

Funções de uma variável – Lista 4

Exercício 1. Mostre que as seguintes igualdades valem:

- (a) $\int \sec^2(x) \, dx = \operatorname{tg}(x) + k;$
- (b) $\int \cotg(x) \operatorname{cosec}(x) \, dx = -\operatorname{cosec}(x) + k;$
- (c) $\int \sec(x) \operatorname{tg}(x) \, dx = \sec(x) + k;$
- (d) $\int \operatorname{cosec}^2(x) \, dx = -\cotg(x) + k.$

Exercício 2. Calcule as seguintes integrais indefinidas:

- (a) $\int (3x + 1) \, dx$
- (b) $\int (x^2 + x + 1) \, dx$
- (c) $\int \frac{1}{x^2} \, dx$
- (d) $\int \sqrt[3]{x} \, dx$
- (e) $\int (3\sqrt[7]{x^2} + \cos(x)) \, dx$
- (f) $\int 3^x \, dx$

Exercício 3. Calcule as derivadas das seguintes funções:

- (a) $F :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ dada por $F(x) = \int_0^x \sqrt[2]{1 + 2t} \, dt$
- (b) $F :]1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ dada por $F(x) = \int_1^x \ln(t) \, dt$
- (c) $F :]2, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ dada por $F(x) = \int_x^2 \cos(t^2) \, dt$
- (d) $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $F(x) = \int_{e^{x^2}}^0 \cos^2(t) \, dt$

Exercício 4. Calcule as seguintes integrais definidas:

- (a) $\int_0^1 (x^7 + 3x) \, dx$
- (b) $\int_5^{-2} \pi \, dx$
- (c) $\int_1^4 x^{6/7} \, dx$
- (d) $\int_0^{\pi/4} \sec^2(x) \, dx$
- (e) $\int_{\pi}^{2\pi} \operatorname{cosec}^2(x) \, dx$

Exercício 5. Considere a função $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, para todo $x \in [0, 1]$. Calcule a área da região compreendida entre o gráfico de f e o eixo x .

Exercício 6. Calcule as seguintes integrais indefinidas:

- (a) $\int \sin(x+4) \, dx$
- (b) $\int \frac{1}{(1+3x)^5} \, dx$
- (c) $\int \cos(10x) \, dx$
- (d) $\int \sqrt{x+1} \, dx$
- (e) $\int 2xe^{x^2} \, dx$
- (f) $\int \frac{1}{x \ln(x)} \, dx$
- (g) $\int \sec^2(2x) \, dx$
- (h) $\int \sec^2(2x) \operatorname{tg}(2x) \, dx$
- (i) $\int \operatorname{tg}(x) \, dx$

Exercício 7. Calcule as seguintes integrais:

- (a) $\int x \ln(x) \, dx$

(b) $\int x \sec^2(x) \, dx$

(c) $\int x \cos(5x) \, dx$

(d) $\int x^3 e^x \, dx$

(e) $\int_0^1 x 2^x \, dx$

(f) $\int \sin(\sqrt{x}) \, dx$

Exercício 8. Calcule as seguintes integrais:

(a) $\int \sin^3(x) \, dx$

(b) $\int \cos^7(x) \, dx$