

UFABC – FIS104 Mecânica Estatística 2015 (2 quad.)
LISTA 4 - Ensemble macrocanônico

1. Mostre que a entropia no ensemble grande canônico pode ser escrita na forma:

$$S = -k \sum_j P_j \ln P_j \quad (1)$$

com a probabilidade P_j dada por $P_j = \frac{1}{\Xi} \exp[-\beta E_j + \beta \mu N_j]$.

2. Demonstre as seguintes expressões:

$$N = z \frac{\partial}{\partial z} \ln \Xi, \quad U = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln \Xi = kT^2 \frac{\partial}{\partial T} \ln \Xi, \quad F = -kT \ln(z^{-N} \Xi). \quad (2)$$

3. Considere um sistema de partículas localizadas e distinguíveis (isto poderia funcionar como modelo de um sólido). Suponha que a função de partição canônica de uma partícula é dada por $Q_1(V, T) = \phi(T)$ onde $\phi(T)$ é função apenas da temperatura. (a) Encontrar a grande função de partição $\Xi(T, V, \mu)$. (b) Determinar a energia interna U , a pressão P , o número de partículas N , a energia livre de Helmholtz F , e a entropia S . (c) Analisar o caso de um sistema de osciladores harmônicos clássicos unidimensionais, isto é, $\phi(T) = kT/\hbar\omega$. (d) Analisar o caso de um sistema de osciladores harmônicos quânticos unidimensionais: $\phi(T) = [2 \sinh(\hbar\omega/2kT)]^{-1}$.
4. As moléculas de um gás podem ser adsorvidas na superfície de um sólido em N possíveis sítios de adsorção. Cada local tem energia de ligação ϵ , e pode acomodar, no máximo, uma molécula. As moléculas adsorvidas estão em equilíbrio com um gás ideal que envolve o sólido (ver o desenho) o qual se encontra a uma temperatura T e potencial químico μ . (a) Seja M o número de moléculas adsorvidas. Escreva a grande função de partição do sistema como uma soma sobre M . (b) Determine o valor médio \bar{M} . (c) Determine $\overline{M^2} - \bar{M}^2$ e discuta o resultado.

