2ª chamada da 1ª prova de Algoritmos e Teoria dos Grafos

2° semestre de 2005

---

(1) LEIA COM ATENÇÃO TODA A PROVA

(2) EXPLIQUE todas as suas respostas.

(3) Entender o enunciado das questões faz parte da prova.

(4) Você pode usar todos os teoremas e algoritmos vistos nas aulas que cobrem os temas da prova. Nesses casos, escreva o que você está usando.

(5) A prova é sem consulta e terminas as 17:10.

---

1) (**10**) Pode um grafo com 4 vértices ter 3 vértices de grau 3 e um vértice de grau 1? Justifique.

2) (**15**) Qual estruturaz de dados das que vimos em aula para representação de grafos é mais eficiente para responder rapidamente se um dado vértice tem grau 0? Justifique.

3) (**15**) Mostre que um grafo r-regular de cintura 5 tem pelo menos $r^2 + 1$ vértices.

4) (**20**) Assuma que um grafo conexo $G = (V, E)$ é dado ou por sua matriz de adjacências A ou por uma lista de adjacências $adj[\,]$ (você terá que escolher). Escreva um algoritmo baseado na busca em largura que ao final da execução ou A ou $adj[\,]$ (dependendo da sua escolha) armazena um subgrafo conexo, sem circuitos e com V como conjunto de vértices. Escolha a representação (A ou $adj[\,]$) que torna o algoritmo mais eficiente para o caso em que $|E| = \alpha|V|^2$, $\alpha > 0$, e justifique a sua escolha. Explique o funcionamento do algoritmo.

5) (**40**) Seja G um grafo e $C \subset G$ um circuito tal que dois vértices desse circuito são ligados por um caminho de comprimento pelo menos k. Mostre que G tem um circuito de comprimento pelo menos $\sqrt{k}$.