Prova final de Algoritmos e Teoria dos Grafos
2° semestre de 2005

---

(1) LEIA COM ATENÇÃO TODA A PROVA.

(2) Entender o enunciado das questões faz parte da prova.

(3) EXPLIQUE e JUSTIFIQUE todas as suas respostas.

(4) Você pode usar os teoremas e algoritmos vistos nas aulas. Nesses casos, escreva o que você está usando.

(5) Cada questão vale 20 pontos.

(6) Pode escrever as resoluões usando lápis.

(7) Pode levar a folha com os enunciados das questões.

(8) A prova é sem consulta, e tem duração de 1h30min.

---

1) Existe $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ tal que todo grafo de grau mínimo pelo menos $f(k)$ é k-conexo?

2) Seja G um grafo tal que $d(u) + d(v) \geq |V(G)|$ para todo par u, v de vértices não adjacentes. Prove que G é hamiltoniano se e somente se $G + uv$ é hamiltoniano.

3) Mostre que vale a seguinte desigualdade entre conexidade e grau médio

$$\kappa(G) \leq d(G)$$

para todo grafo.

4) Mostre que todo grafo r-regular de cintura 4 tem pelo menos $2r$ vértices.

5) Quando usamos representação de conjuntos disjuntos por árvores com união-por-tamanho e compressão de caminhos o custo de m operações *make/find/union*, sendo que as n primeiras são *make*'s, é no pior caso $O(m \lg^* n)$.

Use essa informação para determinar a complexidade do algoritmo de Kruskal:

$M \leftarrow \emptyset$;
$F \leftarrow$ arestas em ordem não-decrescente de peso;
`para` $(v \in V)$
    $make(v)$;
`para` $(uv \in F)$
    `se` $(find(u) \neq find(v))$
        $M = M \cup \{uv\}$;
        $union(u, v)$;