

Uma Visão Geométrica da Formulação Polinomial do Critério CM

Denis Gustavo Fantinato¹, Celso de Sousa Jr.¹, Ricardo Suyama², Aline Neves², Romis Attux¹,
João Marcos Travassos Romano¹

1 – DSPCOM / FEEC / UNICAMP

2 – CECS / UFABC

{denisgf, attux}@dca.fee.unicamp.br, celso_de_sousa_junior@yahoo.com.br,

{ricardo.suyama, aline.neves}@ufabc.edu.br, romano@dmo.fee.unicamp.br

Introdução: Recentemente, concebeu-se uma formulação polinomial do critério CM, a qual permitiu a obtenção de um limitante inferior para a função custo CM e de soluções analíticas baseadas na relaxação de restrições [1]. Neste trabalho, apresentaremos uma visão geométrica dessa formulação.

Métodos: A formulação toma como ponto de partida a função custo CM, e adota, como elemento chave, o termo quadrático $v_c(n) = y^2(n)$, em que $y(n) = \mathbf{w}^T \mathbf{x}(n)$ é a saída do filtro linear com vetor de parâmetros $\mathbf{w}$ e $\mathbf{x}(n)$ é o vetor de entrada. Particularmente, $v_c(n)$ pode ser expresso como $v(n) = \boldsymbol{\theta}_c^T \boldsymbol{\xi}(n)$, sendo $\boldsymbol{\xi}(n)$ o vetor de entrada no domínio de Volterra e $\boldsymbol{\theta}_c$ o filtro polinomial com restrições. Isto permite a representação do custo, como

$$J_{CM}(\mathbf{w}) = E\left[y^2(n) - 1\right]^2 \rightarrow J_{CM}(\boldsymbol{\theta}_c) = E\left[v_c(n) - 1\right]^2 \quad (1)$$

em que $E[\cdot]$ é o operador esperança. Relaxando as restrições, é possível alcançar uma solução em forma fechada $\boldsymbol{\theta}_o$, nos moldes do paradigma de Wiener [1]. Entretanto, isso representa, em geral, uma aproximação. Para evitá-la, pode-se lançar mão do método dos multiplicadores de Lagrange. Nesse caso, as soluções $\boldsymbol{\theta}_\lambda$ podem ser obtidas em forma fechada, desde que sejam corretamente estimados os multiplicadores associados.

Resultados: Uma comparação será feita envolvendo $\boldsymbol{\theta}_c$, $\boldsymbol{\theta}_o$ e $\boldsymbol{\theta}_\lambda$ para equalizadores com dois coeficientes. Consideramos um canal com função de transferência do tipo $H(z) = 1 + \alpha z^{-1}$, sem adição de ruído, e variamos α de -5 a 5. Como representado nas Figs. 1a e 1b, os valores possíveis para $\boldsymbol{\theta}_c$ – considerando as restrições – formam uma superfície. Com a relaxação das restrições, as soluções $\boldsymbol{\theta}_o$ (em vermelho) não estão sob a superfície (exceto para $\alpha = 0$). Utilizando o método dos multiplicadores de Lagrange, é possível notar que as soluções $\boldsymbol{\theta}_\lambda$ (em verde) passam a pertencer à superfície formada por $\boldsymbol{\theta}_c$. É possível interpretar $\boldsymbol{\theta}_\lambda$ como uma “projeção” de $\boldsymbol{\theta}_o$ na superfície gerada pelas restrições associadas a $\boldsymbol{\theta}_c$ – seria interessante explorar mais a fundo as implicações dessa conexão geométrica.

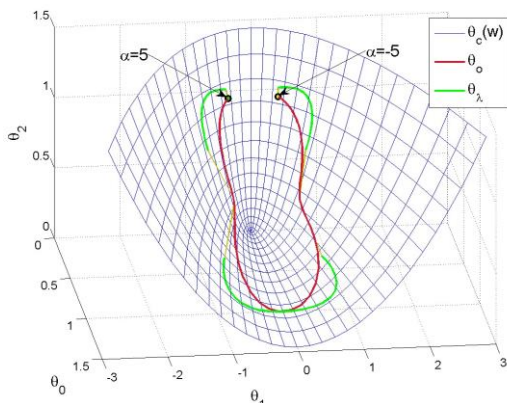


Figura 1a

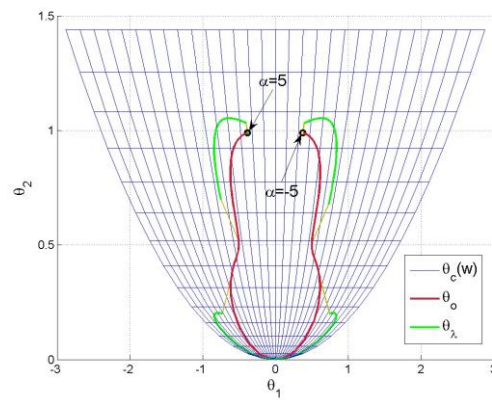


Figura 1b

Conclusão: Apresentaram-se aqui elementos iniciais de uma interpretação geométrica da formulação polinomial do critério CM. Consideramos uma análise mais detalhada dessas conexões um tema promissor e digno de futuras investigações.

Agradecimentos: Os autores agradecem o apoio financeiro de FAPESP (2013/14185-2) e CNPq.

Referências: [1] Fantinato, D. G., *Equalização Não Supervisionada: Contribuições ao Estudo do Critério do Módulo Constante e de Métodos Baseados na Teoria da Informação*, dissertação de mestrado, UNICAMP, 2013.