Universidade Federal do ABC
Primeira Prova de Funções de Várias Variáveis
11/Dez/2013 - Turma das 14h

Nome: ____

1. (2,5 pontos) Mostre que a função

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2+y^2} & se\, x^2+y^2 \neq 0 \\ 0 & se\, x^2+y^2 = 0 \end{cases}$$

é contínua em relação a cada uma das variáveis x e y separadamente, mas não é contínua no ponto $(0,0)$ em relação ao conjunto dessas variáveis.

2. (2,5 pontos) Mostre que a derivada da função

$$z(x,y) = \frac{y^2}{x}$$

calculada em qualquer ponto da elipse $2x^2 + 2y^2 = C^2$ ($C = constante$) na direção normal à elipse é igual a zero.

3. (2,5 pontos) Seja a função $u(x,y) = \Phi\left(x^2+y^2\right)$, em que $x = r\cos\varphi$ e $y = r\sin\varphi$. Mostre, usando a regra da cadeia, que

$$\frac{\partial u}{\partial \varphi} = 0\,.$$

4. (2,5 pontos) Considere a função

$$f(x,y) = \begin{cases} \left(x^2+y^2\right)\sin\frac{1}{x^2+y^2} & se\ (x,y) \neq 0 \\ 0 & se\ (x,y) = 0 \end{cases}$$

a)Mostre que $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)$ não é contínua na origem. b)Verique se $f(x,y)$ é diferenciável na origem.