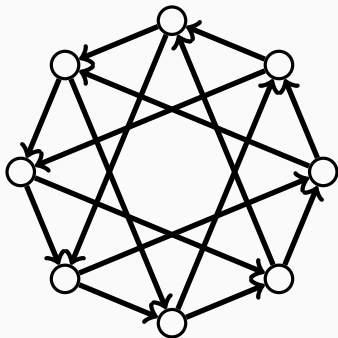
onde $w_i \in \mathbb{R}$ para todo i

Grafos com pesos nas arestas

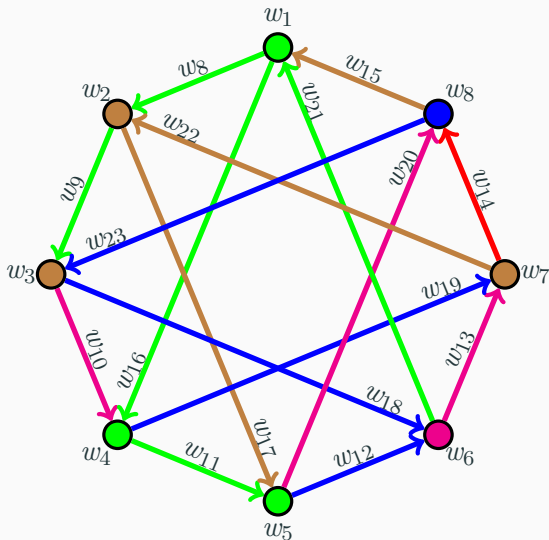


onde $w_i \in \mathbb{R}$ para todo i

Grafos com orientação nas arestas



Grafos com cores, pesos e orientações

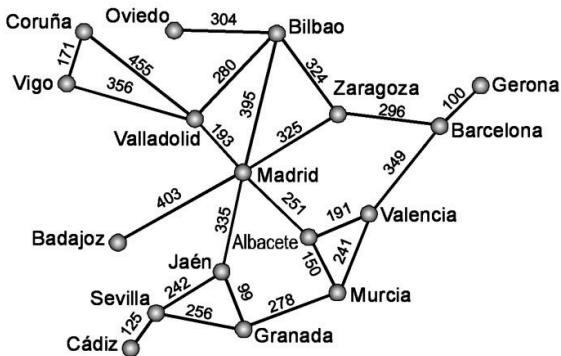


onde $w_i \in \mathbb{R}$ para todo i

Representar situações e resolver problemas

Malha rodoviária

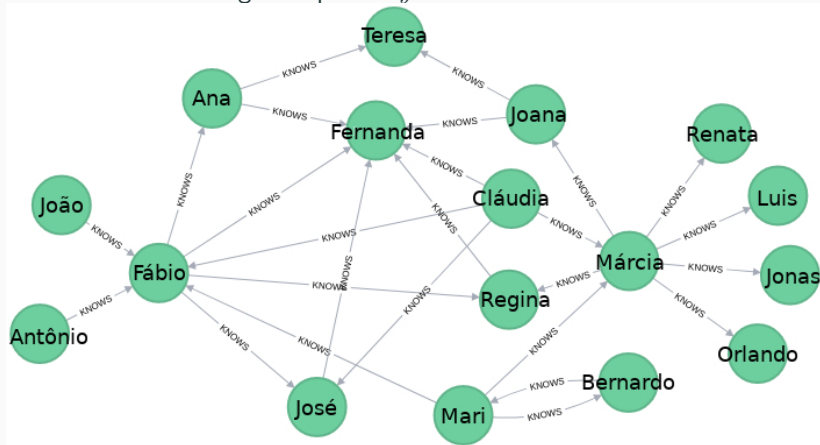
- Qual o jeito mais barato/rápido de ir de x a y ?
- É possível ir de x a y ?
- É possível sair de x , passar por todas as cidades uma única vez e voltar a x ?



Representar situações e resolver problemas

Redes sociais

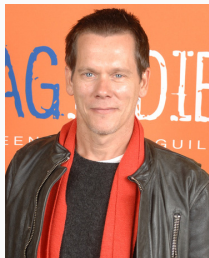
- Quais amigos convidar para uma festa onde todos se conheçam?
- Seguindo amigos de amigos, quantas páginas de pessoas diferentes visitarei até chegar na pessoa y ?



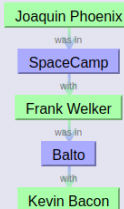
Representar situações e resolver problemas

Teoria dos seis graus de separação

- Bacon Number, Erdős Number.



Joaquin Phoenix has a Bacon number of 2.



How good a center is ?

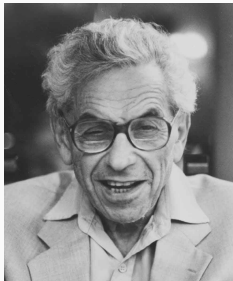
Kevin Bacon Number	# of People
0	1
1	819
2	58608
3	223224
4	100929
5	8231
6	823
7	65
8	14
9	15
10	3

<http://oracleofbacon.org/>

Representar situações e resolver problemas

Teoria dos seis graus de separação

- Bacon Number, Erdős Number.



Co-authorship distance computation

Find the path between two authors:

Paul Erdős	Carla Negri Lintzmayer
------------	------------------------

Paul Erdős
co-authored 4 papers with
Noga Alon
co-authored 1 paper with
Guillaume Fertin
co-authored 3 papers with
Carla Negri Lintzmayer
distance = 3

Paul Erdős
co-authored 8 papers with
Ronald L. Graham
co-authored 4 papers with
David S. Johnson
co-authored 9 papers with
Christos H. Papadimitriou
co-authored 1 paper with
Bill Gates
distance = 4

<https://www.csauthors.net/distance/>

Representar situações e resolver problemas

Redes

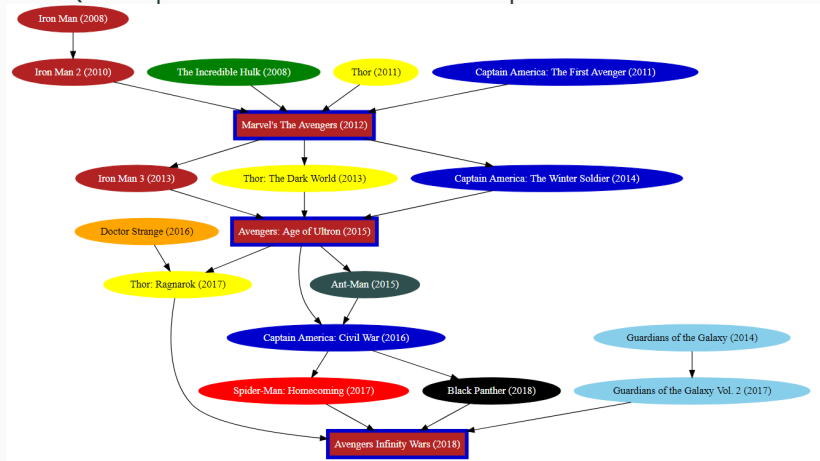
- Existem k computadores que, se ficarem offline, eliminam a conexão entre dois computadores online?
- Qual a forma mais barata de manter todos os computadores conectados entre si?



Representar situações e resolver problemas

Relações de precedência

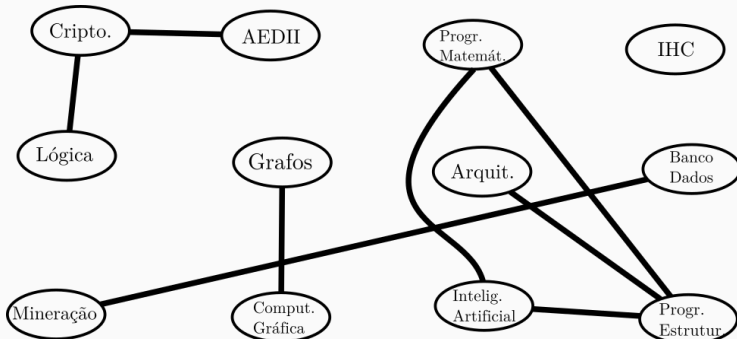
- Qual seqüência de filmes assistir sem dependências?



Representar situações e resolver problemas

Relações de exclusão mútua

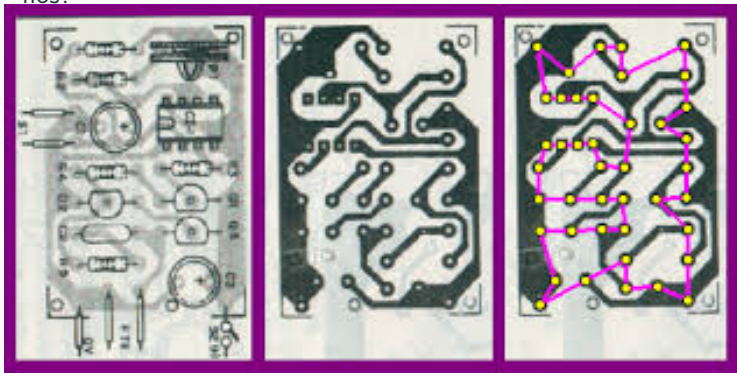
- Quais disciplinas podem ser ofertadas no mesmo horário?
- Quais disciplinas podem ser ofertadas nas salas disponíveis nesse horário?



Representar situações e resolver problemas

Circuitos

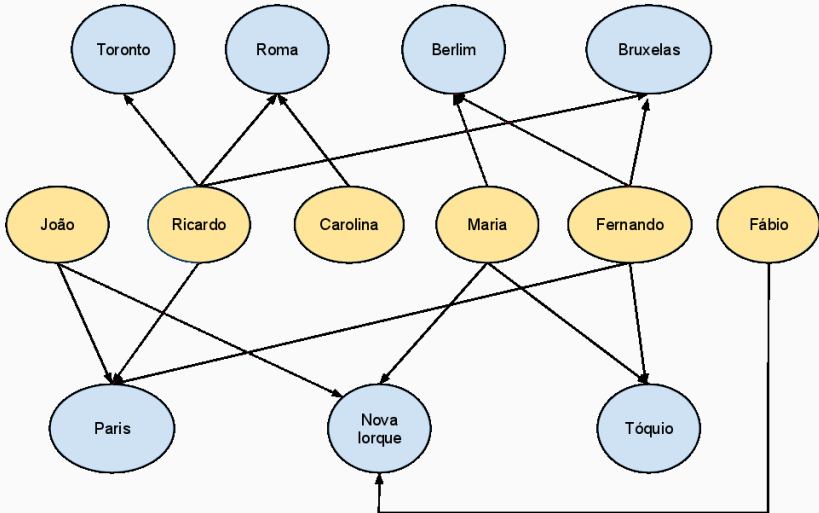
- Existe um curto circuito?
- É possível imprimir esse circuito em uma placa sem cruzamento de fios?



Representar situações e resolver problemas

Relações de preferência

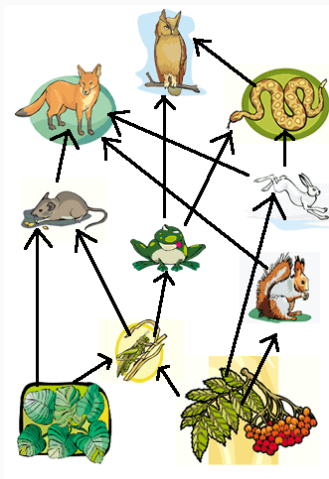
- É possível alocar todas as pessoas a empregos?



Curso

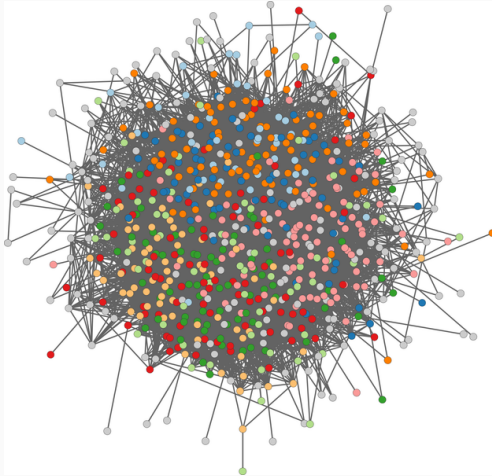
Por que estudar teoria dos grafos?

Grafos pequenos podem ser facilmente visualizados



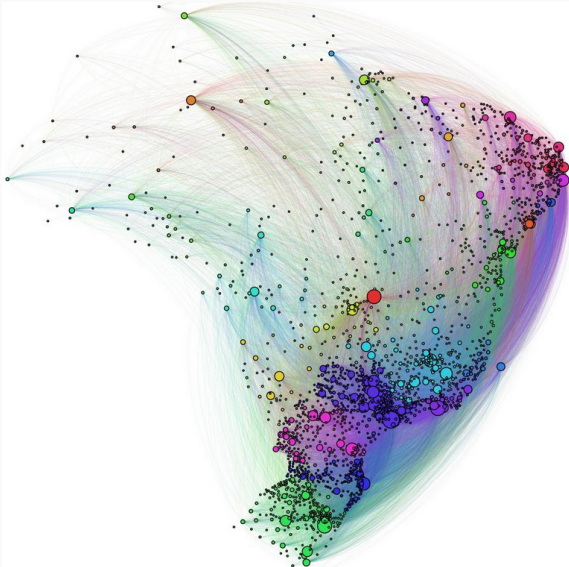
Por que estudar teoria dos grafos?

Em grafos grandes a situação pode ser bem diferente



Por que estudar teoria dos grafos?

Em grafos grandes a situação pode ser bem diferente



Por que estudar teoria dos grafos?

Impossível analisar visualmente a estrutura do grafo.

O que fazer?

Por que estudar teoria dos grafos?

Impossível analisar visualmente a estrutura do grafo.

O que fazer?

- Usar recursos computacionais

Por que estudar teoria dos grafos?

Impossível analisar visualmente a estrutura do grafo.

O que fazer?

- Usar recursos computacionais
- Usar técnicas sofisticadas envolvendo combinatória, probabilidade, álgebra, ...

Conhecer os principais aspectos da Teoria dos Grafos

Conhecer os principais aspectos da Teoria dos Grafos

- Conceitos e noções básicos

Conhecer os principais aspectos da Teoria dos Grafos

- Conceitos e noções básicos
- Alguns algoritmos e problemas importantes

Conhecer os principais aspectos da Teoria dos Grafos

- Conceitos e noções básicos
- Alguns algoritmos e problemas importantes
- Propriedades estruturais dos grafos

Conhecer os principais aspectos da Teoria dos Grafos

- Conceitos e noções básicos
- Alguns algoritmos e problemas importantes
- Propriedades estruturais dos grafos
- Classes importantes de grafos

Conhecer os principais aspectos da Teoria dos Grafos

- Conceitos e noções básicos
- Alguns algoritmos e problemas importantes
- Propriedades estruturais dos grafos
- Classes importantes de grafos
- Modelar problemas usando grafos

- Teoria (demonstrações): propriedades dos grafos, correção de algoritmos, análise de tempo de execução
- Prática (implementações): uso correto de estruturas de dados, resolução de problemas que envolvem grafos

<http://professor.ufabc.edu.br/~carla.negri/cursos/2023Q3-TG/>

- Estude bem o conteúdo do site.
- Verifique-o com frequência!

- Conteúdo no quadro
 - Recursos extras sempre estarão disponíveis no site
 - Notas de aula também
 - Eventuais exercícios extras em aula

- Conteúdo no quadro
 - Recursos extras sempre estarão disponíveis no site
 - Notas de aula também
 - Eventuais exercícios extras em aula
- Dependem da sua participação
 - Qualquer pergunta é sempre bem-vinda
 - Feedbacks também
 - Não deixe dúvidas acumularem

- Conteúdo no quadro
 - Recursos extras sempre estarão disponíveis no site
 - Notas de aula também
 - Eventuais exercícios extras em aula
- Dependem da sua participação
 - Qualquer pergunta é sempre bem-vinda
 - Feedbacks também
 - Não deixe dúvidas acumularem
- Espero que você
 - Respeite os horários
 - Seja autor das suas soluções
 - Não assine a lista de presença por outros

Estudar teoria é como aprender a correr uma maratona:

- Não dá pra aprender de última hora
- Não dá pra aprender apenas lendo um livro

Como fazer?

- Estudar um pouco cada dia e semanalmente
- Resolver as listas de exercícios
- Ir aos atendimentos

Exercícios de revisão

Exercício 1

Prove que $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2$ para todo inteiro $n \geq 1$.

Exercício 2

Qual o erro?



Exercício 3

Prove que para todo real x , se $x > 0$ então existe y real tal que $y(y + 1) = x$.

Exercício 4

Prove que, para todo $n \in \mathbb{N}$ tal que $n > 1$, todo tabuleiro de damas de tamanho $2^n \times 2^n$ quadriculado e que tenha um quadrado removido pode ser ladrilhado por triminós em forma de "L":

