



**Lista 5 - Redução**

1. Considere dois problemas de decisão  $A$  e  $B$ , sendo  $A$  indecidível e  $B$  decidível. Sejam  $C$  e  $D$  outros dois problemas. Suponha que seja possível construir reduções de  $A$  para  $C$ , de  $D$  para  $A$  e de  $D$  para  $B$ . Diga o que é possível afirmar sobre a decidibilidade de  $C$  e  $D$  com essas reduções, justificando sua resposta.
2. Considere o problema de se determinar se uma máquina de Turing de duas fitas em algum momento escreve um símbolo não-branco ( $\neq \sqcup$ ) sobre a segunda fita quando ela é executada sobre a entrada  $\omega$ . Seja  $R$  um decisor para esse problema. Responda as seguintes questões:
  - (a) Descreva esse problema como uma linguagem (chame-a de  $B_{MT}$ ).
  - (b) A máquina de Turing  $S$  a seguir é para o problema  $A_{MT} = \{\langle M, \omega \rangle : M \text{ é máquina de Turing e aceita } \omega\}$ . Ela usa uma redução de  $A_{MT}$  para  $B_{MT}$ . Formalize essa redução.
  - (c) Conclua o que for possível sobre  $S$ .  
 $S =$  “Sobre a entrada  $\langle M, \omega \rangle$ :
    - (a) Construa a seguinte máquina de Turing  $T$ , de duas fitas:  
 $T =$  “Sobre a entrada  $x$ :
      - i. Simule  $M$  sobre  $x$  usando a primeira fita.
      - ii. Se a simulação indicar que  $M$  aceita, escreva um símbolo não-branco na segunda fita.”
    - (b) Execute  $R$  sobre  $\langle T, \omega \rangle$ .
    - (c) Se  $R$  aceita, aceite. Caso contrário, rejeite.”
3. Considere a linguagem  $Y = \{\langle T, A \rangle : T \text{ é uma máquina de Turing, } A \text{ é um AFD e } L(T) = L(A)\}$ . Mostre que  $Y$  é indecidível usando redução e o problema  $A_{MT} = \{\langle M, \omega \rangle : M \text{ é uma máquina de Turing que aceita } \omega\}$ .

4. Considere as seguintes linguagens:

$$L_1 = \{\langle G, A, B \rangle : G \text{ é uma GLC, } A \text{ e } B \text{ são variáveis de } G, \text{ e os conjuntos de cadeias derivadas a partir de } A \text{ e } B \text{ são o mesmo}\}$$
$$L_2 = \{\langle G_1, G_2 \rangle : G_1 \text{ e } G_2 \text{ são GLCs e } L(G_1) = L(G_2)\}$$

Mostre uma redução de  $L_1$  para  $L_2$  e, em seguida, mostre uma redução de  $L_2$  para  $L_1$ .