BC-0504
Natureza da Informação

Universidade Federal do ABC

Aulas 4

Sistemas de numeração. Operações em binário e algebra booleana.

Equipe de professores de Natureza da Informação

Santo André Julho de 2010

Parte 0

Realizar 6 problemas pares a eleger dentre os problemas
das seções 2-1, 2-2, 2-3, 2-8 e 2-9 do
livro Sistemas Digitais (9ª edição) de Floyd
Os problemas encontram-se no final do capítulo

Sistemas de numeração (binário, octal, decimal, hexadecimal).

Conversões entre bases

Método

- Para se converter da Base decimal para qualquer outra base, o método é bastante simples
  - Sucessões de divisão do número pela base desejada
    - Até encontrar o dividendo = 0
  - Leitura dos restos na forma inversa à divisão

Exemplo

- Converter 45 para base 2

45 | 2
1 22 | 2
0 11 | 2
1 5 | 2
1 2 | 2
0 1 | 2
1 0

E da base 2 para a decimal?

- Usar o princípio inverso

- Cada algarismo representa uma potência na base especificada.
- Os dígitos menos significativos são de menor potência e os mais significativos, de maior potência

Exemplo

- 11011 em binário para base 10 = ??
- $1*(2^4) + 1*(2^3) + 0*(2^2) + 1*(2^1) + 1*(2^0)$
- 16 + 8 + 0 + 2 + 1 = 27
- Portanto 11011 em decimal = 27

E de binário para octal e hexa?

- Agrupar os bits, a partir da direita para esquerda
- Dígito menos significativo para o mais significativo e agrupá-los de acordo com a equivalência
- Octal – valores de 0 a 7 → 3 bits
- Hexadecimal → valores de 0 a 15(F) → 4 bits

Equivalências

- 11011 para octal
  - (inseri valores não significativos para preencher)

    011 011

    3 3

- 11011 para hexadecimal
  - (inseri novamente valores não significativos para preencher)

    0001 1011

    1 B

Parte 1

Realizar 6 problemas pares a eleger dentre os problemas das seções 2-1, 2-2, 2-4, 2-8 e 2-9 do livro Sistemas Digitais (9ª edição) de Floyd
Os problemas encontram-se no final do capítulo

Operações Aritméticas

Operações em Sistemas de Numeração

- Operações
  - Adição
  - Subtração
  - Multiplicação
  - Divisão

Operações em Sistemas de Numeração

- Operação de Adição

  0 + 0 = 0

  0 + 1 = 1

  1 + 0 = 1

  1 + 1 = 1 0

  0 com transporte de 1 para a posição imediatamente seguinte (à esquerda)

  1 + 1+1 = 1 1

Operações em Sistemas de Numeração

- Operação de Adição

Decimal	Binário	Decimal	Binário
5	101	15	1111
+ 6	+ 110	+ 20	+ 10100
11	1011	35	100011

Com o "vai Um" (1 + 1)

Operações em Sistemas de Numeração

- Operação de Subtração

  0 – 0 = 0

  0 – 1 = 1 1

  - 1 com transporte de 1 para a posição imediatamente seguinte (à esquerda)

  1 – 0 = 1

  1 – 1 = 0

Operações em Sistemas de Numeração

- Operação de Subtração

Decimal	Binário	Decimal	Binário
9	1001	16	10000
- 5	- 101	- 3	- 11
4	100	13	1101

Parte 2

Realizar 6 problemas pares a eleger dentre os problemas
das seções 2-1, 2-2, 2-5, 2-8 e 2-8 do
livro Sistemas Digitais (9ª edição) de Floyd
Os problemas encontram-se no final do capítulo

Operações em Sistemas de Numeração

– Uma forma mais fácil de fazer a subtração de números binários é somar um dos números ao COMPLEMENTO DE 2 do outro
    - Por exemplo, 11001001 é o complemento do número 00110111. Assim, tem-se que:

10010101	10010101
- 00110111	+ 11001001
01011110	01011110

– Como obter o complemento de 2 de um número?

Operações em Sistemas de Numeração

- Se o número é positivo
  - mantenha o número (o complemento de um número positivo é o próprio número)
- Se o número é negativo
  - inverta o número negativo ou o subtraendo na subtração (todo 1 vira zero, todo zero vira um)
  - some 1 ao número em complemento
  - some as parcelas (na subtração, some o minuendo ao subtraendo)
  - Se a soma em complemento acarretar "vai-um" ao resultado, ignore o transporte final)

Operações em Sistemas de Numeração

- Ex. Subtração de 1101 – 1100 = 0001
  - Mantém o minuendo $\Rightarrow$ 1101
  - Inverte o subtraendo (compl. 1) $\Rightarrow$ 0011
  - Soma 1 ao subtraendo (compl. 2) $\Rightarrow$ 0100
  - Soma minuendo ao subtraendo $\Rightarrow$ 10001
  - Ignora o "vai-um" $\Rightarrow$ 0001

$$\begin{array}{r} 1101 \\ \underline{+\ 0100} \\ 10001 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1101 \\ \underline{-\ 1100} \\ 0001 \end{array}$$

Operações em Sistemas de Numeração

- Validação
  - Escolha um número binário qualquer e calcular o complemento de 2 dele próprio
  - Em seguida, some os dois números
  - O resultado é ZERO
    - É o mesmo que subtrair um número binário dele mesmo

10010101 ~ 01101010 + 1 => 01101011 (complemento de 2)

10010101	10010101
- 10010101	+ 01101011
00000000	00000000

Operações em Sistemas de Numeração

- Operação de Multiplicação

  $0 \cdot 0 = 0$

  $0 \cdot 1 = 0$

  $1 \cdot 0 = 0$

  $1 \cdot 1 = 1$

Parte 3

Realizar 6 problemas pares a eleger dentre os problemas
das seções 2-2, 2-4, 2-5 e 2-9 do
livro Sistemas Digitais (9ª edição) de Floyd
Os problemas encontram-se no final do capítulo

Operações em Sistemas de Numeração

- Operação de Multiplicação
  - Podemos simplesmente usar os métodos de multiplicação decimal para o sistema binário
  - Mas essa não é a solução mais simples (os números binários são realmente bem menos complexos do que os decimais)
    - Como os bits só podem assumir os valores 0 e 1, pode-se somar o multiplicando deslocado para cada posição que o multiplicador tiver um bit de valor 1
    - O resultado desta soma será o resultado da multiplicação

Operações em Sistemas de Numeração

- Ex.

multiplicando ⇒	23	10111
multiplicador ⇒	x 11	x 1011
	23	10111
	23	10111
		00000
		10111
		11111101

Operações em Sistemas de Numeração

- Operação de Divisão

  $0 \div 1 = 0$

  $1 \div 1 = 1$

  $0 \div 0 = x$

  $1 \div 0 = x$

Operações em Sistemas de Numeração

- Operação de Divisão
  - Um método parecido ao usado na multiplicação pode ser aplicado à divisão binária usando a subtração ao invés da adição
    - Selecionar o mesmo número de bits do dividendo (bits mais significativos) que o divisor
    - Dividir esse número pelo divisor, se for possível
      - Se o número for maior ou igual ao divisor, o dígito do quociente é 1 e o divisor é subtraído da parte do dividendo usada
      - Se o número for menor que o divisor, o dígito do quociente é 0 e é feita outra tentativa usando outro dígito do dividendo
    - O processo continua até que não seja mais possível subtrair, nem deslocar o dividendo
    - Da mesma forma que na divisão decimal podem ser acrescentados 0's à direita da virgula do dividendo no caso de não se obter o resto zero

Operações em Sistemas de Numeração

- Operação de Divisão

```
Dividendo     divisor
 11111110     | 1011
-1011 >>        1
 01001
   -1011 >      1  1
    010001
     -1011 >    1011
       01100
        -1011 > 10111  <= quociente
```

Parte 4

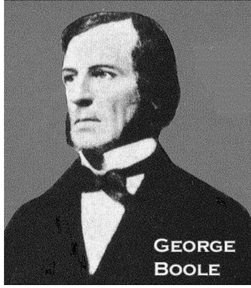
Realizar 6 problemas pares a eleger dentre os problemas
das seções 3-1, 3-2, 3-3, 3-4 e 3-5 do
livro Sistemas Digitais (9ª edição) de Floyd
Os problemas encontram-se no final do capítulo

Operações Booleanas

Ver capítulos 3 e 4 do livro:

Sistemas Digitais de Floyd. Editora Artmed

Invenção da álgebra booleana

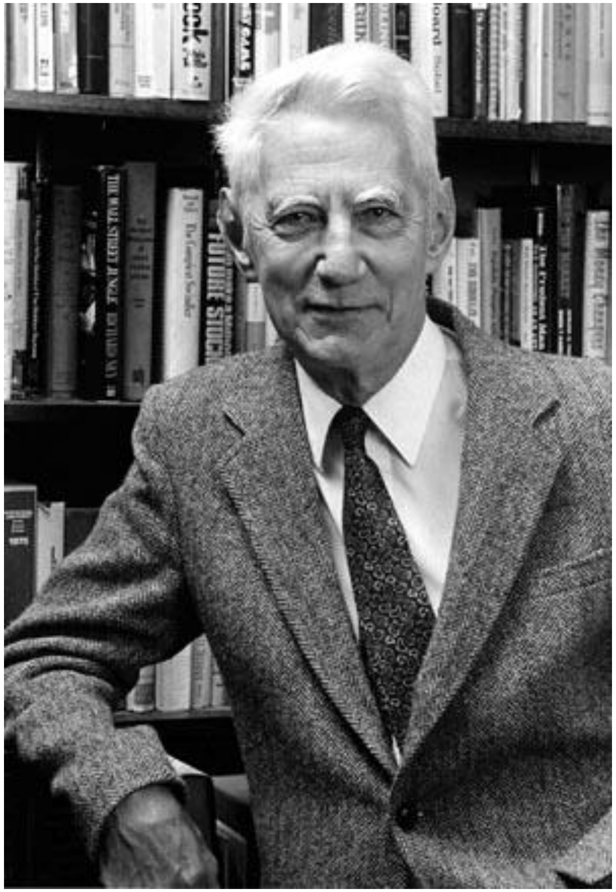


Boole,pedindo um almoço

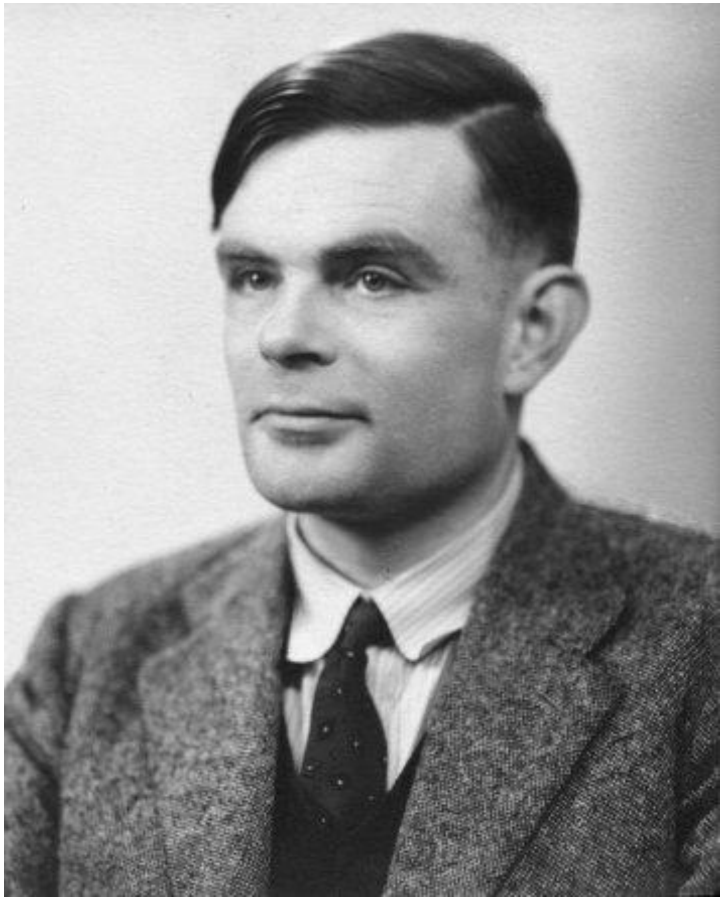
- George Boole (1815-1864) crio a álgebra booleana.
- Em 1854 publicou o trabalho: “Investigation of the Laws of Thought on which are founded the mathematical theories of Logic”
- A álgebra booleana utiliza operadores lógicos como OR , AND e NOT acima de variáveis lógicas binárias: Sim, não e verdade, mentira.

Claude Elwood Shannon (1916-2001)

- Foi o primeiro a aplicar a algebra de Boole no análise e desenho de circuitos lógicos.
- Em 1938 escreveu a tese intitulada “A symbolic Analysis of Relay and Switching Circuits.”



– Em 1930, Turing mostrou que três funções lógicas (AND, OR e NOT) são suficientes para representar todas as proposições lógicas.



Operações em Sistemas de Numeração

- Operação AND
  - Operação AND, cujo operador é representado por “ · ”, pode ser aplicada a duas ou mais variáveis (que podem assumir apenas os valores “Verdadeiro” ou “Falso” / “1” ou “0”)
  - A operação AND aplicada às variáveis A e B é expressa por:
    - A AND B = A · B
  - A operação AND resulta “Verdadeiro” se e apenas se os valores de ambas as variáveis A e B assumirem o valor “Verdadeiro”

A	B	A AND B
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Operações em Sistemas de Numeração

- Operação OR
  - Operação OR, cujo operador é “+” (sinal gráfico da adição), também pode ser aplicada a duas ou mais variáveis (que podem assumir apenas os valores “Verdadeiro” ou “Falso”)
  - A operação OR aplicada às variáveis A e B é expressa por:
    - A OR B = A + B
  - A operação OR resulta “Verdadeiro” se o valor de qualquer uma das variáveis A ou B assumir o valor “Verdadeiro”

A	B	A OR B
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Operações em Sistemas de Numeração

- Operação NOT
  - A operação NOT (cujo operador pode ser uma barra horizontal sobre o símbolo da variável), é aplicável a uma única variável
  - Ela é expressa por:
    - NOT A = $\overline{A}$
  - A operação NOT inverte o valor da variável
    - Ela resulta "Verdadeiro" se a variável assume o valor "Falso" e resulta "Falso" se a variável assume o valor "Verdadeiro"

A	NOT A
V	F
F	V

Operações em Sistemas de Numeração

- Destas três operações fundamentais podem ser derivadas mais três operações adicionais, as operações NAND, NOR e XOR (ou OR exclusivo)
  - A operação NAND é obtida a partir da combinação das operações NOT e AND usando a relação:
    - A NAND B = NOT (A AND B)
    - A operação NAND resulta "Falso" se e apenas se os valores de ambas as variáveis A e B assumirem o valor "Verdadeiro"
    - A operação NOR é obtida a partir da combinação das operações NOT e OR usando a relação:
    - A NOR B = NOT (A OR B)
    - A operação NOR resulta "Verdadeiro" se e apenas se os valores de ambas as variáveis A e B assumirem o valor "Falso"

Operações em Sistemas de Numeração

- A operação, XOR ou "OR exclusivo" é um caso particular da função OR. Ela é expressa por:
  - A XOR B
  - A operação XOR resulta “Verdadeiro” se e apenas se exclusivamente uma das variáveis A ou B assumir o valor “Verdadeiro”
    - Uma outra forma, talvez mais simples, de exprimir a mesma idéia é: a operação XOR resulta “Verdadeiro” quando os valores da variáveis A e B forem diferentes entre si e resulta “Falso” quando forem iguais

Operações em Sistemas de Numeração

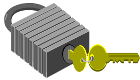
- Resumo das Tabelas da Verdade

A	B	NOT A	A OR B	A AND B	A NOR B	A NAND B	A XOR B
V	V	F	V	V	F	F	F
V	F	F	V	F	F	V	V
F	V	V	V	F	F	V	V
F	F	V	F	F	V	V	F

Operações em Sistemas de Numeração

- Resumo das Tabelas da Verdade

Postulados básicos		
A . B = B . A	A + B = B + A	Lei comutativa
A . (B + C) = (A . B) + (A . C)	A + (B . C) = (A + B) . (A + C)	Lei distributiva
1 . ✌ = A	0 + A = A	Elemento idêntico
A . NOT ✌ = 0	A + NOT ✌ = 1	Elemento inverso
Identidades derivadas		
0 . A = 0	1 + A = 1	
A . A = A	A + A = A	
A . (B . C) = (A . B) . C	A + (B + C) = (A + B) + C	Lei associativa
NOT (A . B) = NOT ✌ + NOT 👌	NOT (A + B) = NOT ✌ . NOT 👌	DeMorgan



Parte 5

Realizar 6 problemas pares a eleger dentre os problemas das seções 1-1, 1-2 e 1-3 do
livro Sistemas Digitais (9ª edição) de Floyd
Os problemas encontram-se no final do capítulo

Dígitos binários

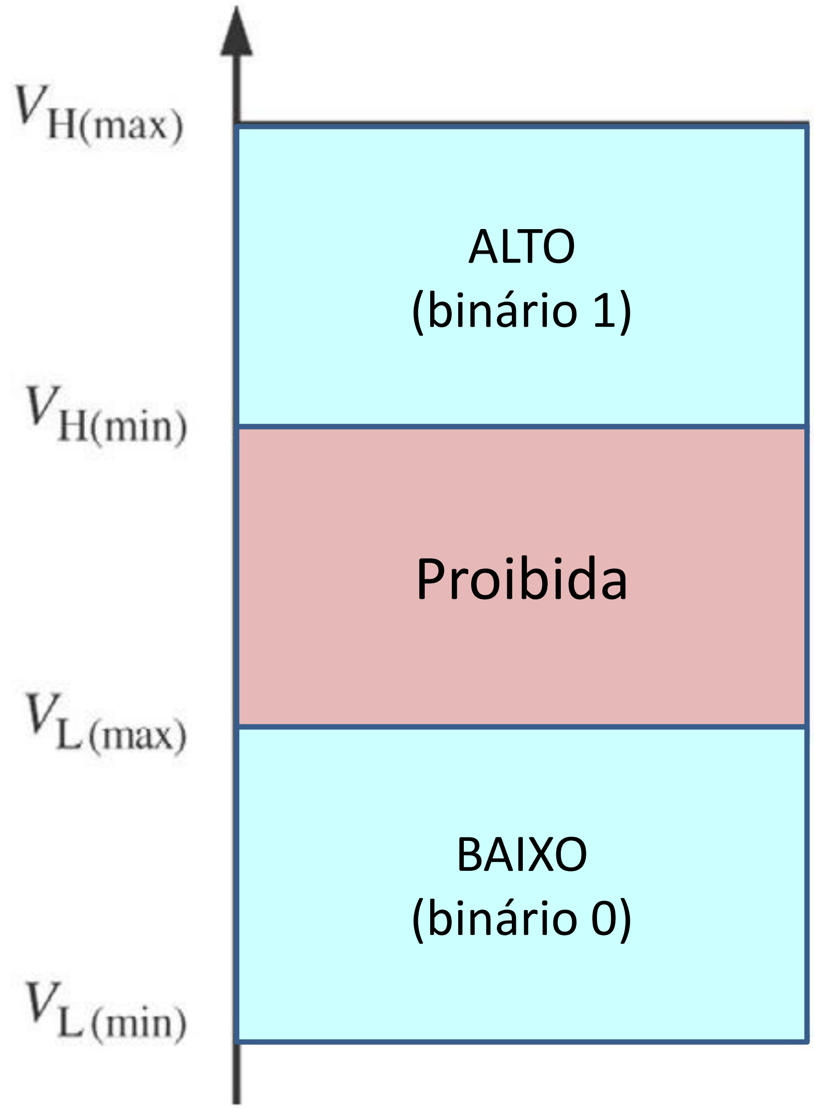
- Bit (1 ou 0) é a unidade do sistema binário

- Lógica positiva:
  - Voltagem alto = 1
  - Voltagem baixo = 0

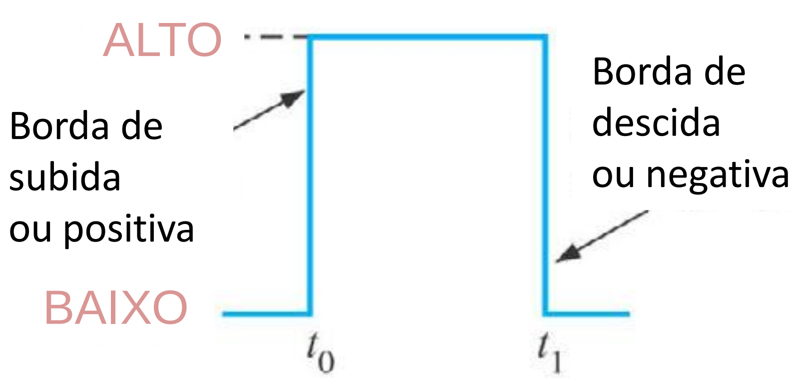
- Lógica negativa:
  - Voltagem alto = 0
  - Voltagem baixo = 1

- Códigos:
  - Combinação de bits para representar números, letras, símbolos, etc.

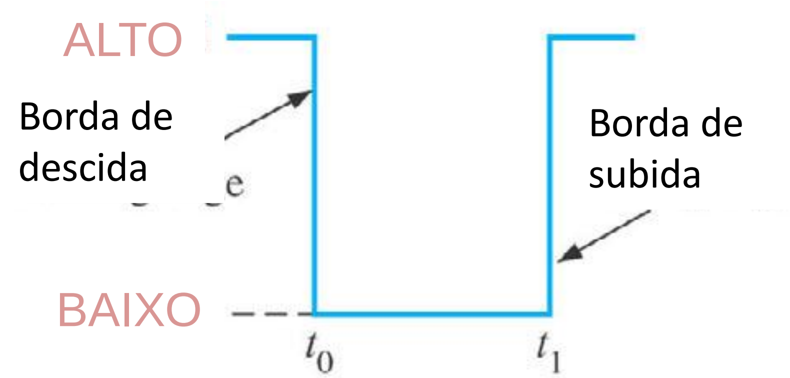
Níveis lógicos de tensão para um circu



Formas de Onda Digitais

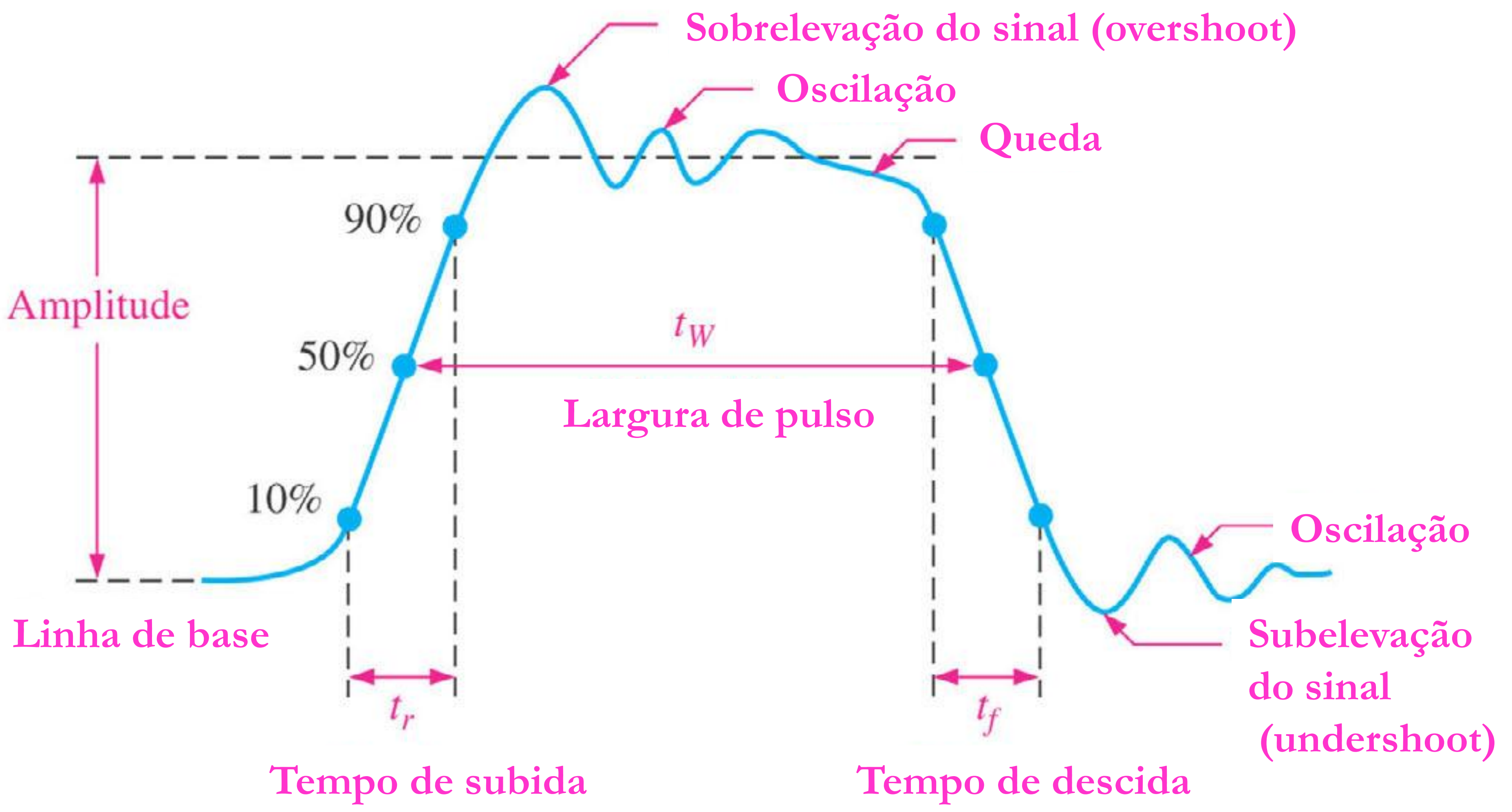


(a) Pulso positivo



(b) Pulso negativo

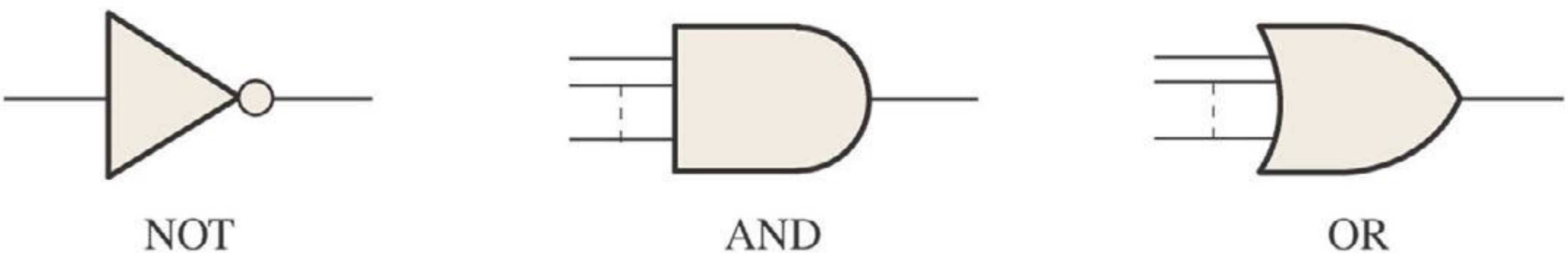
Caraterísticas de um pulso não ideal



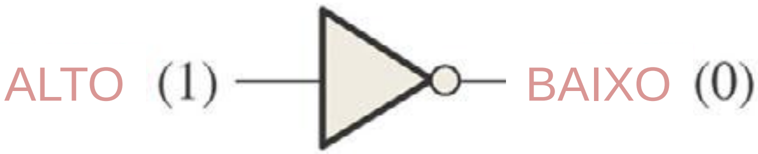
Parte 6

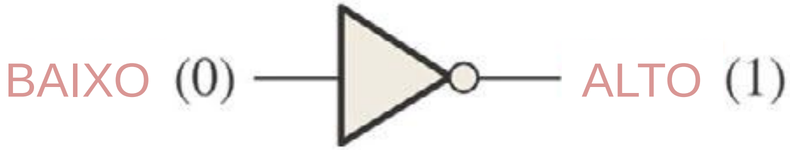
Realizar 6 problemas pares a eleger dentre os problemas
das seções 3-1, 3-2, 3-3, 3-4 e 3-5 do
livro Sistemas Digitais (9ª edição) de Floyd
Os problemas encontram-se no final do capítulo

Operações lógicas básicas

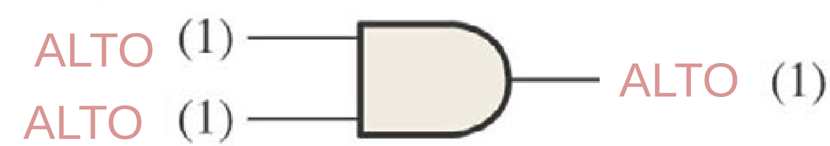


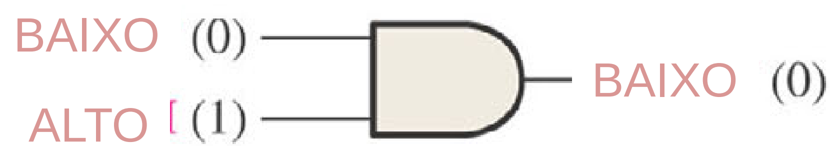
Operação NOT

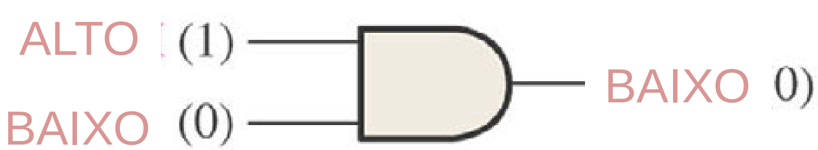


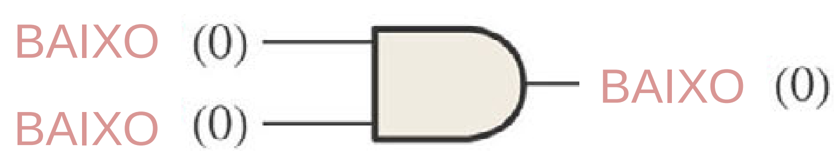


Operação AND

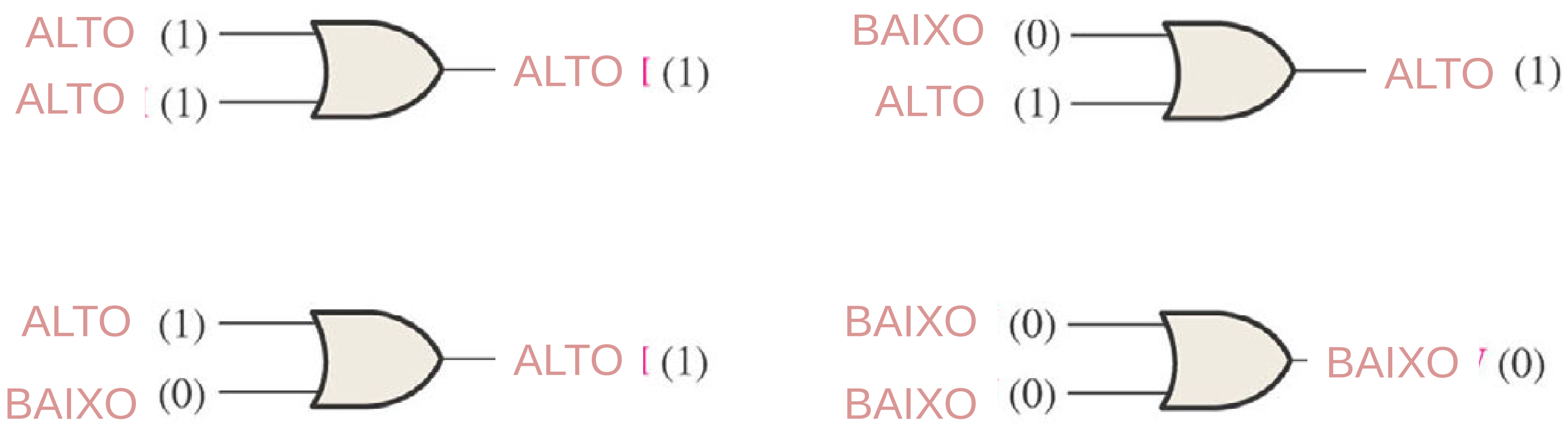


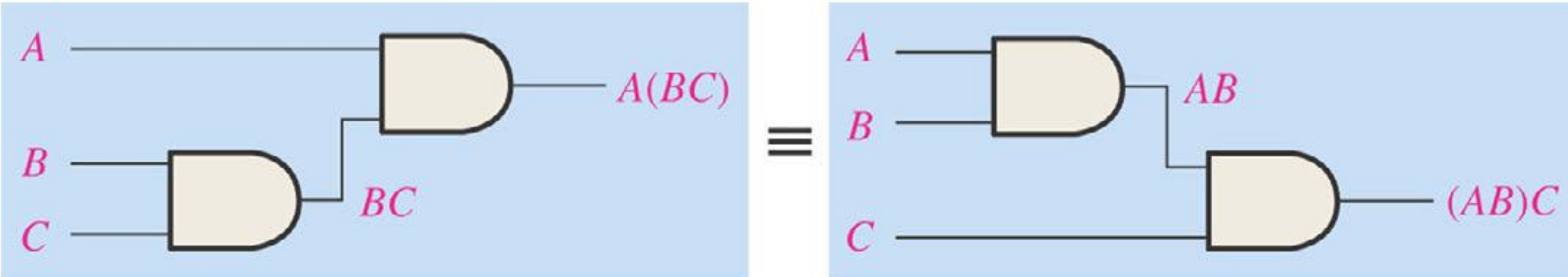


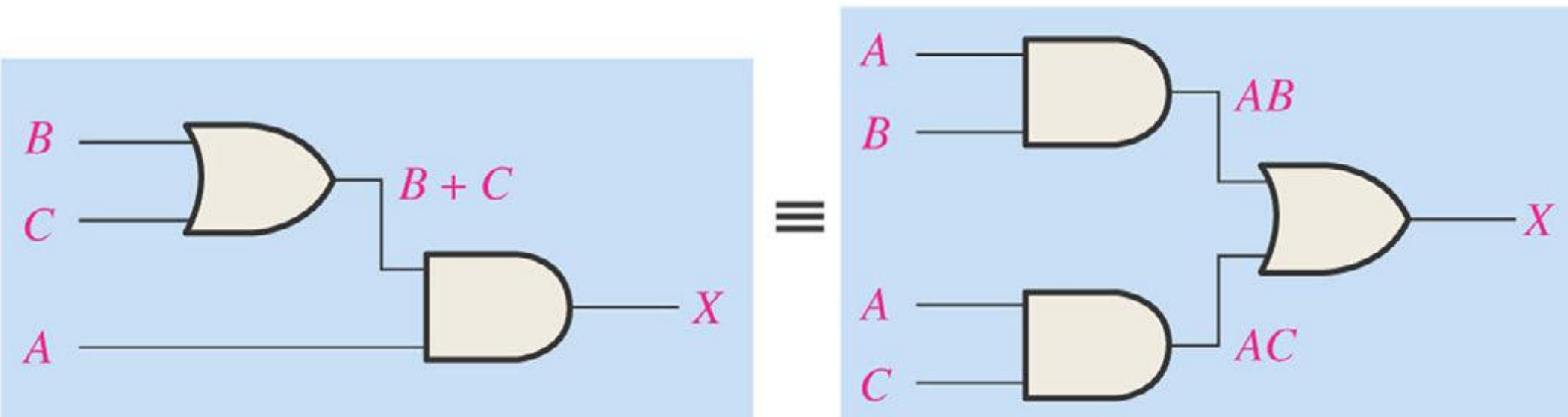




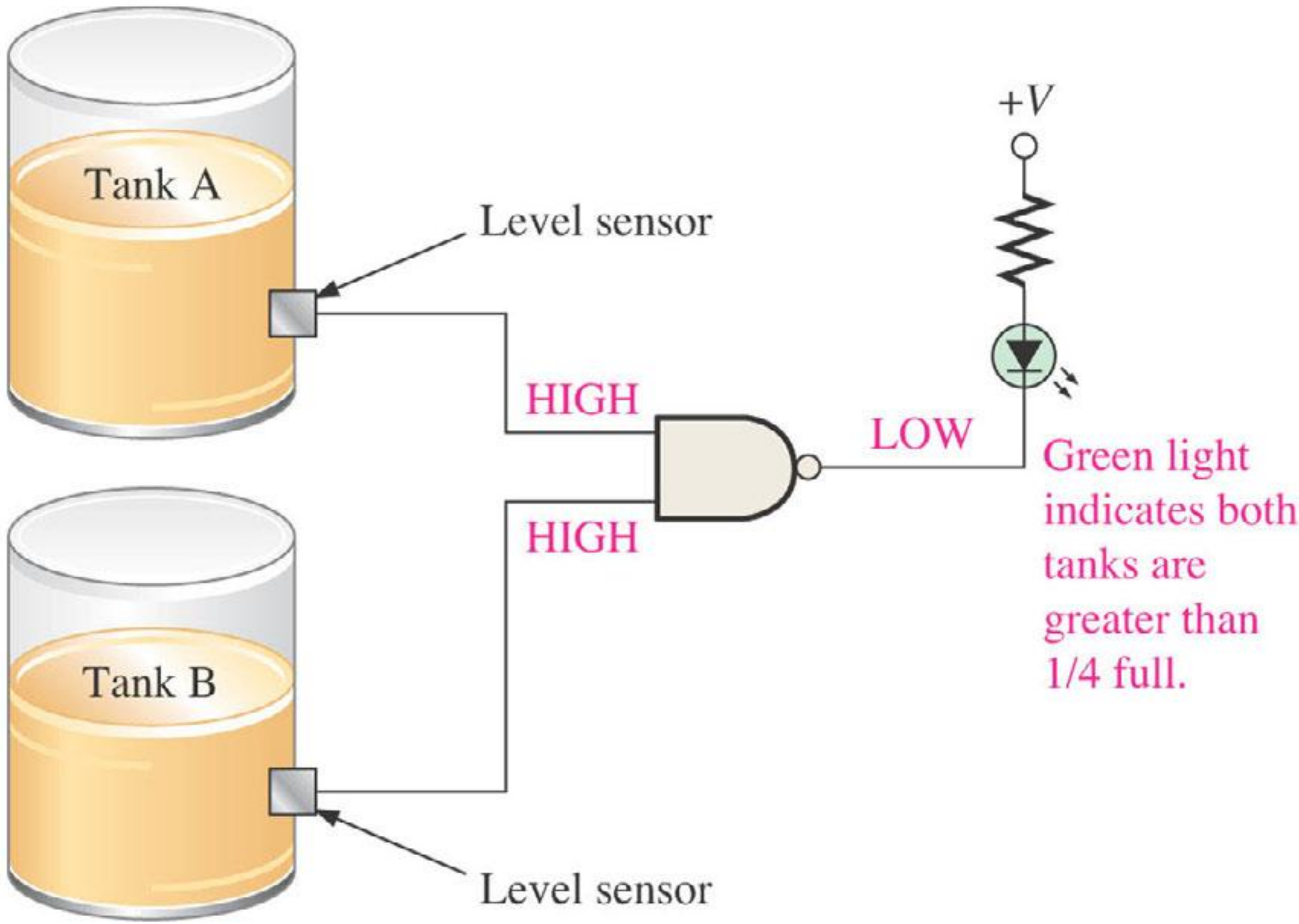
Operação OR


ALTO (1)
ALTO (1)
ALTO (1)
BAIXO (0)
ALTO (1)
ALTO (1)
ALTO (1)
BAIXO (0)
ALTO (1)
BAIXO (0)
BAIXO (0)
BAIXO (0)

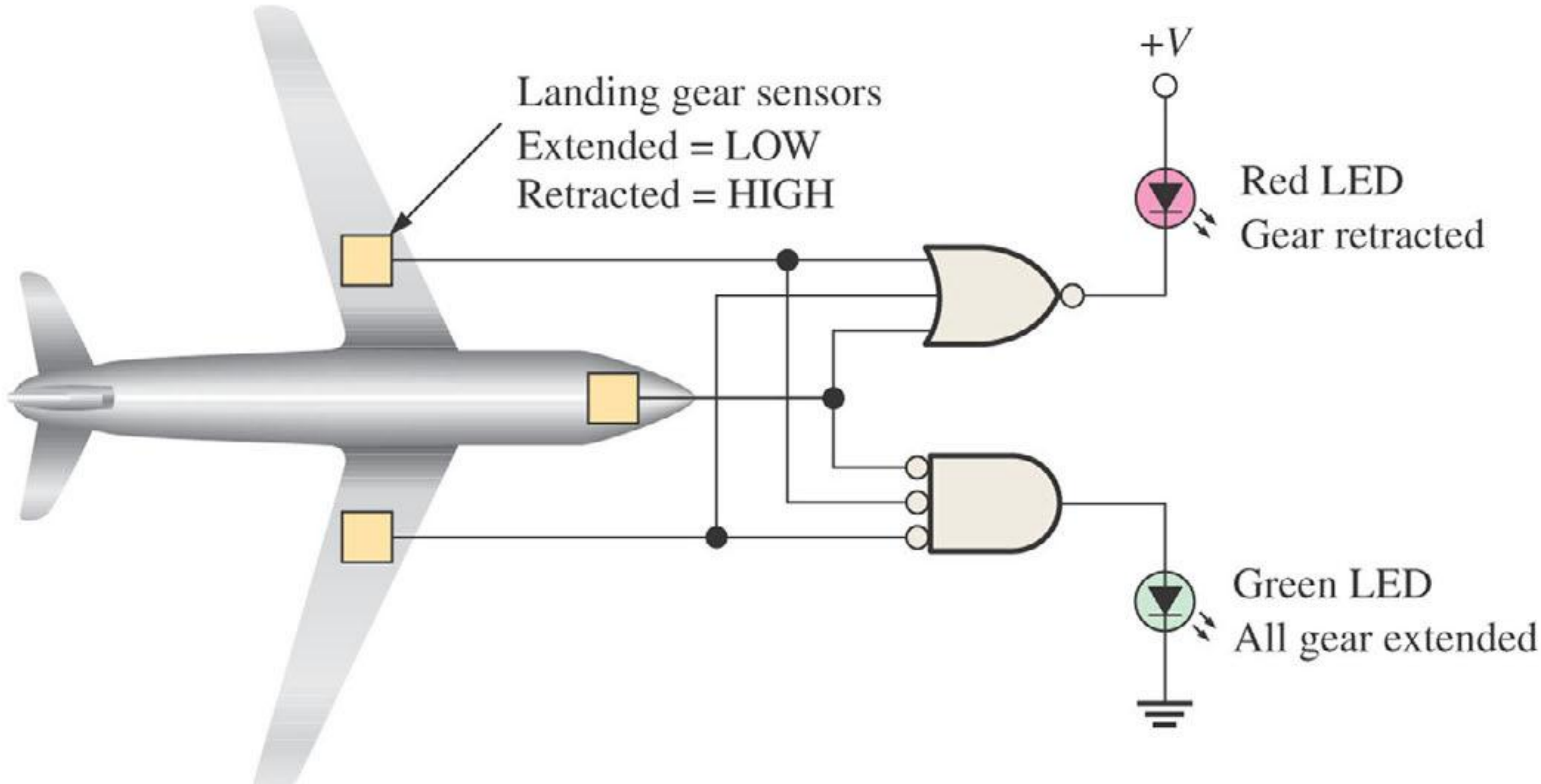




$X = A(B + C)$ $\qquad$ $X = AB + AC$



Tank A
Level sensor
+V
HIGH
LOW
HIGH
Green light indicates both tanks are greater than 1/4 full.
Tank B
Level sensor


Landing gear sensors
Extended = LOW
Retracted = HIGH
+V
Red LED
Gear retracted
Green LED
All gear extended

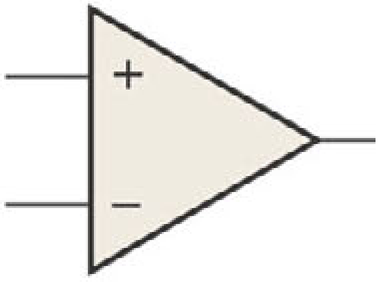
Parte 7

Realizar 6 problemas pares a eleger dentre os problemas
das seções 3-1, 3-2, 3-3, 3-4 e 3-5 do
livro Sistemas Digitais (9ª edição) de Floyd
Os problemas encontram-se no final do capítulo

Alguns conceitos utilizados no desenho de circuitos

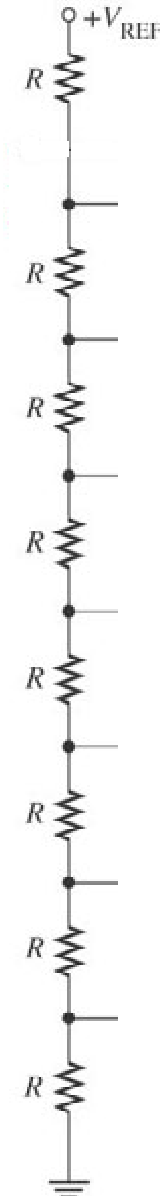
Amplificador operacional usado como comparador

- Na entrada “-” é colocada uma voltagem de referência (por exemplo 2 V)
- Se a voltagem na entrada + for maior do que a voltagem na entrada “-” a saída vai para a voltagem de alimentação 5 V fornecendo um bit =1



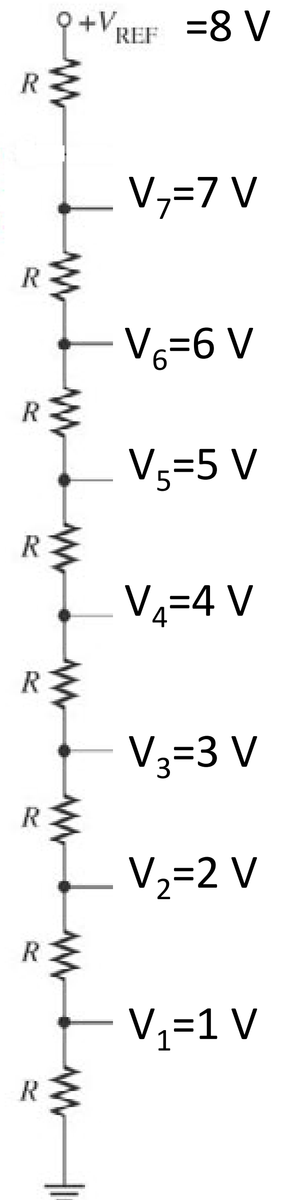
Divisor de Voltagem

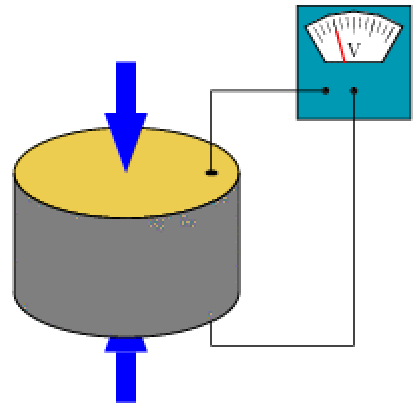
- Permite dividir a voltagem em tantas partes como resistores R (de igual valor)
- Se Vref=8V as voltagens nos resistores da figura seriam:

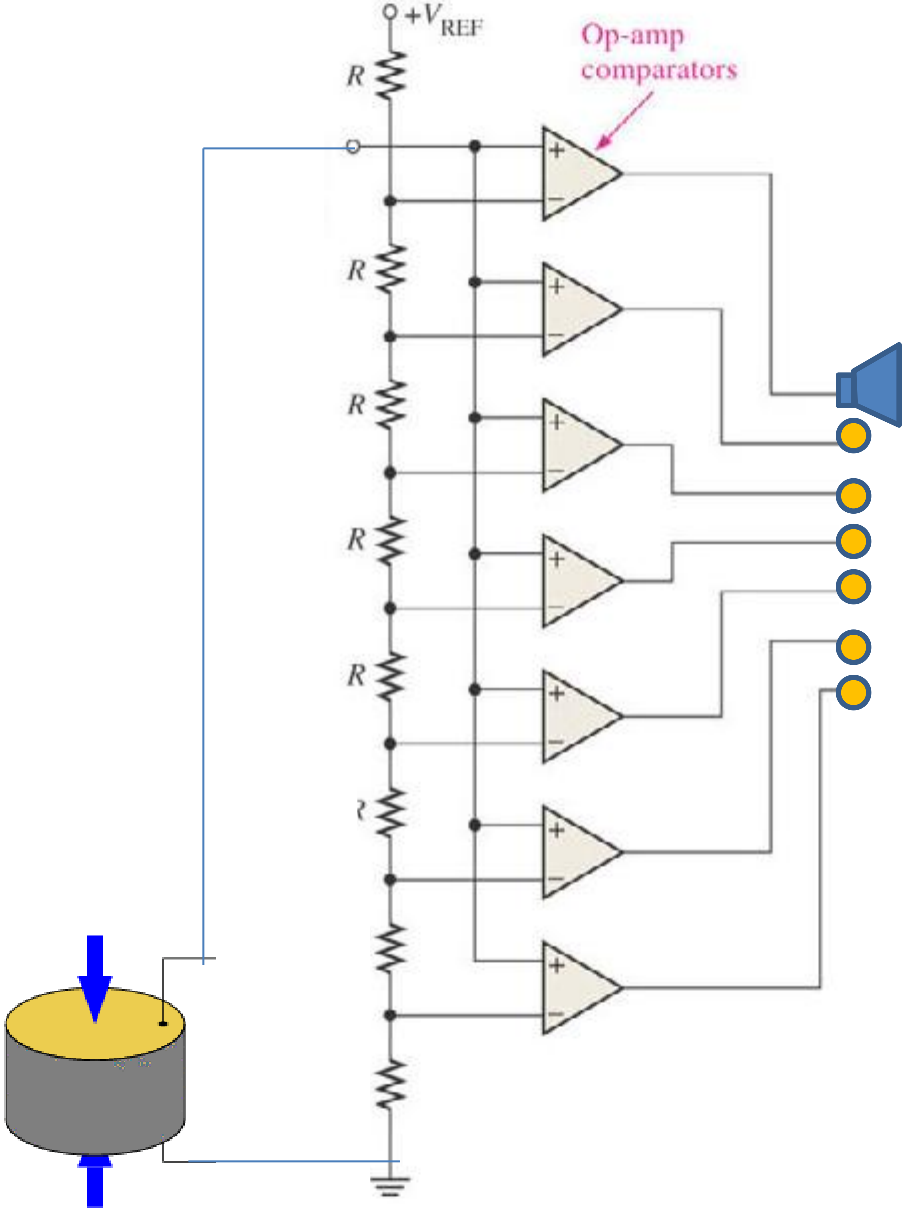


Divisor de Voltagem

- Permite dividir a voltagem em tantas partes como resistores R (de igual valor)
- Se Vref=8V as voltagens nos resistores da figura seriam:




V


+V REF
Op-amp
comparators
R
R
R
R
R

Parte 8

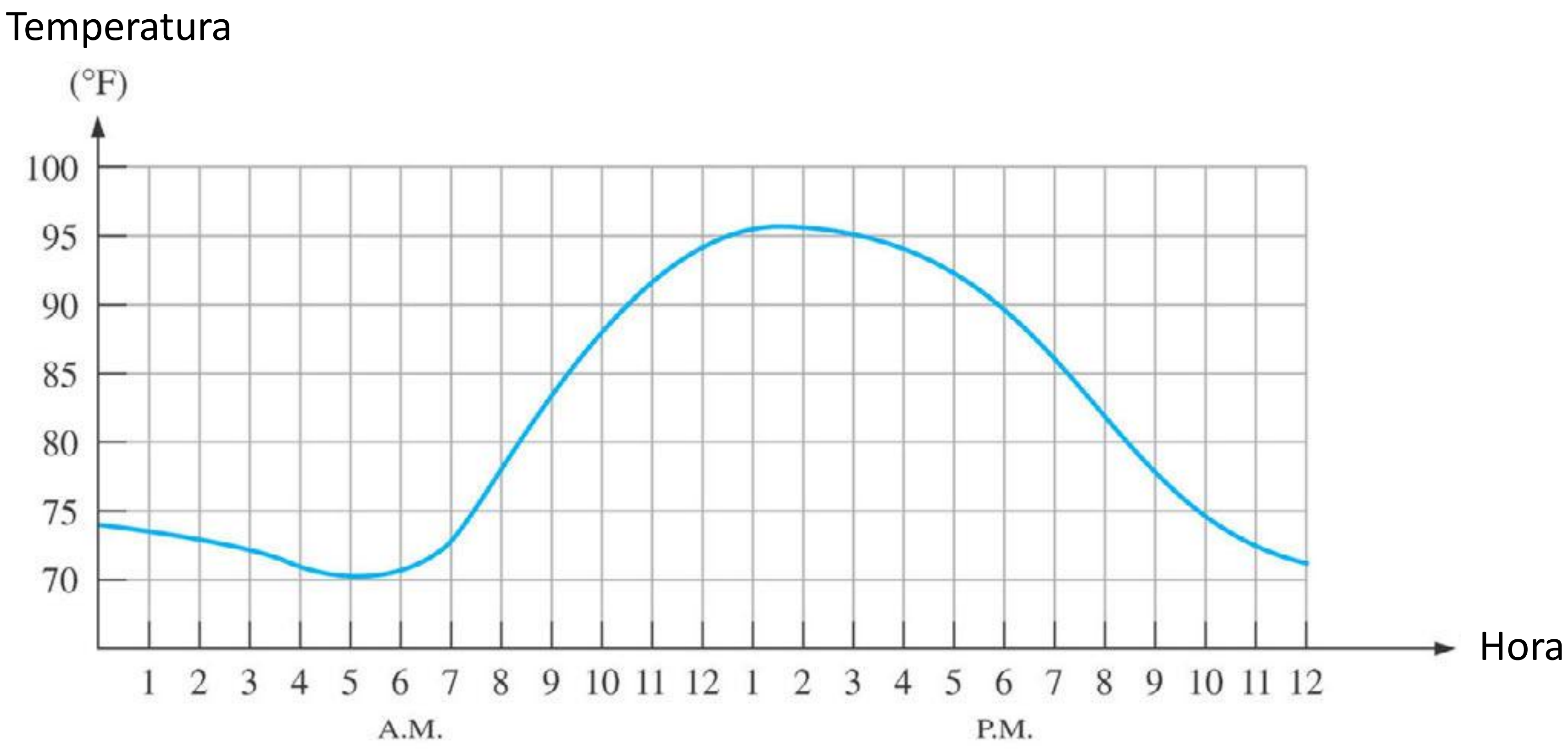
Realizar 6 problemas pares a eleger dentre os problemas
das seções 3-3, 3-4, 3-5, 13-1 e 13-2 do
livro Sistemas Digitais (9ª edição) de Floyd
Os problemas encontram-se no final doscapítulo

Conversão analógica-digital

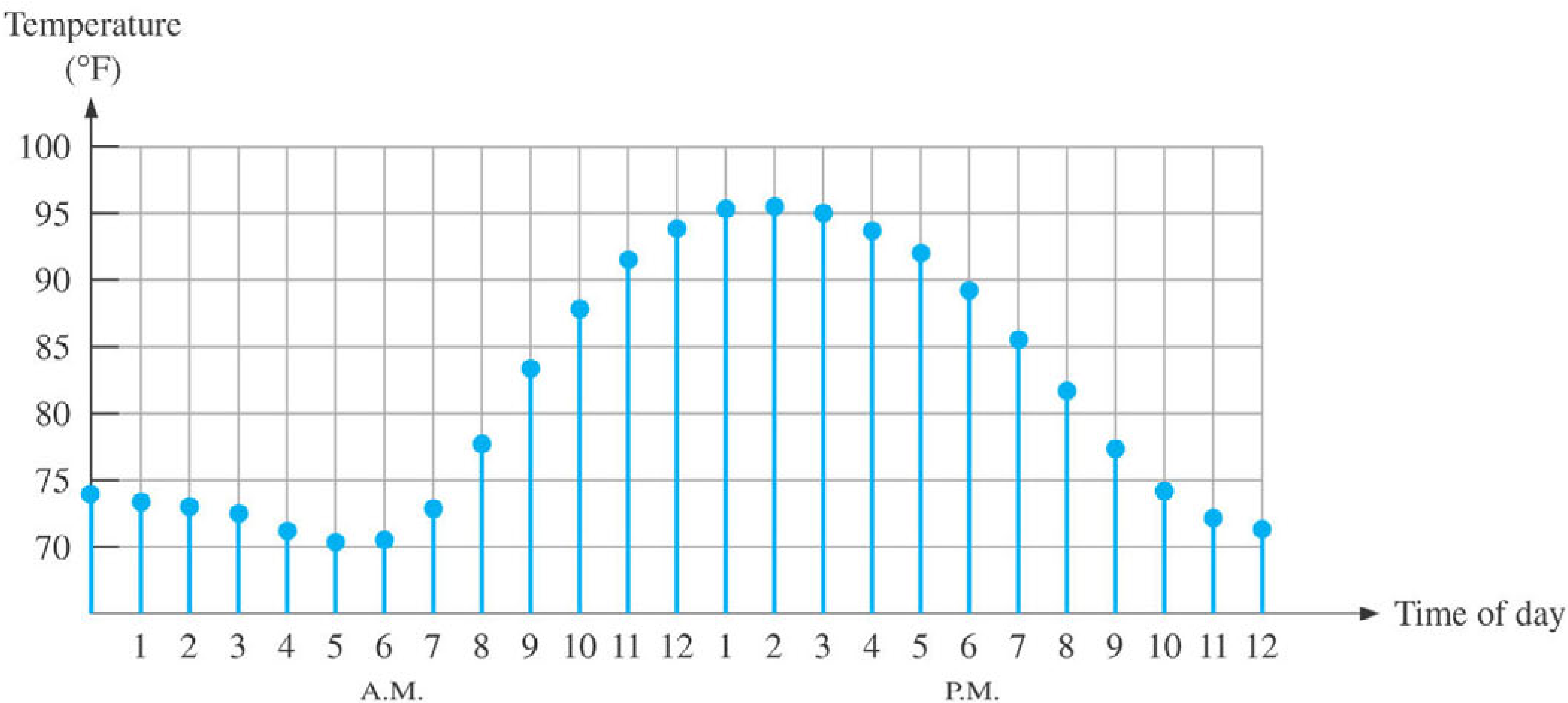
Ver capítulos 13 do livro:

Sistemas Digitais de Floyd. Editora Artmed

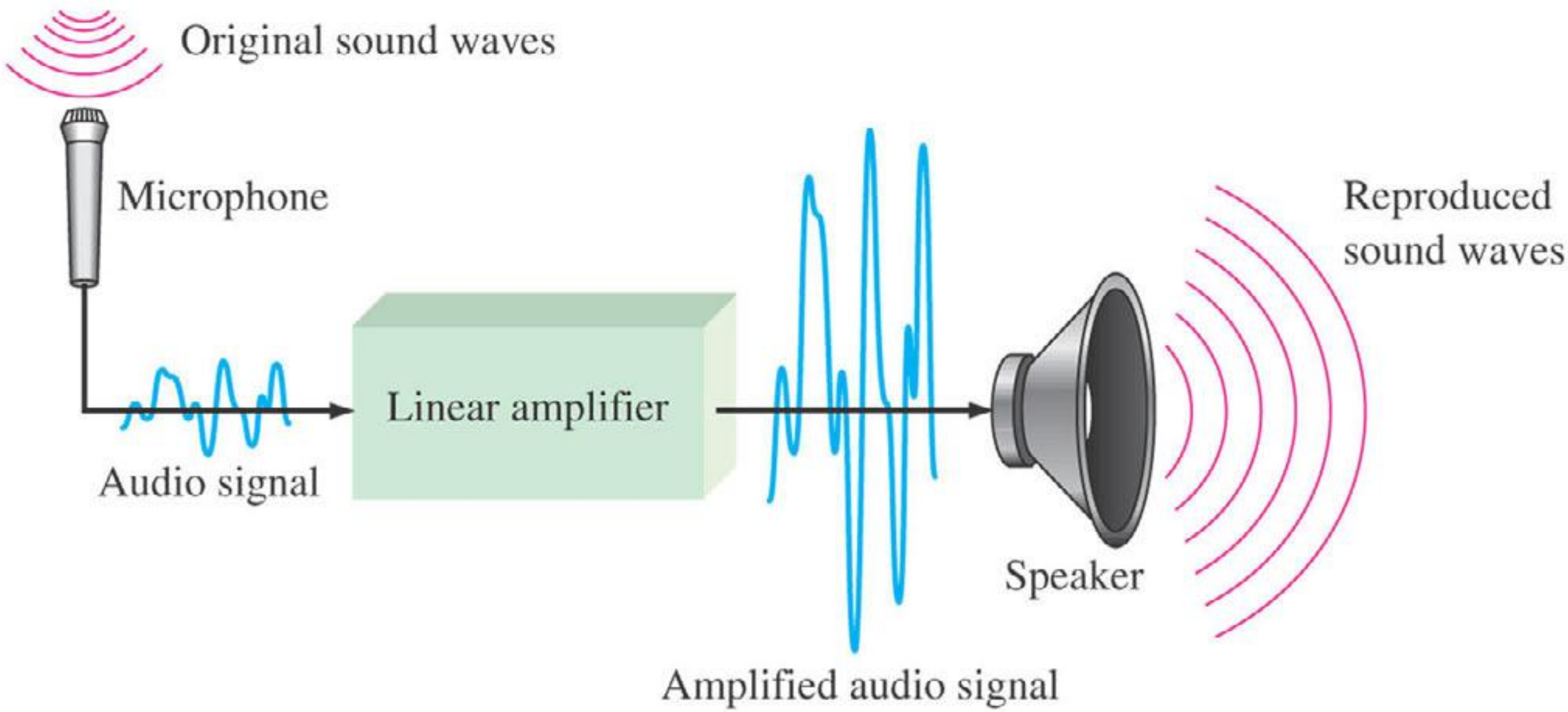
Grandezas analógicas



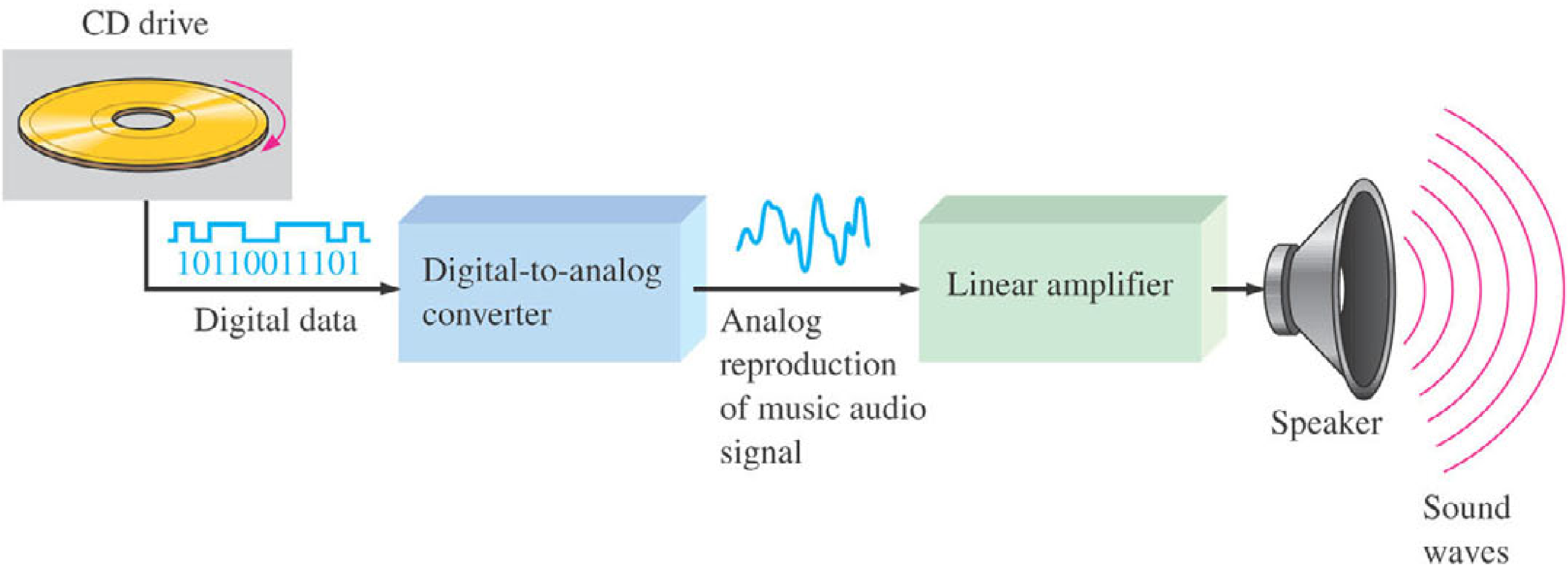
Grandezas digitais



Grandezas analógicas: exemplo

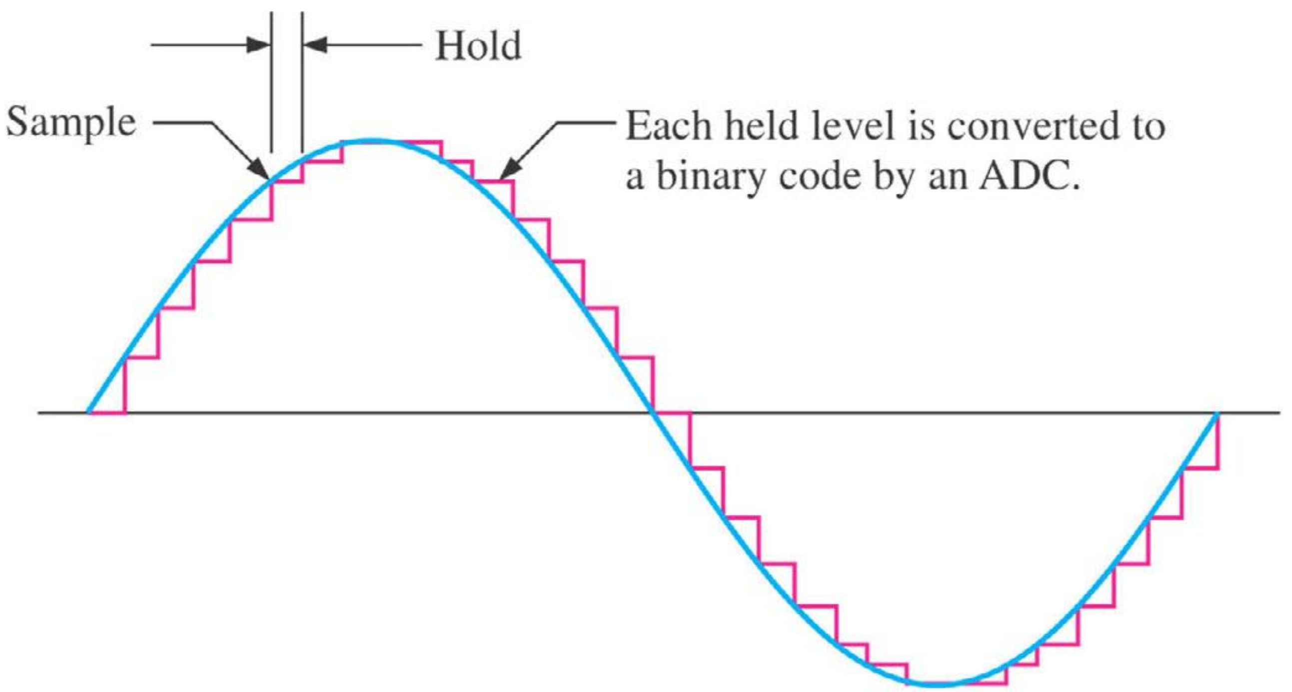


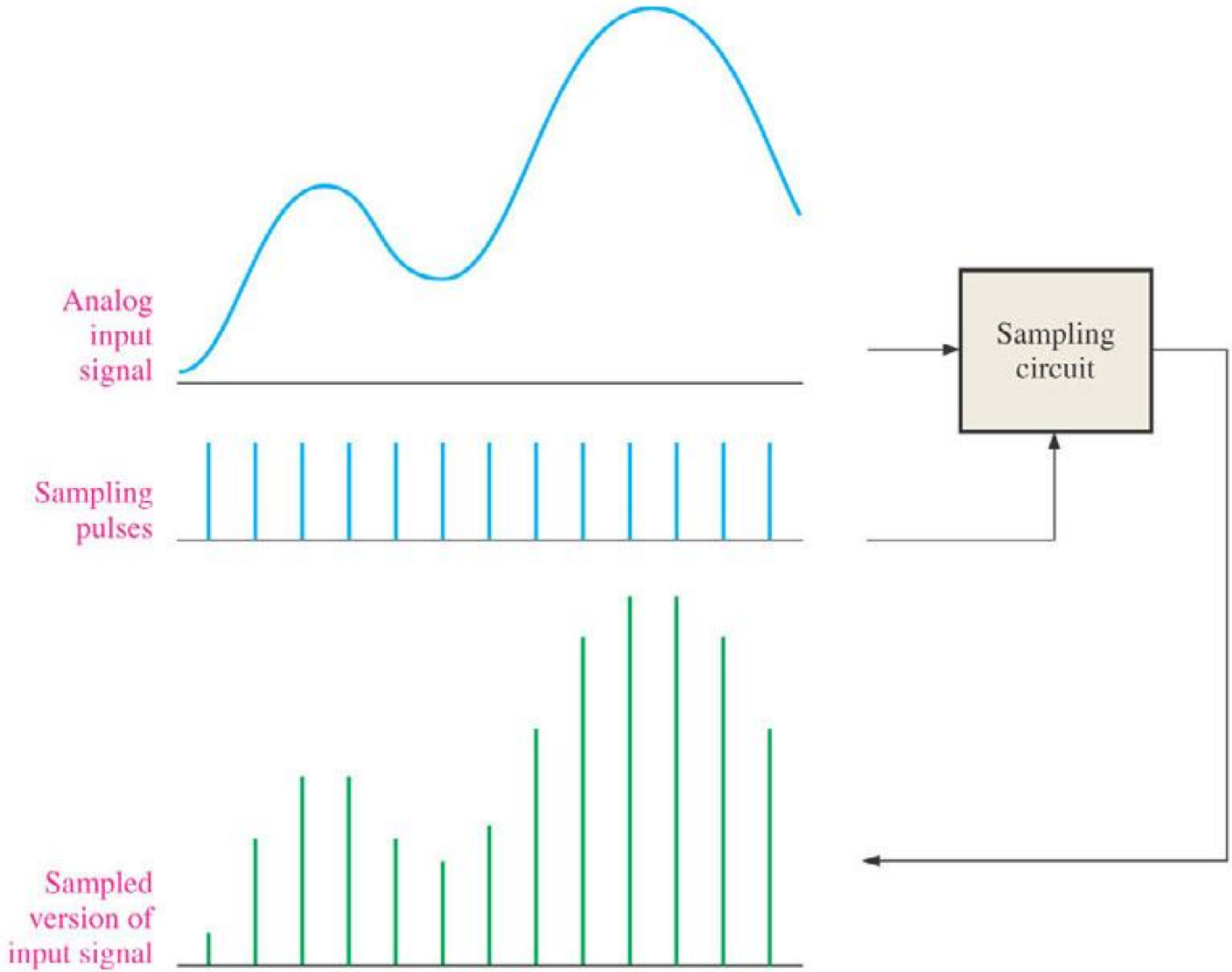
Exemplo de conversão digital analógica



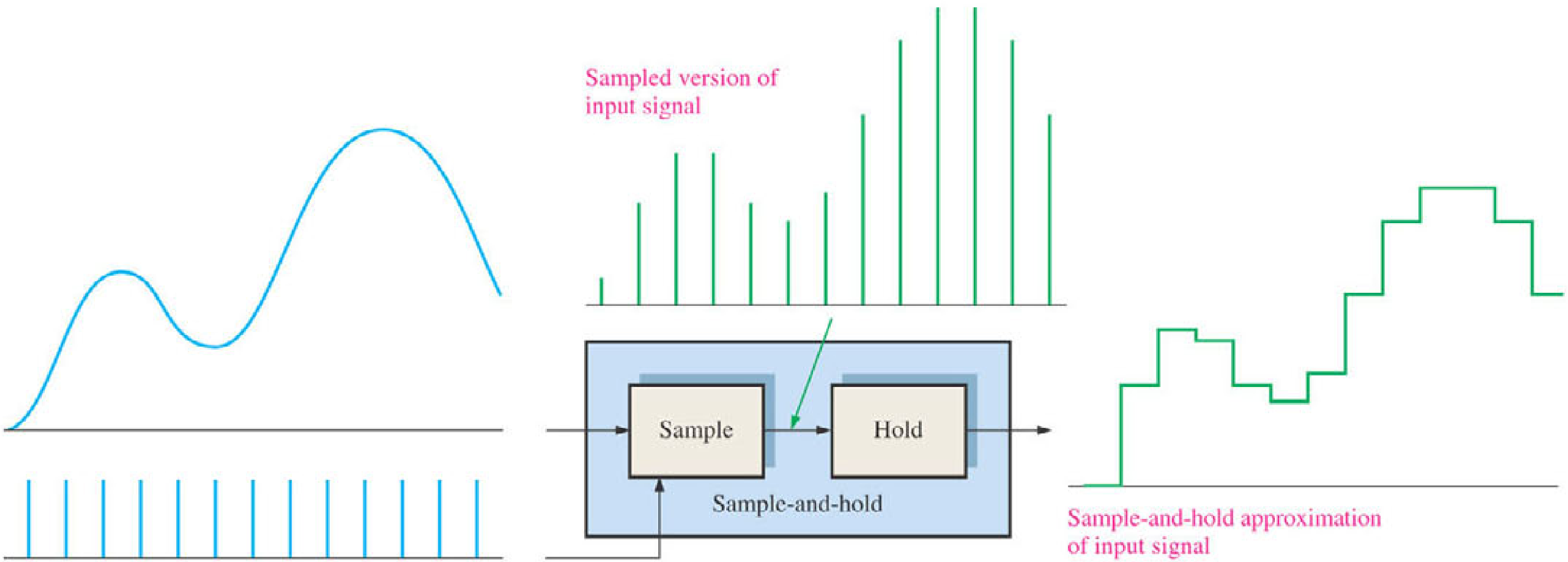
Conversão analógica digital

- Processo "sample and hold"

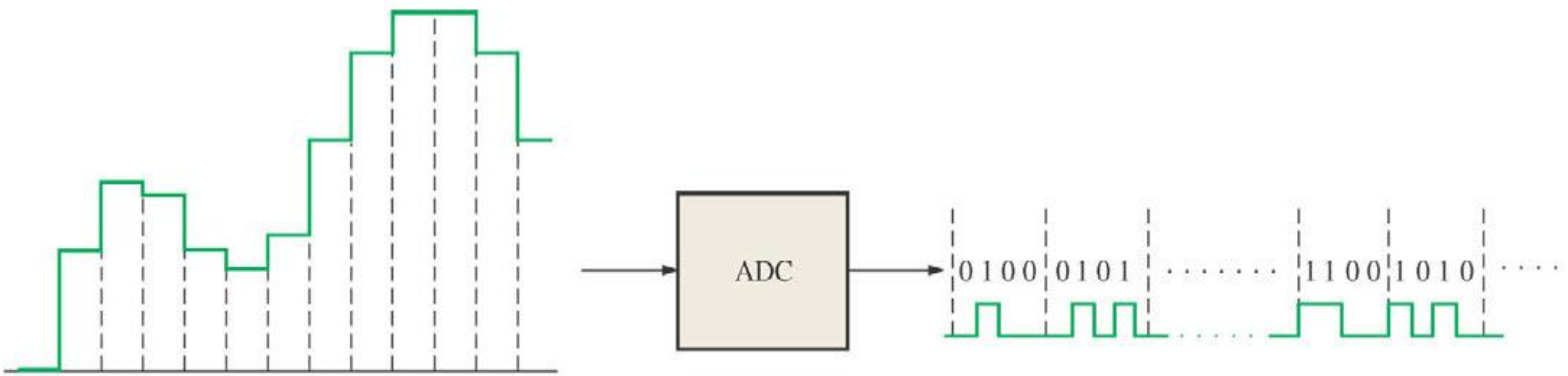



Analog
input
signal
Sampling
pulses
Sampled
version of
input signal
Sampling
circuit

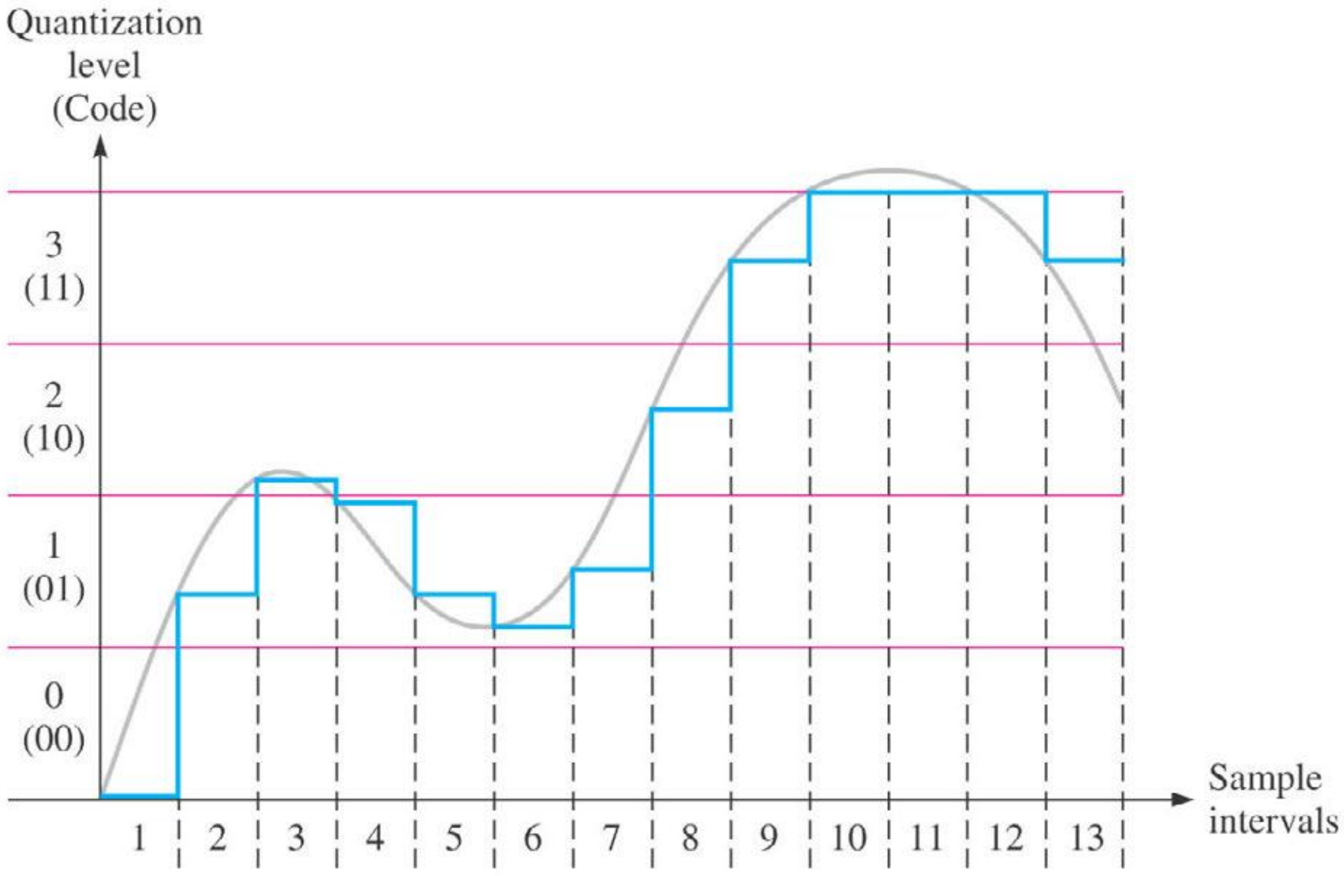
Conversão analógica digital



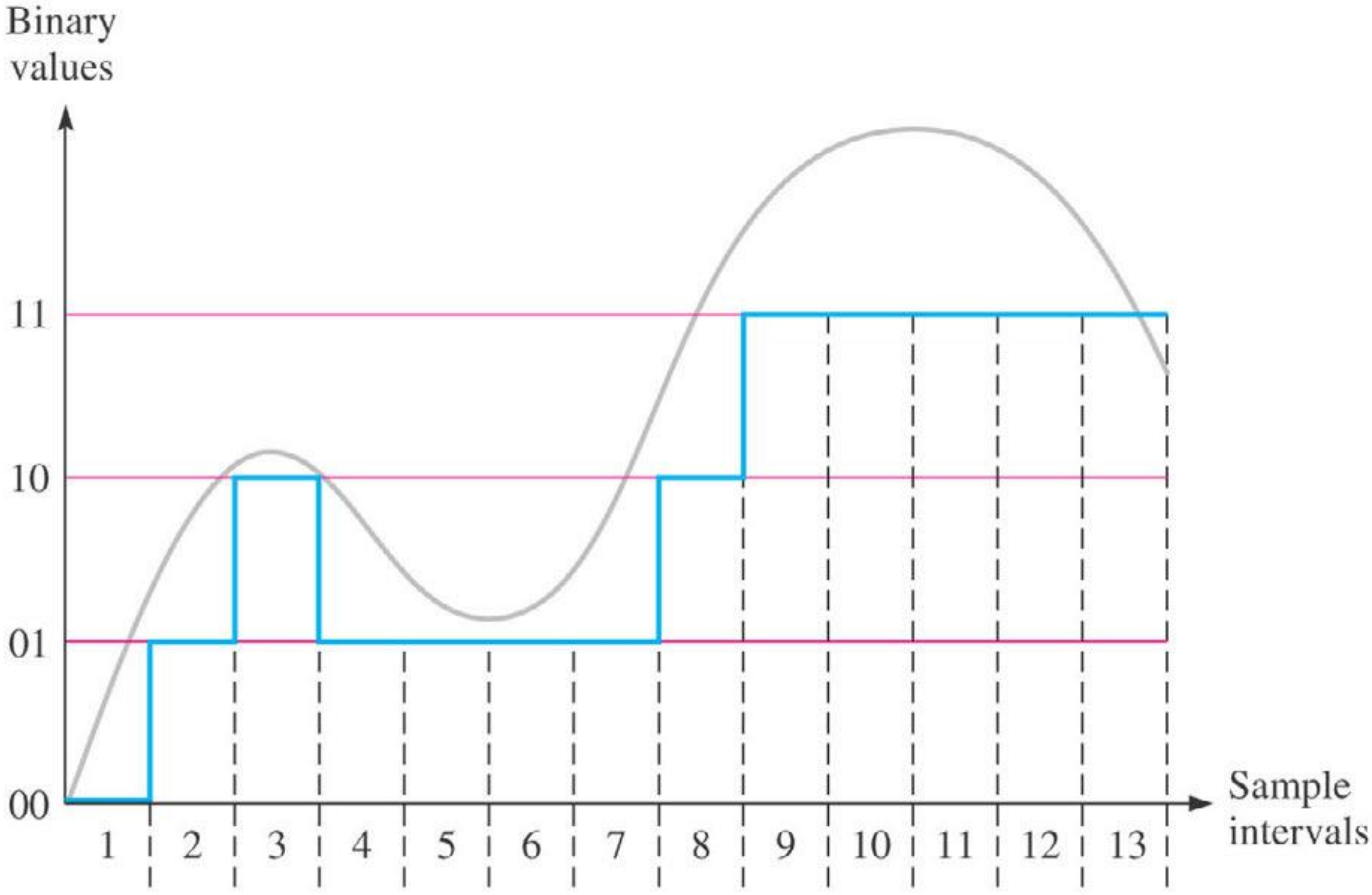
Conversão analógica digital (ADC)



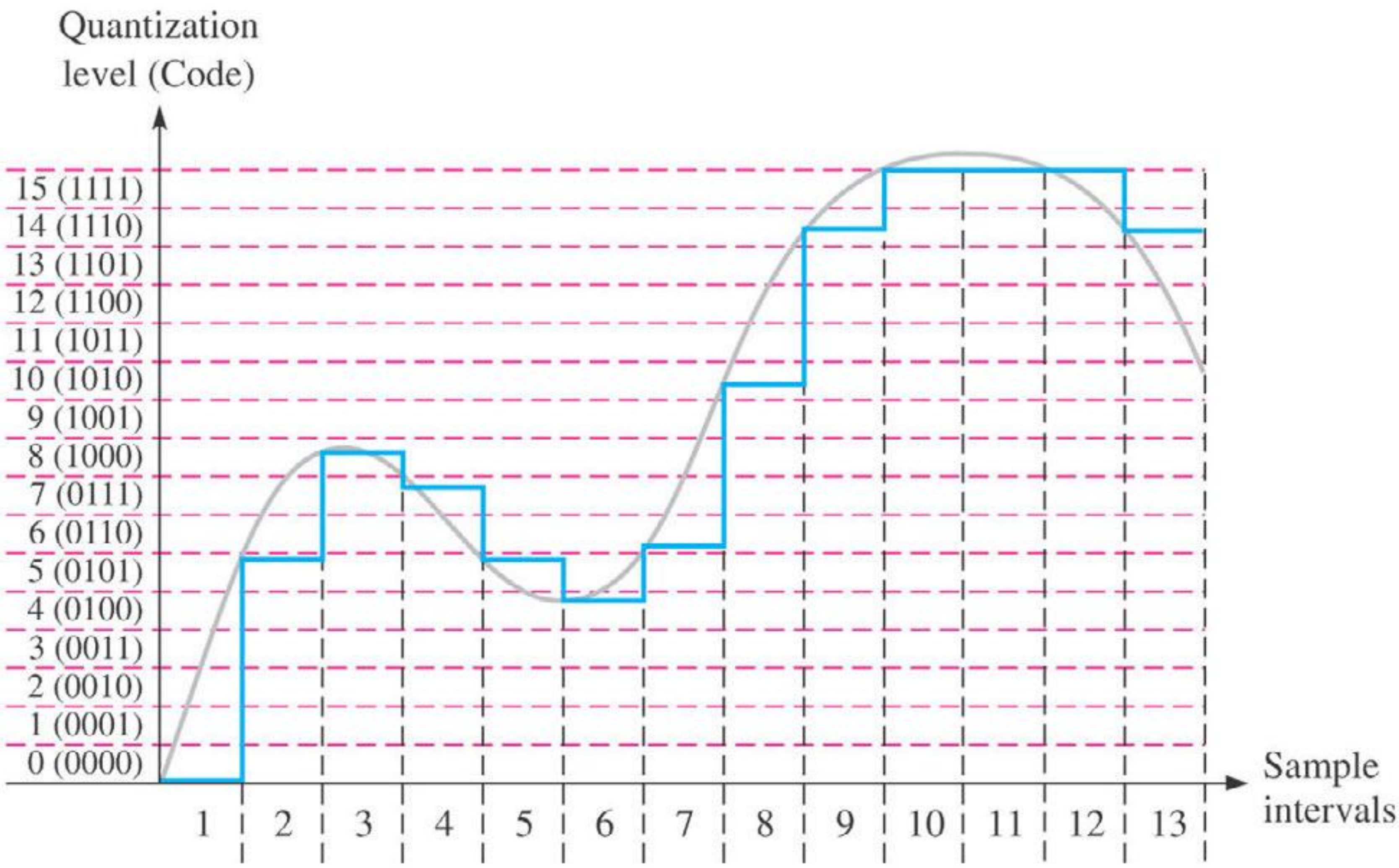
Conversão analógica-digital (níveis de “quantização”)

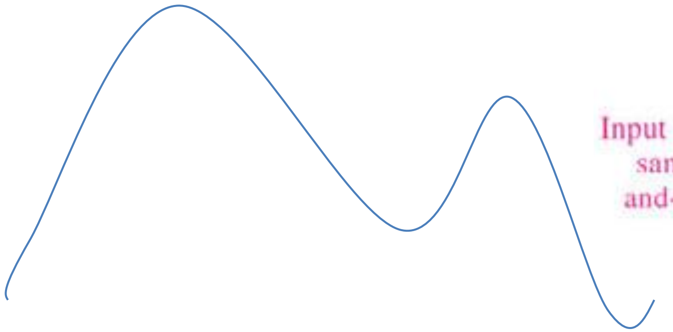


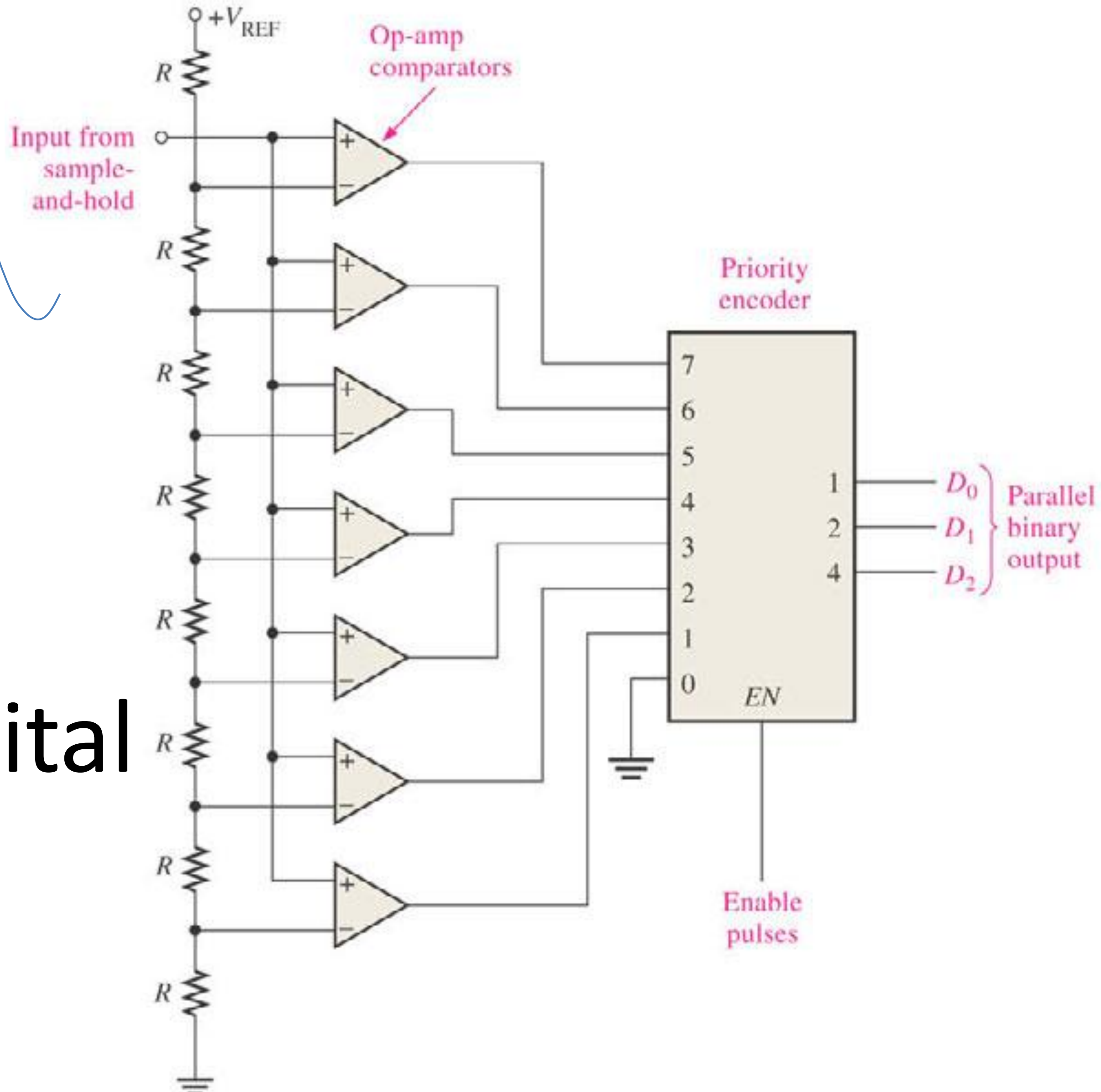
Conversão analógica-digital (níveis de "quantização")



Conversão analógica-digital (níveis de “quantização”)







Conversor analógico-digital

Parte 9

Realizar 6 problemas pares a eleger dentre os problemas
das seções 3-3, 3-4, 3-5, 13-1 e 13-2 do livro Sistemas Digitais (9ª edição) de Floyd
Os problemas encontram-se no final dos capítulos.

Teorema de amostragem de Nyquist–Shannon

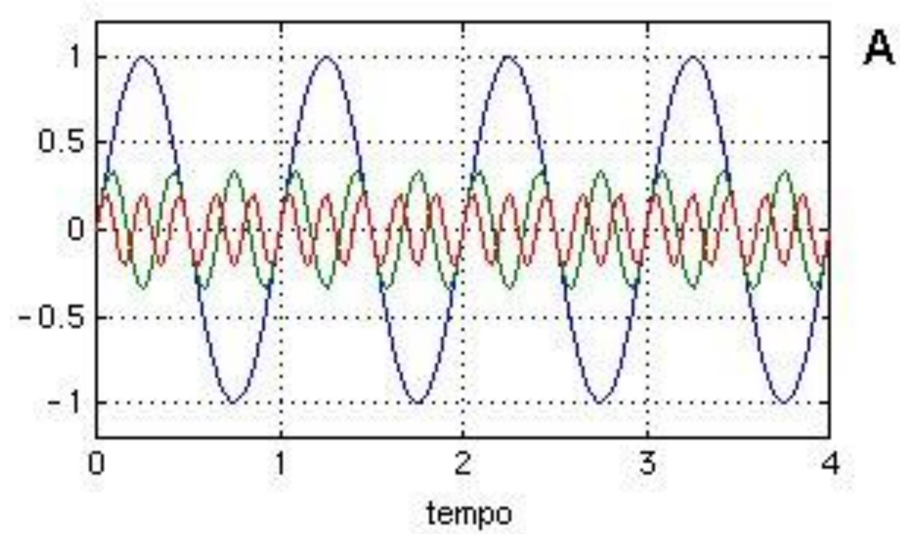
- Segundo o Teorema de Nyquist, a freqüência de amostragem de um sinal analógico, para que possa posteriormente ser reconstituído com o mínimo de perda de informação, deve ser igual ou maior a duas vezes a maior freqüência do espectro desse sinal.

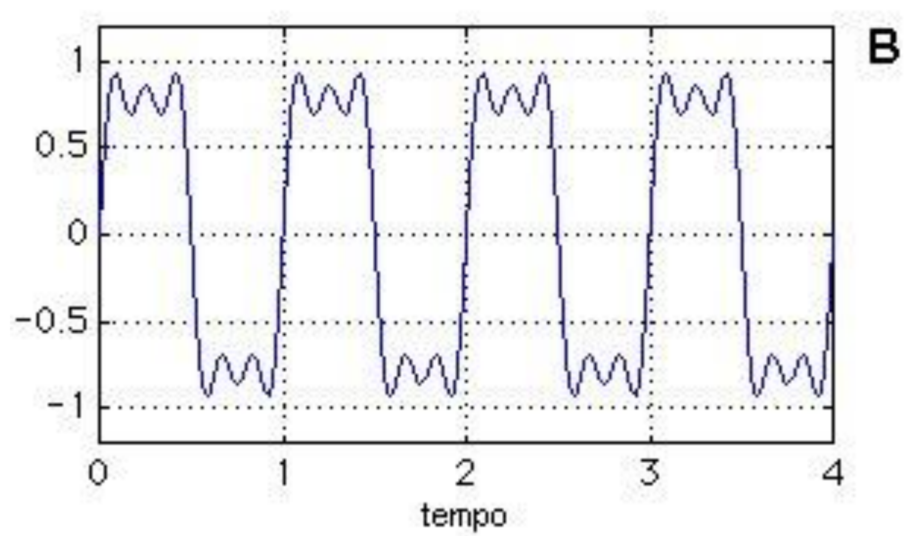
$$Wo >= 2W$$

Ver:

http://www.youtube.com/watch?v=Sv5TyYzuLHc&NR=1

Lembrete das séries de Fourier para entender melhor o teorema de Nyquist–Shannon





Link série Fourier

- http://www.youtube.com/watch?v=DzjwjDt2W1I&feature=related

Series de Fourier

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cdot \cos\left(\frac{n\pi t}{L}\right) + b_n \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi t}{L}\right) \right]$$

$$a_0 = \frac{1}{L} \int_c^{c+2L} f(t)\, dt$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_c^{c+2L} f(t) \cos\left(\frac{n\pi t}{L}\right) dt$$

$$b_n = \frac{1}{L} \int_c^{c+2L} f(t) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi t}{L}\right) dt$$

Para funções ímpares an = 0 a0 = 0 e para funções pares bn = 0.