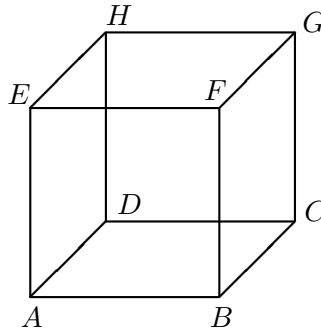


## Geometria Analítica

### Lista 1

**Exercício 1.** Na figura abaixo, representa-se um paralelepípedo ABCDEFGH. Sendo  $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{v} = \overrightarrow{AD}$  e  $\vec{w} = \overrightarrow{AE}$ , exprima  $\overrightarrow{HB}$  e  $\overrightarrow{DF}$  em função de  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$ .



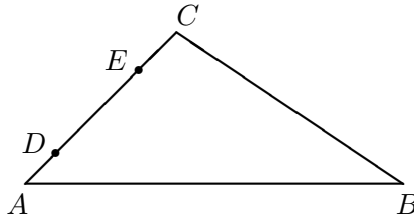
**Exercício 2.** Sejam  $A, B, C$  e  $D$  pontos de  $E^3$  e sejam  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  vetores de  $V^3$  tais que  $\overrightarrow{AD} = 5 \cdot \vec{u}$ ,  $\overrightarrow{BC} = 3 \cdot \vec{u}$  e  $\overrightarrow{AB} = \vec{v}$ .

- (1) Faça uma figura na qual estejam representados adequadamente os pontos  $A, B, C$  e  $D$  e os vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ .
- (2) Exprima  $\overrightarrow{CD}$ ,  $\overrightarrow{BD}$  e  $\overrightarrow{CA}$  em função de  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ .

**Exercício 3.** Considere no espaço euclidiano  $E^3$  um triângulo  $ABC$  e sejam  $D$  e  $E$  pontos do segmento  $AC$  tais que

$$\|\overrightarrow{AD}\| = \frac{1}{5} \|\overrightarrow{AC}\| \quad \text{e} \quad \|\overrightarrow{AE}\| = \frac{3}{4} \|\overrightarrow{AC}\|,$$

como ilustrado na figura abaixo:



Determine os números reais  $\alpha, \beta, \gamma$  e  $\delta$  tais que:

$$\overrightarrow{BD} = \alpha \overrightarrow{BA} + \beta \overrightarrow{BC} \quad \text{e}$$

$$\overrightarrow{BE} = \gamma \overrightarrow{BA} + \delta \overrightarrow{BC}.$$

**Exercício 4.** Mostre que as diagonais de um paralelograma têm o mesmo ponto médio.

**Exercício 5.** Mostre que o segmento que liga os pontos médios de dois lados de um triângulo é paralelo ao terceiro lado e tem como medida a metade da medida desse lado.

**Exercício 6.** Sejam  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  vetores de  $V^3$ . Mostre que:

- (1) Se  $\vec{u} + \vec{v} = \vec{u} + \vec{w}$ , então  $\vec{v} = \vec{w}$ .
- (2) Se  $\vec{u} + \vec{v} = \vec{w} + \vec{v}$ , então  $\vec{u} = \vec{w}$ .
- (3) Se  $\vec{u} + \vec{v} = \vec{u}$ , então  $\vec{v} = \vec{0}$ .
- (4) Se  $\vec{u} + \vec{v} = \vec{0}$ , então  $\vec{v} = -\vec{u}$ .
- (5) O elemento oposto de  $\vec{u}$  é  $(-1) \cdot \vec{u}$ .

As igualdades (1) e (2) são chamadas de *leis do cancelamento da adição*.

**Exercício 7.** Sejam  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  vetores não nulos e sejam  $(A, B)$  um representante de  $\vec{u}$  e  $(C, D)$  um representante de  $\vec{v}$ . Mostre que as retas  $AB$  e  $CD$  são paralelas se, e somente se, existe  $\lambda \in \mathbb{R}$  tal que  $\vec{v} = \lambda \cdot \vec{u}$ .

**Exercício 8.** Sejam  $\vec{v} \in V^3$  e  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ . Mostre que:

- (1) Se  $\alpha \cdot \vec{v} = \vec{0}$ , então  $\alpha = 0$  ou  $\vec{v} = \vec{0}$ .
- (2) Se  $\alpha \cdot \vec{v} = \beta \cdot \vec{v}$  e  $\vec{v} \neq \vec{0}$ , então  $\alpha = \beta$ .

**Exercício 9.** Mostre que se  $\vec{v} \neq \vec{0}$ , então  $\frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|}$  é um vetor unitário que tem a mesma direção e o mesmo sentido que  $\vec{v}$ .

### Respostas de alguns exercícios

**Exercício 1.**  $\overrightarrow{HB} = \vec{u} - \vec{v} - \vec{w}$  e  $\overrightarrow{DF} = \vec{u} + \vec{w} - \vec{v}$ .

**Exercício 2 item (2).**  $\overrightarrow{CD} = 2\vec{u} - \vec{v}$ ,  $\overrightarrow{BD} = 5\vec{u} - \vec{v}$  e  $\overrightarrow{CA} = -3\vec{u} - \vec{v}$ .

**Exercício 3.**  $\alpha = \frac{4}{5}$ ,  $\beta = \frac{1}{5}$ ,  $\gamma = \frac{1}{4}$  e  $\delta = \frac{3}{4}$ .