Nome:____

Álgebra Linear

Prova 2 - 24/04/2015

1. (2,5) Encontre o valor de k para o qual o operador $P : \mathbb{R}^3 \to R^3$, cuja matriz na base canônica é

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & x \end{pmatrix}$$

   seja uma projeção, ou seja, $P^2 = P$. Determine um vetor normal ao plano da projeção e a equação desse plano, passando pela origem.

2. (2,5) Prove que o núcleo e a imagem de uma transformação linear $A : E \to F$ são, respectivamente, subespaçoes vetoriais de E e de F.

3. (2,5) Ache os autovalores da matriz:

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

   Dica: Calcule o determinante pela regra de Laplace usando a primeira coluna e fatore o resultado até obter o produto de dois polinônios de segundo grau.

4. (2,5) Resolva o sistema

$$\begin{cases} y_1' = y_1 + 3y_2 \\ y_2' = 4y_1 + 5y_2 \end{cases}$$

   e encontre a solução que satisfaz as condições iniciais $y_1(0) = 2$ e $y_2(0) = 1$.

(1,0) Bônus: Encontre uma base de autovetores para a matriz do item 3.