Nome:____

Funções de Várias Variáveis - Prova 1 - Turma B2 - 16/03/2017

ATENÇAO: Marque as respostas nesta folha, e justifique as alternativas escolhidas na folha de respostas. Alternativas corretas sem justificativa ou com justificativas incorretas não serão consideradas.

1. (1,0 ponto) Sobre a curva de nível de $z = y^2 - x^2$ correspondente a $z = 1$, marque a alternativa correta:

   (a) é uma elipse
   (b) é uma circunferência
   (c) não intercepta o eixo y
   (d) não intercepta o eixo x
   (e) nenhuma das anteriores

2. (1,0 ponto) A superfície definida por $z^2 = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$ é um

   (a) parabolóide elíptico
   (b) hiperbolóide
   (c) parabolóide hiperbólico
   (d) elipsóide
   (e) cone elíptico

3. (1,0 ponto) Considere a função:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{x^4+y^4}\,, & (x,y) \neq (0,0)\,, \\ 0\,, & (x,y) = (0,0)\,. \end{cases}$$

   A respeito dessa função, avalie as informações a seguir:

   (I) Ao longo das retas $y = cx$, o valor da função f é constante.
   (II) A função f não é contínua nem diferenciável em $(0,0)$.
   (III) A função f satisfaz $|f(x,y)| < \frac{1}{2}$, quaisquer que sejam $(x,y) \in \mathbb{R}$, com $x \neq y$.

   é correto o que se afirma em:

   (a) I, II e III
   (b) I e II, apenas
   (c) I e III, apenas
   (d) II, apenas
   (e) III, apenas

4. (1,0 ponto) Sejam

$$L_1 = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{4xy^3 + 2x^3 - y^7}{x^2 + 5y^6}$$

   e

$$L_2 = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3(1 - \cos(x^2 + y^2))}{(x^2 + y^2)^3}$$

   . Então

   (a) $L_1 = L_2 = 0$
   (b) L_1 não existe e $L_2 = 0$
   (c) L_1 não existe e $L_2 = \frac{1}{2}$
   (d) $L_1 = 0$ e L_2 não existe
   (e) os dois limites não existem

5. (1,0 ponto) Considere a função:

$$f(x,y) = \begin{cases} xy\operatorname{tg}\frac{y}{x}\,, & (x,y) \neq (0,0)\,, \\ 0\,, & (x,y) = (0,0)\,. \end{cases}$$

   Escolha a resposta correta:

   (a) $xf_x + yf_y = 2f$
   (b) $xf_y + yf_x = 2f$
   (c) $xf_x - yf_y = 2f$
   (d) $xf_x + yf_y + xy = 2f$
   (e) nenhuma das anteriores

6. (1,0 ponto) Considere $u(x,y) = f(x - 4y) + g(x + 4y)$, em que f e g são funcões reais quaisquer, deriváveis até a segunda ordem, com $u_{xx} \neq 0$ para todo x e y. Nesse caso, $\frac{u_{yy}}{u_{xx}}$ é igual a:

   (a) 16
   (b) 8
   (c) 0

(d) -8

(e) -16

7. (1,0 ponto) A derivada direcional de $\phi(x, y, z) = xyz$ no ponto $(1, 1, 1)$ na direção do vetor $\vec{i}$ é

   (a) 2

   (b) 1

   (c) 0

   (d) -1

   (e) nenhuma das anteriores

8. (1,0 ponto) Seja $F : \mathbb{R}^{\nvDash} \to \mathbb{R}$ uma função diferenciável e suponha que $F(x, y, z) = 0$ define implicitamente funções não nulas e diferenciáveis $z = f(x, y)$, $y = g(x, z)$ e $x = h(y, z)$. Nessa situação, analise as afirmações abaixo.

   (I) $\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x}$

   (II) Se $F_z(x, y, z) \neq 0$, então $\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F_x(x,y,z)}{F_z(x,y,z)}$

   (III) $\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial z} = 1$

   é correto o que se afirma em

   (a) I, II e III

   (b) I e II, apenas

   (c) I e III, apenas

   (d) II, apenas

   (e) III, apenas

9. (1,0 ponto) Encontre um vetor normal à curva $x^2 + \ln y - 2x = 0$ no ponto $(3, 1)$:

   (a) $5\vec{i} - 4\vec{j}$

   (b) $4\vec{i} + 5\vec{j}$

   (c) $4\vec{i} + \vec{j}$

   (d) $-\frac{4}{5}\vec{i} + \vec{j}$

   (e) nenhuma das anteriores

10. (1,0 ponto) Um vetor unitário normal à superfície $z = x^2 + y^2$ no ponto $(-2, -1, 5)$ é

    (a) $\frac{4\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}}{\sqrt{21}}$

    (b) $-2\frac{4\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}}{\sqrt{21}}$

    (c) $\frac{4\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}}{\sqrt{21}}$

    (d) $\frac{4\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}}{\sqrt{21}}$

    (e) nenhuma das anteriores