Nome:____

Funções de Várias Variáveis

Prova 1 - 01/07/2010

1. Domínio e continuidade de funções de várias variáveis.

   (a) Encontre o domínio da função $z = \operatorname{arcsen} \frac{x}{2} + \sqrt{xy}$ e represente-o graficamente. (1,0 ptos)

   (b) Determine o conjunto dos pontos de continuidade da função dada abaixo. Justifique o cálculo dos limites. (1,5 ptos)

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2+y^2} & , \text{ se } x^2+y^2 \neq 0\,, \\ 0 & , \text{ se } x = y = 0\,. \end{cases}$$

2. Considere a superfície S descrita por $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$.

   (a) Esboce o gráfico de S e identifique esta superfície. (0,5 ptos)

   (b) Encontre os pontos de S em que o plano tangente é paralelo a $x + 4y + 6z = 0$. (1,5 ptos)

   (c) Escreva a equação dos planos tangentes a S que passam pelos pontos encontrados no item (b). (0,5 ptos)

3. Mostre que, para duas funções de duas variáveis $f = f(x,y)$ e $g = g(x,y)$, as regras usuais de derivação são satisfeitas também no cálculo da diferencial total:

   (a) $d(f+g) = df + dg$; (0,5 ptos)

   (b) $d(fg) = gdf + fdg$; (1,0 ptos)

   (c) $d\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{gdf - fdg}{g^2}$. (1,0 ptos)

4. Derivada de funções compostas

   (a) Escreva a expressão geral da regra da cadeia para $\frac{dz}{dt}$, se $z = f(x,y)$ com $x = \phi(t)$ e $y = \psi(t)$. (0,5 ptos)

   (b) Seja $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ e $y = x^2$. Calcule $\frac{\partial z}{\partial x}$, em termos de x e y. (1,0 ptos)

   (c) Calcule pela regra da cadeia $\frac{dz}{dx}$ para a mesma função do item (b). Apresente o resultado em termos só de x. (1,0 ptos)