Nome:____

Álgebra Linear

Prova 2 - 25/08/2014

1. (2,5) Seja V o espaço das matrizes simétricas 2×2 sobre $\mathbb{R}$.

   (a) Mostre que $\dim V = 3$.

   (b) Encontre o vetor coordenada da matriz $A = \begin{pmatrix} 4 & -11 \\ -11 & -7 \end{pmatrix}$ em relação à base $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & -5 \end{pmatrix} \right\}$.

2. (2,5) Seja $T : V \to U$ uma transformação linear e suponha $v_1, v_2, \ldots, v_n \in V$ tais que suas imagens $T(v_1), T(v_2), \ldots, T(v_n)$ são linearmente independentes. Mostre que os vetores $v_1, v_2, \ldots, v_n$ também são linearmente independentes.

3. (2,5) Considere as bases
   $B = \{1, 1+x, 1+x^2\}$ de $P_2(\mathbb{R})$ e $B' = \{(1,0), (i,0), (1,1), (1,i)\}$ de $\mathbb{C}^2$
   e considere $P_2(\mathbb{R})$ e $\mathbb{C}$ como espaços vetoriais sobre $\mathbb{R}$. Encontre a matriz da transformação linear $T : P_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{C}^2$ dada por $T(a + bx + cx^2) = (a + bi, b + ci)$ em relação às bases B e B'.

4. (2,5) Seja a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

   (a) Determine os autovalores e uma base de cada autoespaço de A.

   (b) Encontre uma solução geral para a equação diferencial $X' = AX$.