Linguagens Formais e Automata
Centro de Matemática, Computação e Cognição
Universidade Federal do ABC
Profa. Carla Negri Lintzmayer
Lista 6 - Teoria da complexidade

1. Descreva o tempo de execução, em notação assintótica, da máquina a seguir, que decide a linguagem $X = \{0^{2^k} : k \geq 0\}$:

   $M_X =$ "`Sobre a entrada` ω `de entrada:`

   (a) `Faça uma varredura da esquerda para a direita na fita, marcando um 0 não e outro sim.`
   (b) `Se em (a) a fita tinha um único 0, aceite.`
   (c) `Se em (a) a fita tinha mais de um 0 e o número de zeros é ímpar, rejeite.`
   (d) `Retorne para a extremidade esquerda.`
   (e) `Vá para (a).`"

2. Para cada afirmação abaixo, indique se a mesma é verdadeira ou falsa, justificando sempre:

   (a) Uma linguagem X é NP-completa quando X pertence à classe NP e X é redutível em tempo polinomial para qualquer outra linguagem Y na classe NP.

   (b) Toda linguagem que está na classe P também está na classe NP.

   (c) É possível provar que uma linguagem está na classe P apresentando uma redução de tempo polinomial desta linguagem para outra que pertence à NP-completo.

   (d) Se existir uma linguagem NP-completo com solução em tempo polinomial por uma MT determinística, então todas as linguagens em NP terão soluções em tempo polinomial por uma MT determinística.

   (e) A classe de linguagens NP consiste das linguagens que não pertencem à classe P.

   (f) Se a linguagem A pode ser reduzida em tempo polinomial para a linguagem B e B está na classe P, então A está na classe P.

3. Sejam CICLOHAMILT $= \{\langle G \rangle : G$ é um grafo que tem um ciclo Hamiltoniano$\}$ e TSP $= \{\langle G, w, k \rangle : G$ é um grafo completo, $w \in E(G) \to \mathbb{Z}$ e $k \in \mathbb{Z}$ são tais que G tem um ciclo Hamiltoniano de custo no máximo $k\}$.

   Considere um grafo G, instância para CICLOHAMILT. Crie um novo grafo G' completo, com os mesmos vértices de G. Atribua os custos da seguinte forma: $w(e) = 0$ se $e \in E(G)$ e $w(e) = 1$ se $e \notin E(G)$. Por fim, tome $k = 0$.

   Prove que $\langle G \rangle \in$ CICLOHAMILT se e somente se $\langle G', w, k \rangle \in$ TSP.

   O que podemos concluir?

4. Seja CAMINHOHAMILT $= \{\langle G \rangle : G$ é um grafo que tem um caminho Hamiltoniano$\}$. Considere que essa linguagem é NP-completa.

   Prove que CICLOHAMILT é NP-completa fazendo uma redução a partir de CAMINHOHAMILT.

5. Seja INDEPSET $= \{\langle G, k\rangle \colon G$ é um grafo que tem um conjunto independente de tamanho $\geq k\}$.

   Um conjunto independente é um conjunto $S \subseteq V(G)$ de vértices tal que para todo par $x, y \in S$, não existe aresta entre x e y.

   Prove que INDEPSET é NP-completa fazendo uma redução a partir de VERTEX-COVER.

   Dica: um conjunto independente é uma clique no grafo complementar.

6. Seja SETCOVER $= \big\{\langle U, \mathcal{S}, k\rangle \colon T = \{u_1, \ldots, u_n\}$ é um conjunto de n elementos, $\mathcal{S} = \{S_1, \ldots, S_m\}$ é uma coleção de subconjuntos de T, isto é, $S_i \subseteq T$ para todo $S_i \in \mathcal{S}$, e $k \in \mathbb{N}$ são tais que existem no máximo k conjuntos em $\mathcal{S}$ cuja união é igual a $T\big\}$.

   Prove que SETCOVER é NP-completa fazendo uma redução a partir de VERTEX-COVER.

(ENADE 2014)

QUESTÃO 28

Um cientista afirma ter encontrado uma redução polinomial de um problema NP-Completo para um problema pertencente à classe P. Considerando que esta afirmação tem implicações importantes no que diz respeito à complexidade computacional, avalie as seguintes asserções e a relação proposta entre elas.

I. A descoberta do cientista implica P = NP.

PORQUE

II. A descoberta do cientista implica na existência de algoritmos polinomiais para todos os problemas NP-Completos.

A respeito dessas asserções, assinale a opção correta.

A As asserções I e II são proposições verdadeiras, e a II é uma justificativa correta da I.
B As asserções I e II são proposições verdadeiras, mas a II não é uma justificativa correta da I.
C A asserção I é uma proposição verdadeira, e a II é uma proposição falsa.
D A asserção I é uma proposição falsa, e a II é uma proposição verdadeira.
E As asserções I e II são proposições falsas.

(POSCOMP 2019)

QUESTÃO 40 – Considere as seguintes afirmações sobre classes de problemas:

I. O problema de decisão CAM, descrito a seguir, pertence à classe de complexidade P.

CAM (caminho em grafo)
Entrada: uma tripla (G,a,b) em que

- G é um grafo
- a e b são nodos de G

Pergunta: Existe caminho em G iniciando em a e terminando em b?

II. Um problema X pertence à classe de problemas NP-completos quando satisfaz às seguintes condições:

- X pertence à classe NP, e
- todo problema Y da classe NP pode ser reduzido em tempo polinomial a X.

III. Se um problema de decisão X pertence à classe P, então o complemento do problema X (problema com as mesmas instâncias que X, porém com as respectivas respostas invertidas) pertence à classe NP.

Quais estão corretas?

A) Apenas I.
B) Apenas III.
C) Apenas I e II.
D) Apenas II e III.
E) I, II e III.