Bases Matemáticas - 3^o quadrimestre de 2017

Prof.^{a} Cecilia Chirenti

Lista 5 - Limites de Funções - Noções de Derivada

1. Use a definição de limite para provar os limites abaixo:

   (a) $\lim_{x\to 3} 2x = 6$ (b) $\lim_{x\to 2}(x^2-1) = 3$

2. Calcule os seguintes limites:

   (a) $\lim_{x\to 3}(x^2-3x+2)$ (c) $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$ (e) $\lim_{h\to 0}\frac{(2+h)^4-16}{h}$

   (b) $\lim_{x\to -1}\frac{1}{2x-5}$ (d) $\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x}-2}{4-x}$ (f) $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}}{x+1}$

3. Esboce os gráficos das funções dadas abaixo e determine os limites indicados:

   (a) $\lim_{x\to -1} f(x)$ e $\lim_{x\to 0} f(x)$ para (b) $\lim_{x\to -1} h(x)$ e $\lim_{x\to 1} h(x)$ para

$$f(x) = \begin{cases} -x, \text{ para} x < -1 \\ -2, \text{ para} x = -1 \\ -x^2, \text{ para} x > -1 \end{cases} \qquad h(x) = \begin{cases} -\frac{4}{x}, \text{ para} -4 \leq x < -1 \\ 4, \text{ para} -1 < x < 1 \\ \frac{4}{x}, \text{ para} 1 < x \leq 4 \end{cases}$$

4. Calcule os seguintes limites:

   (a) $\lim_{x\to 0^+}\frac{3x^2-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ (c) $\lim_{z\to 4^+}\frac{z-4}{\sqrt{z}-2}$

   (b) $\lim_{y\to 0}\frac{1-\sqrt{1+y}}{7y}$ (d) $\lim_{x\to 1}\frac{1}{x-1}\left(\frac{1}{x+3}-\frac{2}{3x+5}\right)$

5. Calcule os seguintes limites:

   (a) $\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg} x}{x}$; (c) $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x}$

   (b) $\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} kx}{x}$ (d) $\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}\alpha x}{\operatorname{sen}\beta x}$

6. Formule as definições dos limites indicados abaixo:

(a) $\lim_{x\to x_0^+} f(x) = \infty$

(b) $\lim_{x\to x_0^-} f(x) = \infty$

(c) $\lim_{x\to x_0} f(x) = -\infty$

(d) $\lim_{x\to -\infty} f(x) = \infty$

(e) $\lim_{x\to \infty} f(x) = L$

(f) $\lim_{x\to -\infty} f(x) = L$

7. Determine o menor $X > 0$ tal que $|(3x+2)/(x-1) - 3| < \varepsilon$ para todo $x > X$ se

   (a) $\varepsilon = 0,01$

   (b) $\varepsilon = 0,001$

   (c) $\varepsilon = 0,0001$

8. Usando a definição de limite, prove que:

   (a) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{4-2x}{3x+2} = \dfrac{-2}{3}$

   (b) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{x^4+1}{x^2} = \infty$

   (c) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{\operatorname{sen} x}{x} = 0$

9. Usando a definição de limite, prove que $\lim_{x\to\infty}(2x-1)/(3x+4)$ não pode ser $\frac{1}{2}$.

10. Prove que $\lim_{x\to\infty} f(x)/g(x) = A/B$ se $\lim_{x\to\infty} f(x) = A$ e $\lim_{x\to\infty} g(x) = B \neq 0$.

11. Calcule os seguintes limites:

    (a) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{4-2x-3x^2}{2x^2+x}$

    (b) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{3x^2-5x+4}}{2x-7}$

    (c) $\lim_{x\to\infty} (\sqrt{x^2+x} - x)$

    (d) $\lim_{x\to\infty} \sqrt[3]{\dfrac{(3-\sqrt{x})(\sqrt{x}+2)}{8x-4}}$

    (e) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{4\cdot 10^x - 3\cdot 10^{2x}}{3\cdot 10^{x-1} + 2\cdot 10^{2x-1}}$

    (f) $\lim_{x\to\infty} (2^x+3^x)^{1/x}$

12. Calcule os seguintes limites:

    (a) $\lim_{x\to\infty} \left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x+5}$

    (b) $\lim_{x\to\infty} \left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{3x}$

    (c) $\lim_{x\to\infty} \left(1+\dfrac{2}{x}\right)^{x}$

13. $\lim_{x\to\infty} \left(\dfrac{x+3}{x-1}\right)^{x+3}$

14. Usando a definição de continuidade, mostre que

    (a) a função x^2 é contínua em $x = 4$.

    (b) a função $(x-1)/(x+1)$ é contínua em $x = 1$.

15. Seja $f(x) = \begin{cases} 2x-3\,, & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2-3\,, & 2 < x \leq 4 \end{cases}$. Discuta (a) a continuidade e (b) a derivabilidade de $f(x)$ em $0 \leq x \leq 4$.

16. Use o Teorema do Valor Intermediário para mostrar que existe pelo menos uma solução x da equação $(x^3-2x)/(x+3) = -3$, com $-2 \leq x \leq 2$.

17. Calcule a inclinação dos gráficos das funções abaixo nos valores de x dados e determine as equações das retas tangentes correspondentes. Esboce o gráfico em cada caso.

    (a) $f(x) = x^2 - 2$ em $x = \frac{3}{2}$, $x = -\frac{5}{3}$, $x = a$ qualquer.
    (b) $f(x) = \frac{2x^2}{3} - 3x$ em $x = -1$, $x = \frac{2}{3}$, $x = a$ qualquer.
    (c) $f(x) = \frac{x^2}{2} - 3x + 1$ em $x = 0$, $x = 3$, $x = a$ qualquer.
    (d) $f(x) = x^2 - x - 2$ em $x = \frac{1}{2}$, $x = -1$, $x = 2$, $x = a$ qualquer.
    (e) $f(x) = \frac{1}{x}$ em $x = 1$, $x = 2$, $x = a \neq 0$.
    (f) $f(x) = \frac{x}{x+2}$ em $x = 2$, $x = a \neq 0$.
    (g) $f(x) = \frac{1}{x-1}$ em $x = a \neq 1$.
    (h) $f(x) = \frac{3}{2x-1}$ em $x = a \neq \frac{1}{2}$.
    (i) $f(x) = x^3$ em $x = a$ qualquer.
    (j) $f(x) = \sqrt{x}$ em $x = 1$, $x = 4$, $x = a > 0$.

18. Usando a definição, calcule as derivadas das funções seguintes no ponto indicado:

    (a) $f(x) = \frac{3x-4}{2x+3}$ em $x = 1$
    (b) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 5$ em $x = 2$
    (c) $f(x) = \sqrt{x}$ em $x = 4$
    (d) $f(x) = \sqrt[3]{6x-4}$ em $x = 2$

19. Exercícios dos Capítulos 2 e 3 do Stewart. (Não é tudo! Compare com as notas de aula.)

20. Exercícios dos capítulos 3 e 7 do Guidorizzi. (Não é tudo! Compare com as notas de aula.)