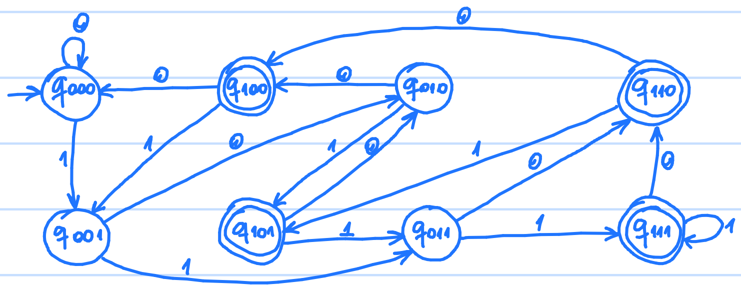
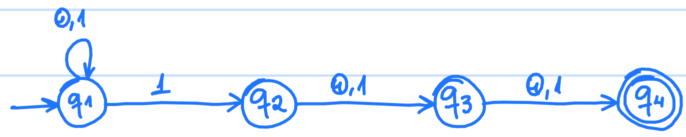
Por que dois modelos?

→ Note que todo AFD é um AFN

→ Talvez os AFN sejam mais poderosos?
↳ Ele certamente é mais simples (menor, mais fácil de construir) em alguns casos do que a versão determinística



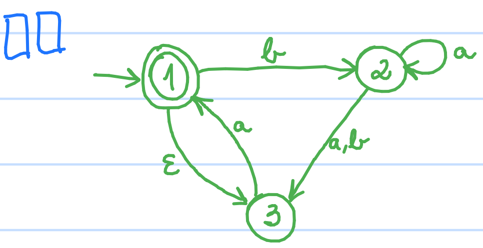


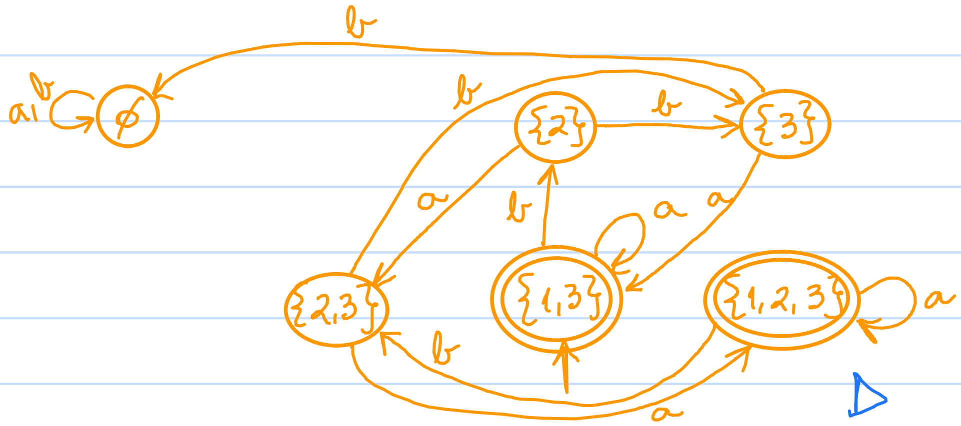
AFDs x AFNs

→ Dois autômatos são equivalentes se reconhecem a mesma linguagem.

TEOREMA: Todo AFN tem um AFD equivalente.

Ideia: Dado um AFN N, criar um AFD M tal que N aceita w sse M aceita w. Como?
Vamos fazer o AFD simular o AFN: ele precisará lembrar quais estados do AFN estão ativos.





$$\varphi(\{1,3\}, a) = E(\delta(\{1,3\}, a)) = E(\{1\}) = \{1,3\}$$
$$\varphi(\{1,3\}, b) = E(\delta(\{1,3\}, b)) = E(\{2\}) = \{2\}$$

DEMONSTRAÇÃO: Seja $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFN qualquer.

Vamos criar um AFD $M = (B, \Sigma, \varphi, p_0, T)$ em que

- $B = \mathcal{P}(Q)$
- Para $R \in B$ e $x \in \Sigma$, $\varphi(R, x) = E(\delta(R, x))$
- $p_0 = E(q_0)$
- $T = \{ R \in B : R \cap F \neq \emptyset \}$

Construa M a partir de N.

Resta mostrar que $L(N) = L(M)$.

Seja $w \in \Sigma^*$ qualquer. Note que $w \in L(N) \iff \hat{\delta}(q_0, w) \cap F \neq \emptyset$.

E $w \in L(M) \iff \hat{\varphi}(p_0, w) \in T$

Vamos então mostrar que $\hat{\delta}(q_0, w) = \hat{\varphi}(p_0, w)$, por indução em $|w|$.

BASE: $|w| = 0$. Então $w = \varepsilon$. Por definição, $\hat{\delta}(q_0, \varepsilon) = E(q_0)$ e

$\hat{\varphi}(p_0, \varepsilon) = p_0 = E(q_0)$. Logo, o resultado vale.

Seja então $n = |w| > 0$ e suponha que $\hat{\delta}(q_0, \alpha) = \hat{\varphi}(p_0, \alpha)$ para qualquer $\alpha \in \Sigma^*$ com $|\alpha| < n$.

Como $|w| > 0$, $w = \sigma x$, para $x \in \Sigma$ e $\sigma \in \Sigma^*$ com $|\sigma| = n-1$.

Então por HI vale que $\hat{\delta}(q_0, \sigma) = \hat{\varphi}(p_0, \sigma) = S$.

Pela definição de $\hat{\delta}$,

$$\hat{\delta}(q_0, w) = E(\delta(\hat{\delta}(q_0, \sigma), x)) = E(\delta(S, x)).$$

Pela construção de φ,

$$\varphi(S, x) = E(\delta(S, x)).$$

Pela definição de $\hat{\varphi}$,

$$\hat{\varphi}(p_0, w) = \varphi(\hat{\varphi}(p_0, \sigma), x) = \varphi(S, x)$$

Juntando e usando a HI

$$\hat{\varphi}(p_0, w) = \varphi(\hat{\varphi}(p_0, \sigma), x) = \varphi(S, x) = E(\delta(S, x)) = \hat{\delta}(q_0, w).$$

CQD

COROLÁRIO: Uma linguagem é regular se e somente se algum AFN a reconhece.

DEMONSTRAÇÃO:

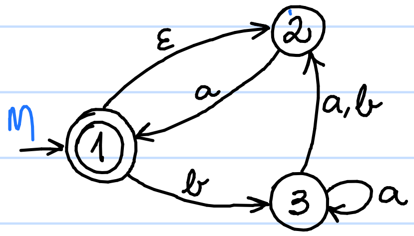
Seja L uma linguagem qualquer.

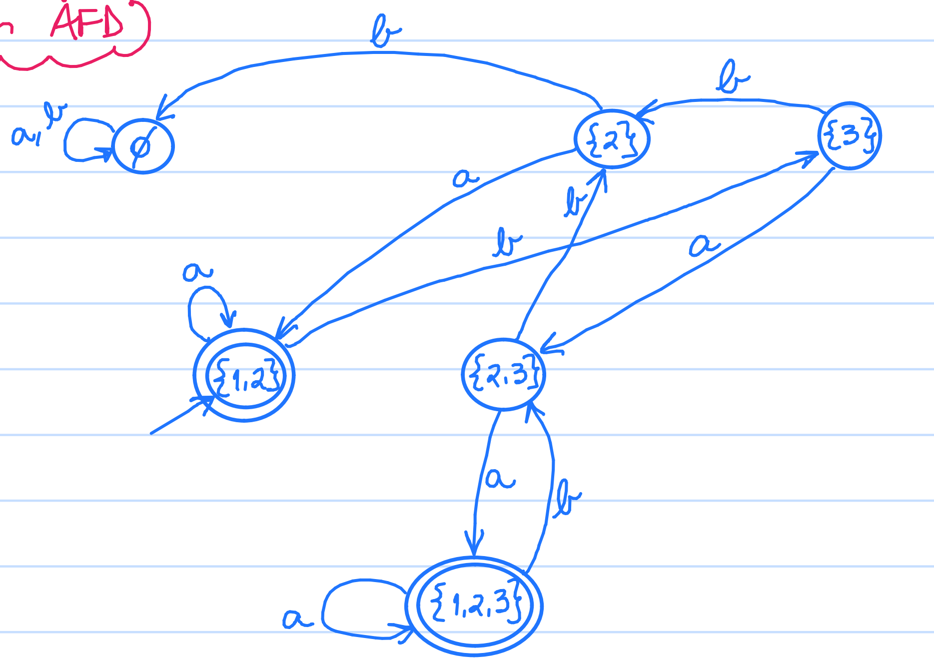
($\Rightarrow$) Suponha que L é regular.
Então, por definição, existe um AFD que a reconhece.
mas todo AFD é um AFN.

($\Leftarrow$) Suponha que existe um AFN N que reconhece L.
Pelo Teorema anterior, existe um AFD M equivalente a N.
Então, por definição, L é regular.

CQD

Conversão de AFN em AFD





Resumo

→ Linguagens regulares:
por definição, existe um AFD que a reconhece.

→ Se fizermos um AFN que reconhece uma linguagem, ela também será regular.
O teorema inclusive nos dá um algoritmo para criar um AFD equivalente.

→ Ponto negativo: se o AFN tem n estados, o AFD poderá ter 2^n.