



Universidade Federal do ABC

EN-3611

Segurança de Redes

Aula 03
Criptografia assimétrica

Prof. João Henrique Kleinschmidt

Problema de distribuição de chaves

- A criptografia de chave simétrica pode manter seguros seus segredos (chave e informação), mas se precisar compartilhar informações secretas com outras pessoas deve-se também compartilhar as chaves que são secretas.
- Como duas ou mais pessoas podem, de maneira segura, enviar as chaves por meio de linhas inseguras?

Utilizando um terceiro confiável

- Alice e Bob podem tentar usar um terceiro confiável, chamada de Michele, que compartilha uma chave com cada funcionário da empresa.
- Alice visita Michele e solicita uma chave. Ela gera uma chave, armazena numa forma segura e dá uma cópia a Alice. Agora as duas compartilham uma chave. Bob também visita Michele, consegue a mesma chave e assim compartilha uma chave com Alice (e Michele).
- Quando Alice quiser se comunicar com Bob, basta criptografar a mensagem com a chave gerada por Michele.
- No esquema do terceiro confiável, duas das partes confiáveis são os correspondentes que se comunicam: Alice e Bob.
- Michele é o terceiro.
- Michele precisa ser confiável, ela tem as chaves de todas as pessoas. Quando Alice e Bob trocam mensagens criptografadas, elas, normalmente, são as únicas pessoas que podem decriptá-las. Mas Michelle também pode, pois ela também detém a chave de sessão.

Terceiro confiável

- O terceiro confiável pode ler todas as mensagens. Se os correspondentes puderem conviver com isso, o esquema funcionará.
- Quando o terceiro confiável deixa a empresa, um novo terceiro deverá existir e o processo começa novamente a partir do zero. Caso, contrário, o terceiro que deixou a empresa pode ganhar acesso a todos os materiais sigilosos.
- Alternativa: Existir um serviço externo. O terceiro não é um indivíduo, mas uma entidade corporativa.
- Novamente, baseado na confiança na entidade para que esta evite e verifique que seus funcionários tenham acesso às chaves.

Algoritmos Criptográficos Assimétricos ou de Chave Pública

- **Histórico:**

- 1976 (Diffie, Hellman e Merkle)
- Descoberta de algoritmos criptográficos assimétricos, onde a segurança se baseia nas dificuldades de
 1. Deduzir a mensagem a partir do criptograma
 2. Deduzir uma chave de cifragem a partir da outra chave
- Desenvolvimento da criptografia moderna:
 - Mecanismos de distribuição de chaves
 - Autenticação de mensagens
 - Provas de identidade

Quem inventou a criptografia de chave pública?

- Década de 60
- James Ellis, do *British Communications Electronic Security Group* (CESG)?
- *National Security Agency* (NSA) dos EUA?
- Usada nas bombas atômicas?
- Ex-URSS? China? Japão?

Criptografia de chave pública



**Algoritmo de
Criptografia**

**Algoritmo de
Decriptografia**



**Texto
Simples**



**Texto
Cifrado**



**Texto
Simples**



Chave Pública



Chave Privada

Criptografia de chave pública

- Na **criptografia assimétrica** a chave utilizada para encriptar não é usada para decriptar.

- As chaves são significativamente diferentes:

(K_e, K_d)

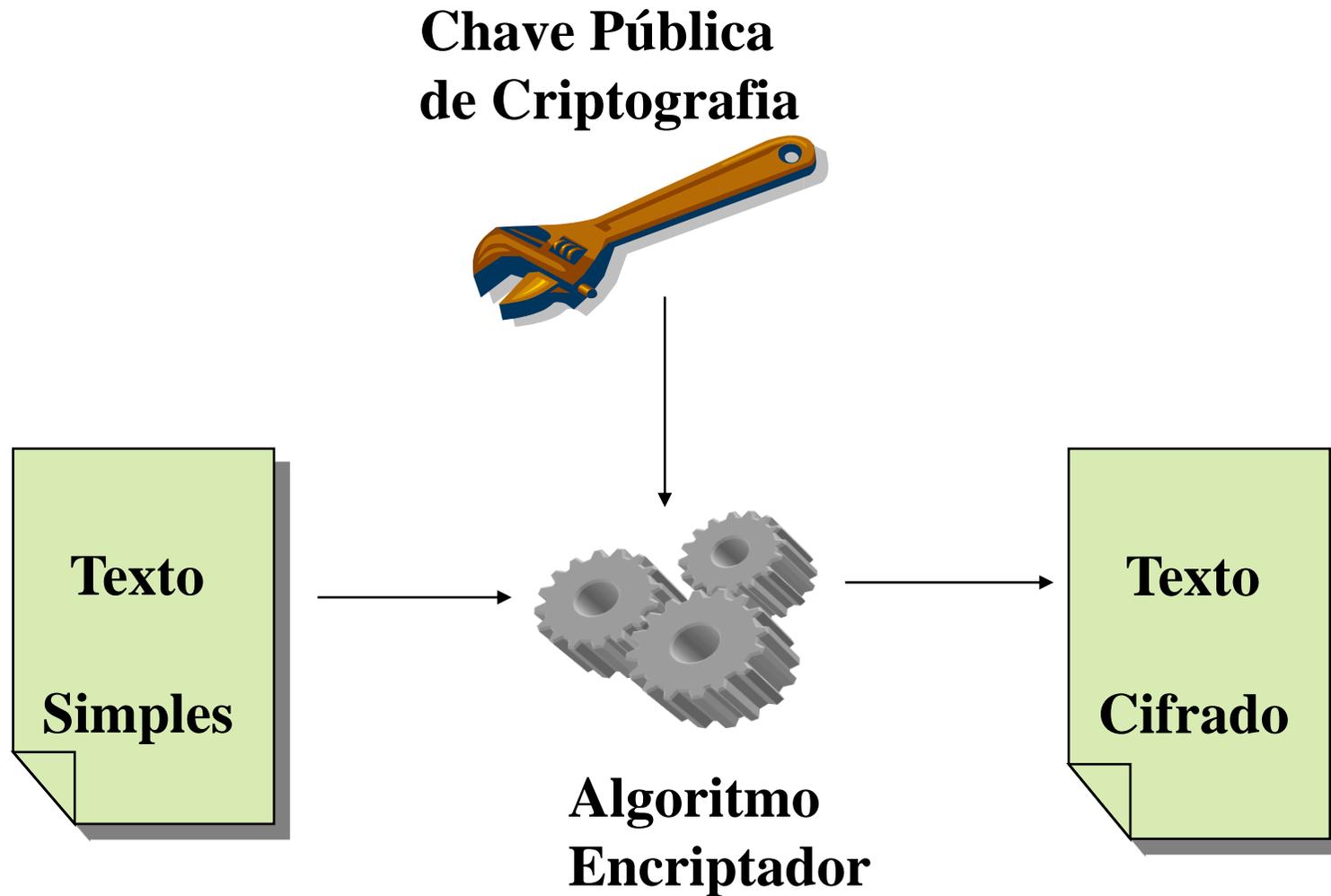
- Elas são parceiras. Estão relacionadas entre si:

$$K_d \Rightarrow K_e \quad K_e ? \Rightarrow ? K_d$$

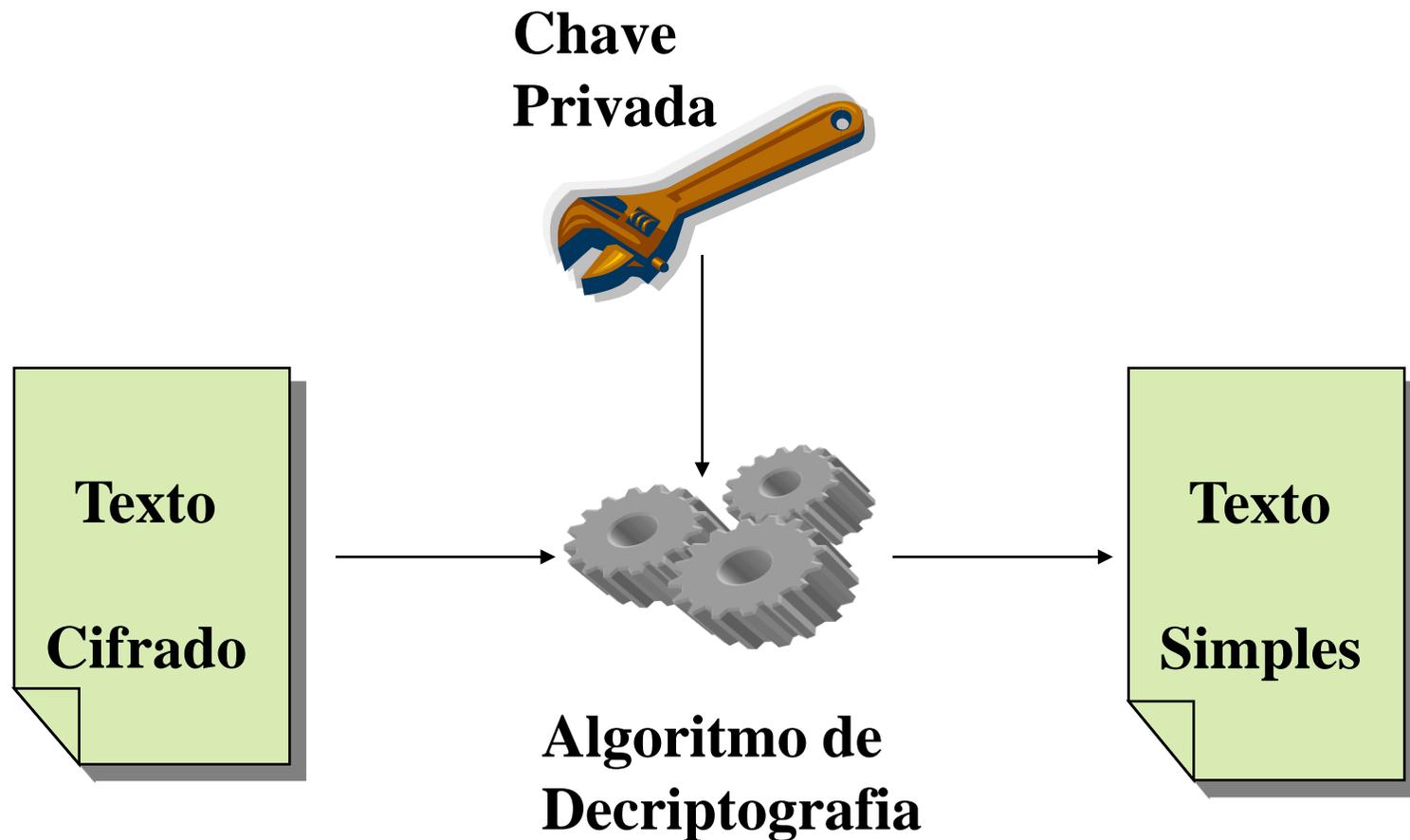
- O relacionamento é matemático; o que uma chave encripta a outra decrypta:

$$C = E(K_e, M) \quad D(K_d, C) = M$$

Criptografando com chave pública



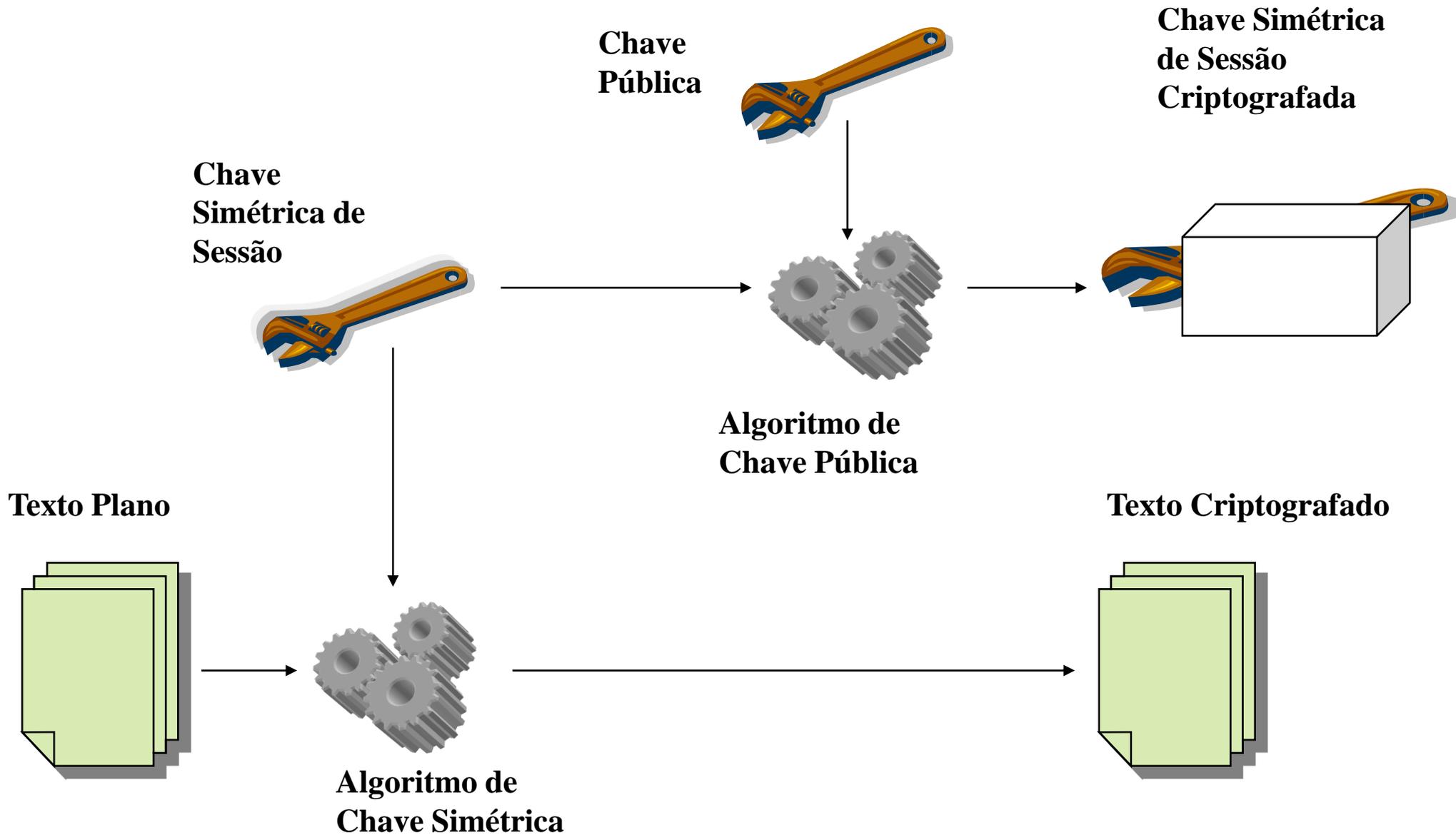
Descriptografando com chave privada



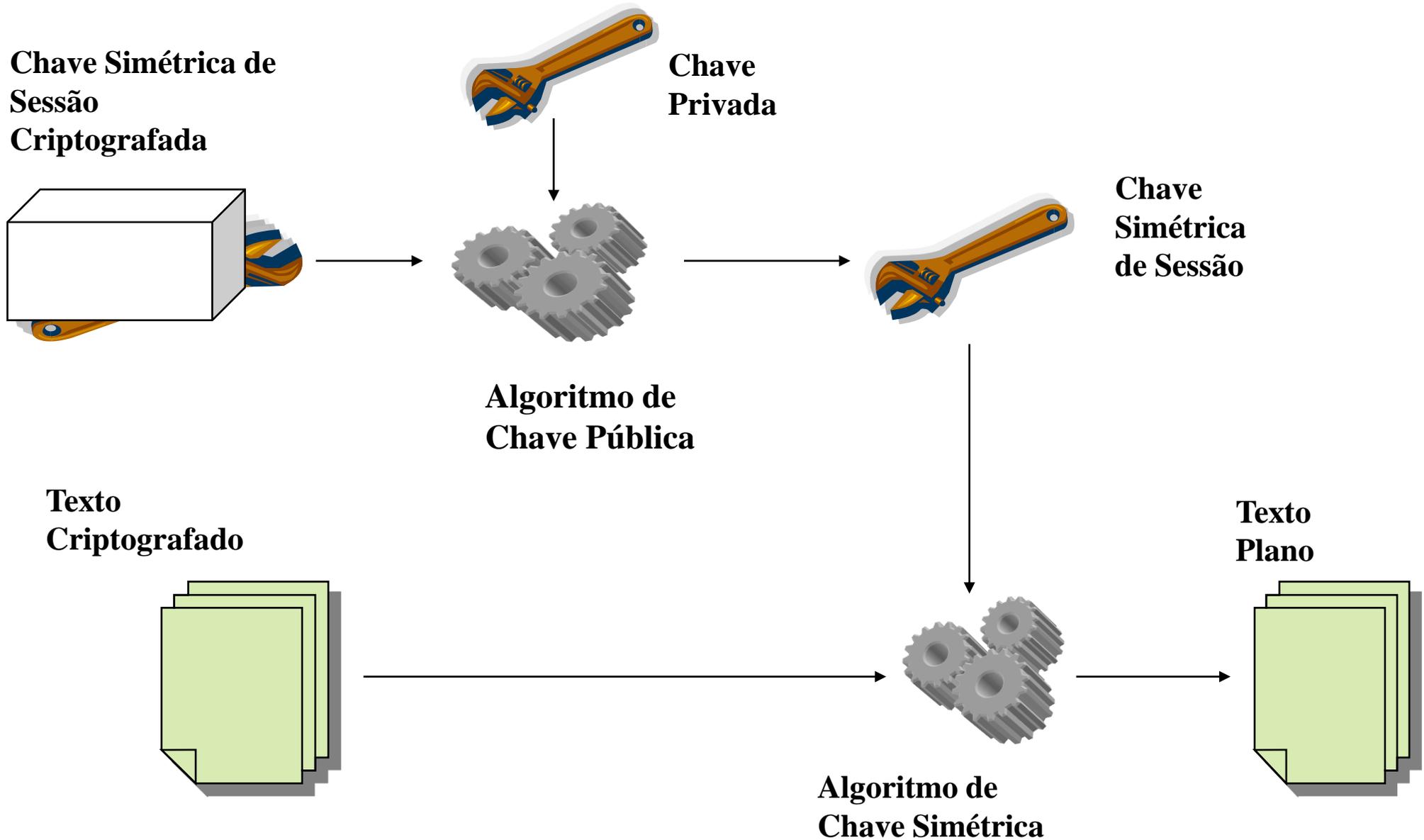
Desempenho

- Para informação em grande quantidade, algoritmos de chave pública são lentos. (20Kb a 200Kb) por segundo. Muito lento para processamento de dados em volume.
- Algoritmos de chave simétrica podem encriptar informação em grande quantidade bem mais rapidamente. (10Mb, 20Mb, 50 Mb ou mais) por segundo.
- Solução: usar a combinação de criptografia de chave simétrica e de chave pública.

Criptografando em Envelope Digital



Descriptografando o Envelope Digital



Vantagens do envelope digital

- Segredo não precisa ser compartilhado antecipadamente.
- Segredo compartilhado através da chave simétrica de sessão.
- Manter uma chave separada para cada pessoa (chave pública) que não precisa estar protegida.
- Não é preciso armazenar as próprias chaves públicas. Diretórios de chaves públicas podem estar disponíveis.

Gerenciamento de chaves públicas

- Se Alice e Bob não conhecem um ao outro, como eles irão obter as respectivas chaves públicas para iniciar a comunicação entre eles?
- Como Alice (Bob) pode ter certeza que está realmente obtendo a chave pública de Bob (Alice) ?
- Bob coloca sua chave pública na sua página Web. Não funciona!!!
- Se Eva intercepta a solicitação e responde a Alice com uma página falsa, fazendo a substituição da chave pública de Bob pela chave pública dela.
- Quando Alice envia sua primeira mensagem criptografada, será com a chave pública de Eva.
- E necessário um mecanismo apropriado para que se possa disponibilizar chaves: uma autoridade certificadora (AC). Esta AC é responsável em certificar e distribuir chaves públicas.

Algoritmos de Chave Pública

- Dos algoritmos assimétricos até hoje propostos, poucos são **considerados** seguros e práticos:
 - RSA
 - El Gamal
 - Rabin
 - ECC – Criptografia de Curva Elíptica
- Outros algoritmos:
 - Úteis apenas para assinatura
 - Ou inseguros, muito lentos ou requerem chaves muito longas

Acordo de chaves Diffie-Hellman

- Resolve problema de **distribuição de chaves**, criando uma **chave compartilhada**.
- Alice e Bob têm que concordar sobre dois grandes números:
 - **p** (um número primo)
 - **g** (um número pseudo-aleatório)
- **p** é um número primo gerado a partir de um gerador de números pseudo-aleatórios (PRNG), sendo verificado se é primo pelo Teste de Fermat.
- **g** é um número gerado por um PRNG, que se relaciona com o valor de **p** (**g** < **p** e **g** é uma raiz primitiva de **p**)
 $(g^{\phi(p)} = 1 \text{ mod } p)$.
- Estes números podem ser **públicos**, assim, **qualquer uma** das partes pode escolher **p** e **g** e dizer ao outro abertamente.

Acordo de chaves Diffie-Hellman

- Alice gera por um PRNG, um número grande chamado **x**. Ela guarda **x** como **segredo**.
- Alice tem agora **(p, x)** que define a **chave privada**.
- Alice calcula **$g^x \bmod p$** .
- Alice inicia o protocolo do acordo de chave enviando a Bob uma mensagem contendo **(p, g, $g^x \bmod p$)** .
- Bob tem agora um número grande **$g^x \bmod p$** definindo a tripla **(p, g, $g^x \bmod p$)** a qual é transmitida para Bob, como a **chave pública** de Alice.
- Bob escolhe um número **y** secreto.
- Bob responde enviando a Alice uma mensagem contendo **($g^y \bmod p$)**

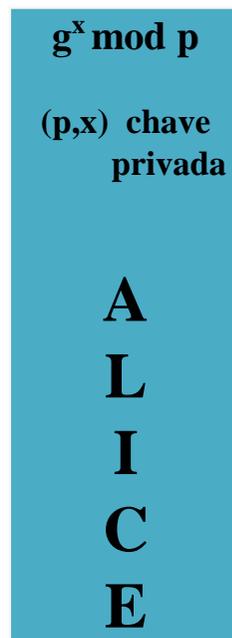
Acordo de chaves Diffie-Hellman

- Alice calcula $(g^y \bmod p)^x \bmod p$
- Bob calcula $(g^x \bmod p)^y \bmod p$
- Pela lei da aritmética modular, ambos os cálculos resultam em $g^{xy} \bmod p$.
- Alice e Bob, agora **compartilham uma chave secreta:**
 $g^{xy} \bmod p$

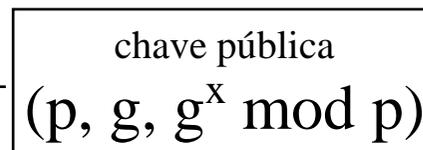
Acordo de chaves Diffie-Hellman

1. Alice escolhe
 p, g públicos e
 x secreto

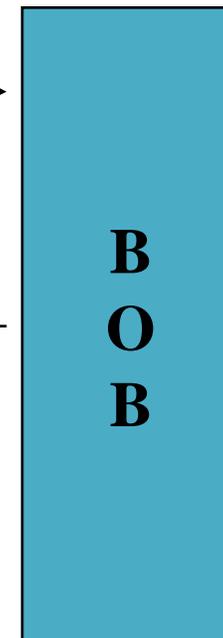
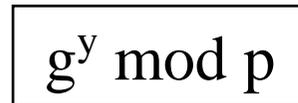
3. Bob escolhe
 y secreto



2.



4.



5. Alice calcula
 $(g^y \bmod p)^x \bmod p$
 $= g^{xy} \bmod p$
(chave secreta
compartilhada)

6. Bob calcula
 $(g^x \bmod p)^y \bmod p$
 $= g^{xy} \bmod p$ (chave
secreta compartilhada)

Acordo de chaves Diffie-Hellman

- O algoritmo não criptografa os dados.
- Duas partes geram a mesma chave ($g^{xy} \bmod p$).
- Este procedimento é chamado **Acordo de Chave**.
- **Dificuldade de quebra do algoritmo:**

Um intruso conhece g e p . Se pudesse descobrir x e y , descobriria a chave secreta.

O problema é que dado $(g^x \bmod p)$ e $(g^y \bmod p)$, **não pode descobrir x nem y** .

Nenhum algoritmo é conhecido para computar o **módulo de logaritmo discreto** de um **número primo p muito grande** num tempo aceitável.

Algoritmo RSA

- O nome é formado com iniciais dos autores: Rivest, Shamir & Adleman (1978)
- Mais usado e fácil de implementar entre os algoritmos assimétricos
- O algoritmo vem resistindo a quase 20 anos de análise
- Baseado em alguns princípios da **Teoria dos Números**.
- Sua segurança é baseada na dificuldade de se fatorar números inteiros

Algoritmo RSA

- **Sumário do algoritmo:**

1. Escolher dois números primos grandes, **p** e **q** (tipicamente entre 10^{75} e 10^{100})
Um PRNG escolhe **p**; Teste de Fermat localiza **q**.
2. Calcule **n = p.q**
3. Calcule $\phi(n) = z = (p-1).(q-1)$ (função de Euler)
4. Escolher um **número relativamente primo a z** e chamá-lo de **e** (isto é, tal que **e não tenha fatores primos comuns com z**)
5. Encontre **d** tal que **e.d mod z = 1** e **d < z**
6. Dividir o texto plano (uma cadeia de bits) em blocos, de modo que cada mensagem do texto plano **M_i** (bloco) caia no intervalo **0 ≤ M < n**.

Isto pode ser feito agrupando-se o texto plano dentro de blocos iguais de **k** bits, onde **k** é o maior inteiro para o qual **2^k < n**. Em aplicações práticas **k** varia de 512 a 1024 bits.

Algoritmo RSA

- 6. Para **encriptar** um mensagem **M**, calcule $E(e,n,M) = C = M^e \bmod n$.
Para **decriptar**, calcule $D(d,n,C) = M = C^d \bmod n$
- Para **encriptar** precisamos de **e** e **n**. Para **decriptar** precisamos de **d** e **n**. Assim, a **chave pública** consiste do par **(e,n)** e a **chave privada** do par **(d,n)**.
- Pode ser provado que para todo **M**, essas funções são inversas:
 $E(D(x)) = D(E(x)) = x$

Segurança do RSA

- A segurança do método é baseada na dificuldade de se **fatorar números grandes**.
- Se um cripto-analista puder **fatorar n** , ele poderia então descobrir **p** e **q** , e destes, **z** .
- RSA Corporation tem emitido uma série de desafios para fatorar números de mais de 100 dígitos decimais.
- Números de até 174 dígitos decimais (576 bits) têm sido fatorados, e assim o uso do algoritmo RSA com chaves de 512 bits é inaceitável para muitos propósitos.

Segurança do RSA

- RSA Corporation (que retém a patente do algoritmo RSA) recomenda um comprimento de chave de ao menos 768 bits (em torno de 230 dígitos decimais), por um período de segurança a longo prazo de aproximadamente 20 anos.
- Chaves de 1024 bits são utilizadas.
- Chaves tão grandes quanto 2048 bits são usadas em algumas aplicações.
- Os algoritmos de fatoração usados são os melhores disponíveis.
- Algoritmos criptográficos assimétricos que usam multiplicação de números primos como *função de uma via* estarão vulneráveis quando um algoritmo de fatoração mais rápido for descoberto.

Ataque em Módulo Comum

- Possível quando:
 - A distribuição de chaves para a cifra que usa o RSA atribui chaves com o mesmo módulo a usuários distintos
 - Qualquer mensagem encriptada por mais de um usuário pode ser facilmente vazada

Ataque com Expoentes Pequenos de Encriptação

- A encriptação/verificação de assinatura no RSA:
 - Mais rápida de acordo com o tamanho da chave pública
 - Menor chave: + rápido
 - Este tipo de ataque é possível com a encriptação de:
 - $e(e+1)/2$ mensagens linearmente dependentes
 - Portanto a dependência linear deve ser evitada

Prevenção contra Ataques Conhecidos ao RSA

1. O conhecimento de um par **(e,d)** permite a fatoração do módulo **n**
2. O conhecimento de um par **(e,d)** permite encontrar outros pares para o mesmo **n**
3. O módulo comum não deve ser usado em serviços de rede
4. As mensagens devem ser preenchidas com bits aleatórios até atingir o tamanho de **n**
5. O expoente da chave pública deve ser “grande”, e a assinatura anteceder a cifra

RSA e envelope digital

- Pode-se usar o RSA para criptografar dados diferentes do que uma chave de sessão, como no processo do envelope digital, mas o RSA não é tão rápido quanto os algoritmos simétricos.

RSA: Padronização e Patentes

- O RSA é um padrão de fato para criptografia assimétrica
 - Norma ISO 9796
 - Norma ANSI
 - Padrão bancário na França e Austrália
 - Não era padrão nos EUA por problemas de disputa sobre direitos de patente
 - A patente, válida somente nos EUA, expirou em 20/9/2000

Outros Algoritmos Assimétricos

- El Gamal
 - Dificuldade de se extrair logaritmos discretos em corpos finitos
- Rabin
 - Dificuldade de se extrair raiz quadrada em anéis.
- Curvas elípticas
- Algoritmos baseados:
 - No problema da mochila
 - Em códigos corretores de erros
 - Em autômatos finitos

Curvas elípticas

- Algoritmo ECDH (Elliptic Curve Diffie-Hellman)
- Encontra um curva elíptica E e um ponto P nesta curva.
- Gera um número pseudo-aleatório chamado de d .
- Multiplica d por P .
- O resultado é Q , que também é um ponto na curva.
- E , P e Q são publicados. O desafio é encontrar d .
- Esse problema é conhecido como o problema de log discreto de curva elíptica (mais difícil de resolver que o log discreto ou fatoração).
- Se a curva for grande, não se conhece uma solução que seja encontrada num curto espaço de tempo.

- Algoritmos Baseados no Problema da Mochila: *Merkle-Hellman*:
- Problema combinatório de se encontrar uma partição em um conjunto fixo de inteiros onde a soma de elementos seja igual ao argumento (Problema da Mochila)
- São inseguros:
 - A chave privada pode ser obtida em tempo polinomial a partir da pública
- Algoritmos baseados em códigos corretores de erros: *McEliece* - Usam códigos de Goppa
- Rápido e, até hoje, seguro
- Pouco usado porque expande a mensagem m e utiliza chaves muito grandes

Implementações

- Padronização:
 - Por normatização (Ex.: ISO) ou por forças de mercado
 - Interoperabilidade
 - A segurança na computação tende naturalmente à busca de padrões
 - Esta tendência se torna mais imperativa com o advento das redes globais e ambientes de computação distribuída

Implementações

- Limitações:
 - Sistemas legados cuja concepção original não contemplava segurança e/ou interoperabilidade
 - Legislação local e/ou internacional
 - Omissa
 - Desatualizada
 - Mal pensada
 - Interesses privados

Implementações

- Desafios
 - Novas aplicações ou tecnologias
 - Exigem estudos específicos
 - Exigem proteção aos dados
 - A necessidade de criptografia:
 - Aumenta a complexidade do problema computacional originalmente proposto
 - Em um sistema, é necessário pensar sempre em:
 - Segurança
 - Desempenho
 - Usabilidade