

Aplicações de Conversores Estáticos de Potência

José L. Azcue Puma, Prof. Dr.

- ✓ *Conversores CC/CC*
 - ✓ *Princípios para a análise em regime permanente*
 - ✓ *Circuito equivalente em regime permanente*

Modelagem de Conversores Estáticos

- Representação matemática do comportamento físico do sistema
- Modelagem do comportamento dominante do sistema, ignorando fenômenos insignificantes
- Modelos simplificados permitem um melhor entendimento dos fenômenos físicos existentes
- As aproximações usualmente desprezam fenômenos pequenos, porém complexos ou de difícil representação
- Após a compreensão dos principais fenômenos envolvidos, caso seja necessários os modelos podem ser refinados para incluir os fenômenos previamente desprezados

Modelagem de Conversores Estáticos

Modelo em regime permanente ou modelo CC

Utilizado para:

- Calcular os limites de tensão e corrente nos dispositivos eletrônicos para o seu correto dimensionamento.
- Estimar o rendimento do conversor.

Modelo dinâmico ou modelo CA

Utilizado para:

- Avaliar como os distúrbios (variações) na fonte, carga e nos parâmetros do circuito, além de perturbações nos sinais de controle afetam as variáveis de interesse.
- Projetar os controladores.

Modelo em regime permanente (modelo CC)

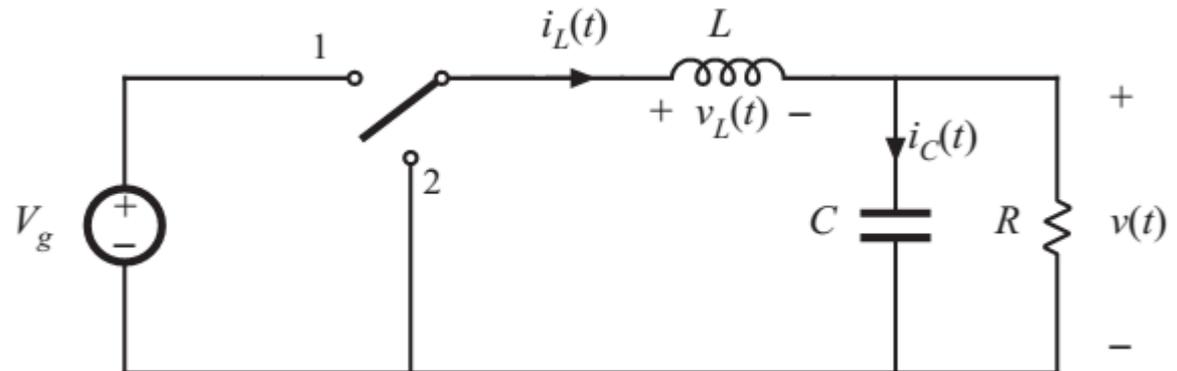
Princípios para a análise em regime permanente:

- Balanço de fluxo concatenado no indutor
(*volt-second balance*)
- Balanço de carga no capacitor
(*amp-second balance*)
- Aproximação de pequenas ondulações
(*small-ripple approximation*)

Conversor Buck

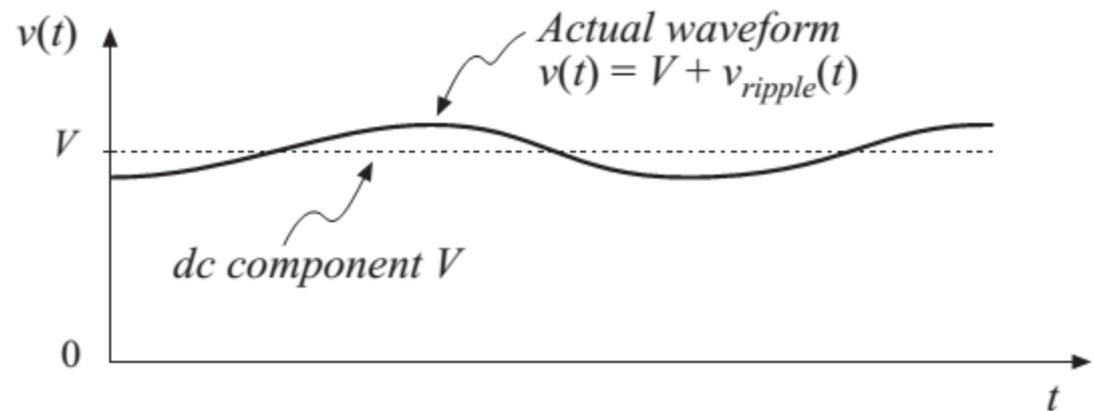
Aproximação de pequenas ondulações

Conversor Buck
com filtro passa
baixa



Forma de onda da
tensão de saída

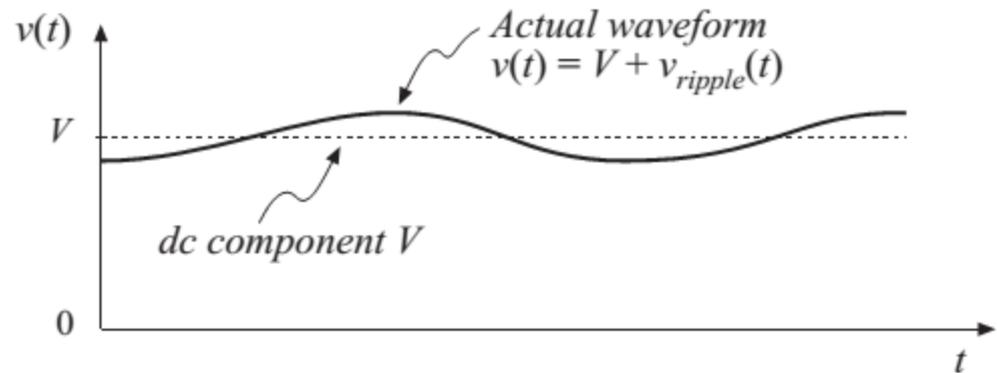
$$v(t) = V + v_{ripple}(t)$$



Conversor Buck

Aproximação de pequenas ondulações

$$v(t) = V + v_{ripple}(t)$$



Em conversores bem projetados a ondulação da tensão é pequena. Então, a forma de onda pode ser determinado ignorando a ondulação

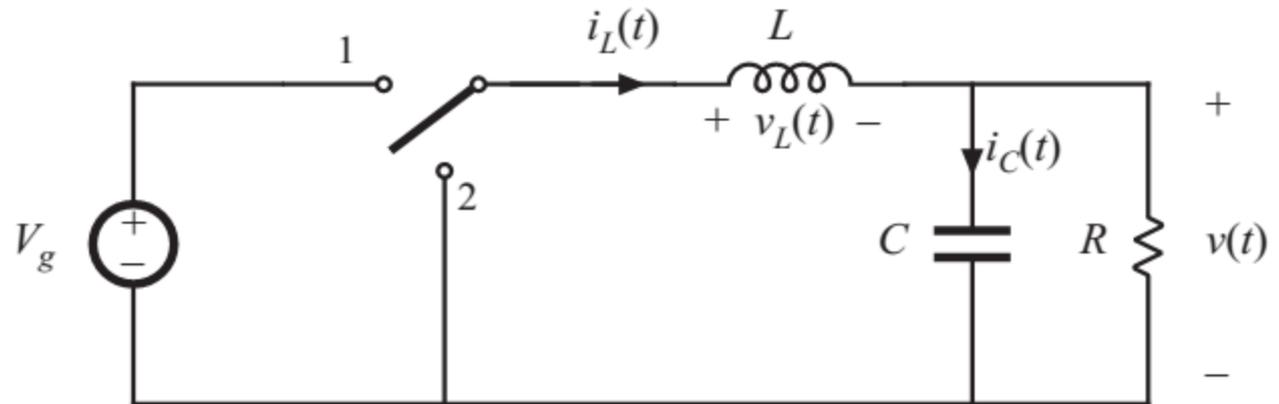
$$\|v_{ripple}\| \ll V$$



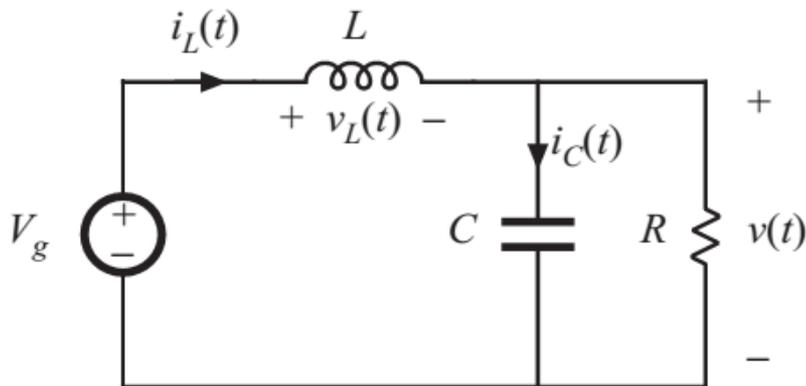
$$v(t) \approx V$$

Conversor Buck

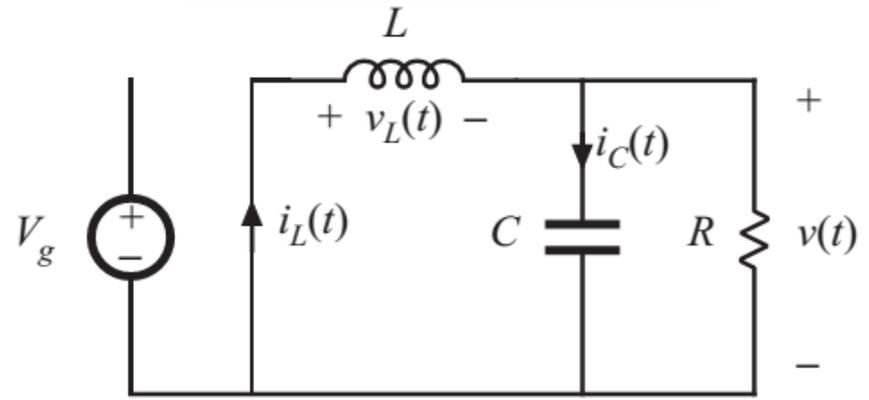
Conversor Buck



Chave na posição 1



Chave na posição 2



Subintervalo 1: chave na posição 1

Tensão no indutor

$$v_L(t) = V_g - \underline{v(t)}$$

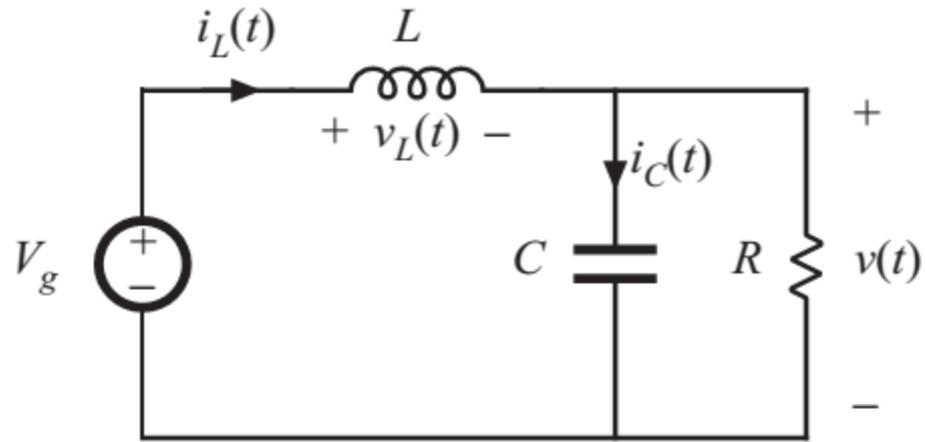
Aproximação de
pequenas odulações

$$v_L(t) \approx V_g - \underline{V}$$

A partir da tensão do indutor, tem-se:

$$v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{v_L(t)}{L} \approx \frac{V_g - V}{L}$$



A corrente do indutor varia com
uma inclinação positiva constante

Subintervalo 2: chave na posição 2

Tensão no indutor

$$v_L(t) = -v(t)$$

Aproximação de
pequenas odulações

$$v_L(t) \approx -V$$

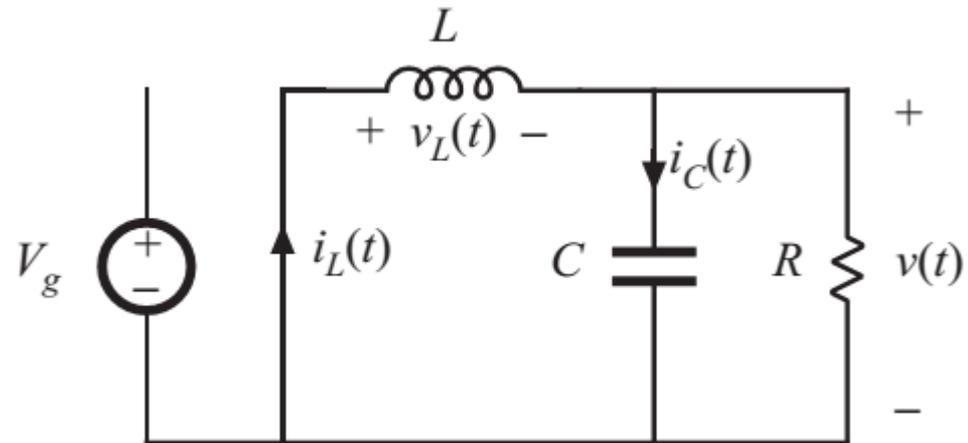
A partir da tensão do indutor, tem-se:

$$v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$$

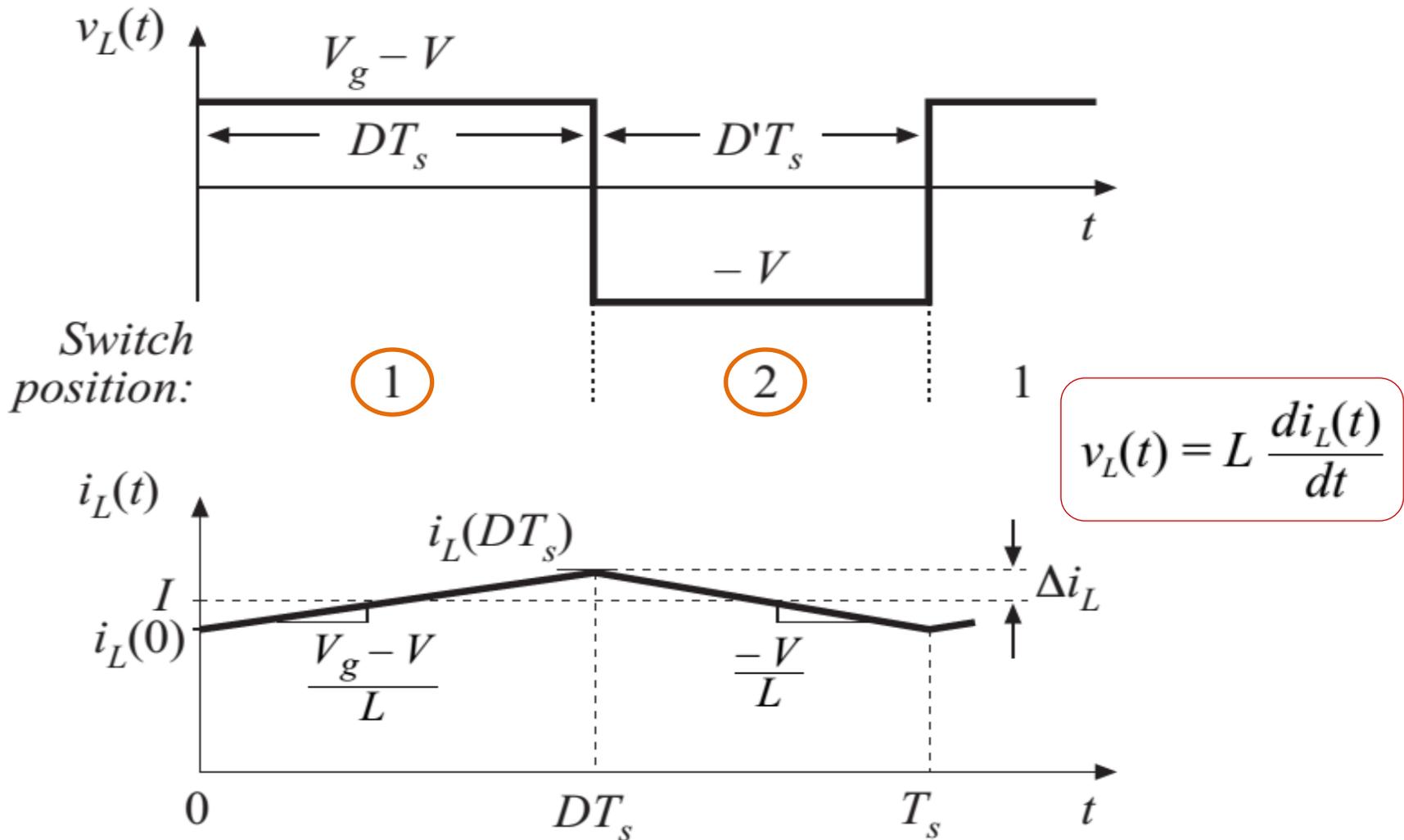
$$\frac{di_L(t)}{dt} \approx -\frac{V}{L}$$



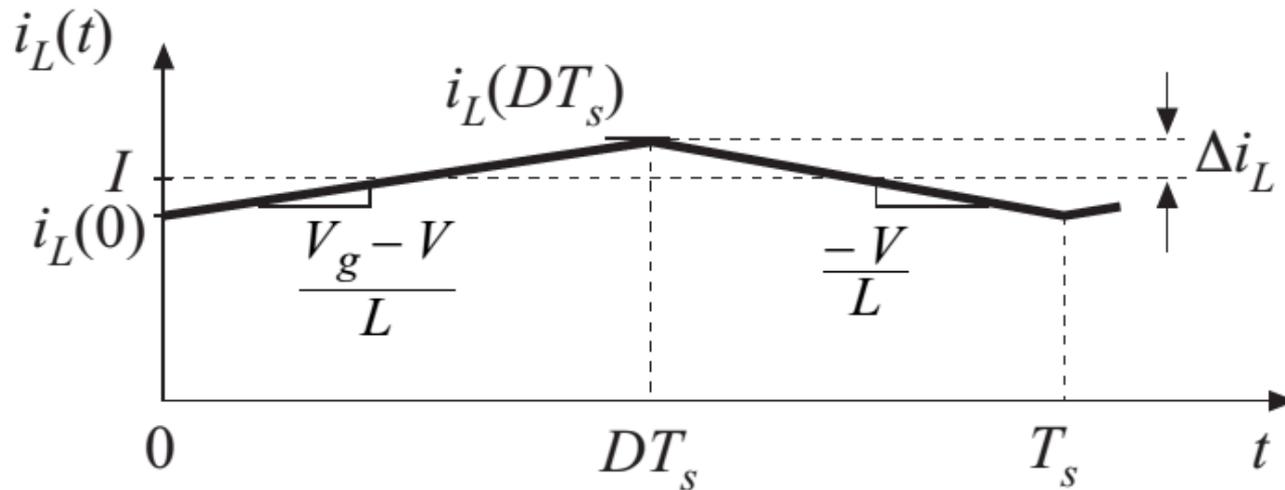
A corrente do indutor varia com
uma **inclinação negativa** constante



Formas de onda da tensão e corrente



Determinação da ondulação da corrente



(change in i_L) = (slope)(length of subinterval)

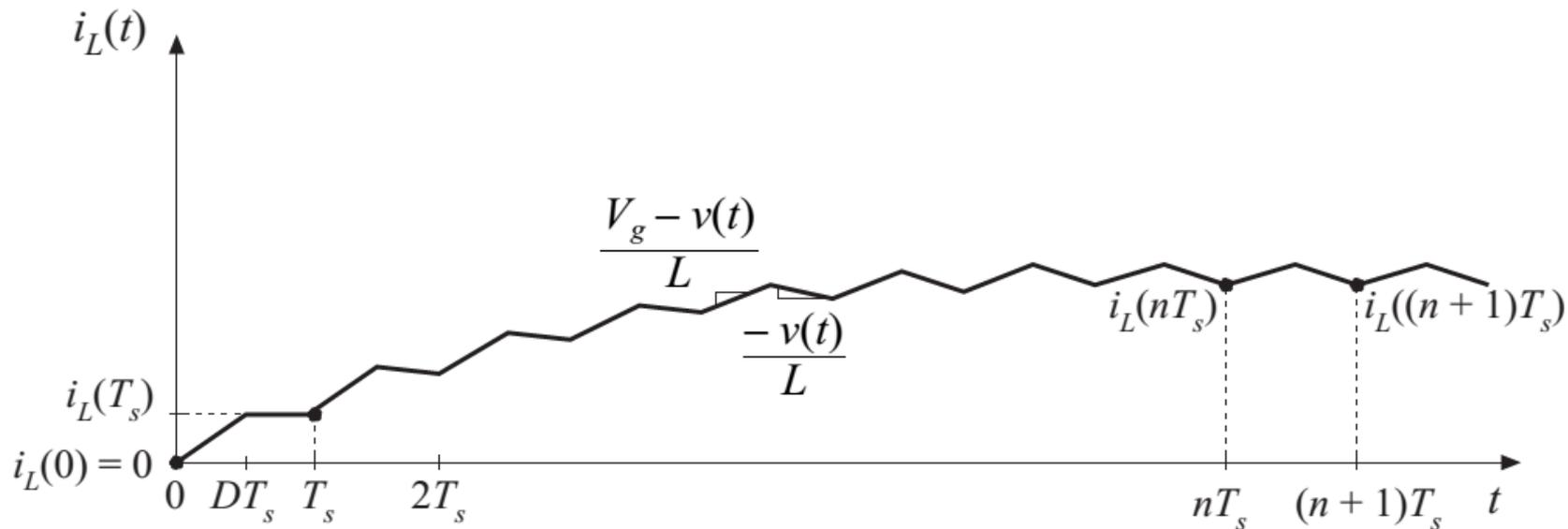
$$(2\Delta i_L) = \left(\frac{V_g - V}{L}\right) (DT_s)$$

$$\Delta i_L = \frac{V_g - V}{2L} DT_s$$



$$L = \frac{V_g - V}{2\Delta i_L} DT_s$$

Corrente no indutor no transitório inicial



Quando o conversor opera em regime permanente (em equilíbrio), tem-se que:

$$i_L((n+1)T_s) = i_L(nT_s)$$

Balanço de fluxo concatenado no indutor

Tensão no indutor $v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$

Integrando em um periodo completo

$$i_L(T_s) - i_L(0) = \frac{1}{L} \int_0^{T_s} v_L(t) dt$$

Em regime permanente, a variação líquida de corrente é zero

$$0 = \int_0^{T_s} v_L(t) dt$$

Portanto, a area total embaixo da tensão do indutor quando o conversor opera em regime permanente é zero.

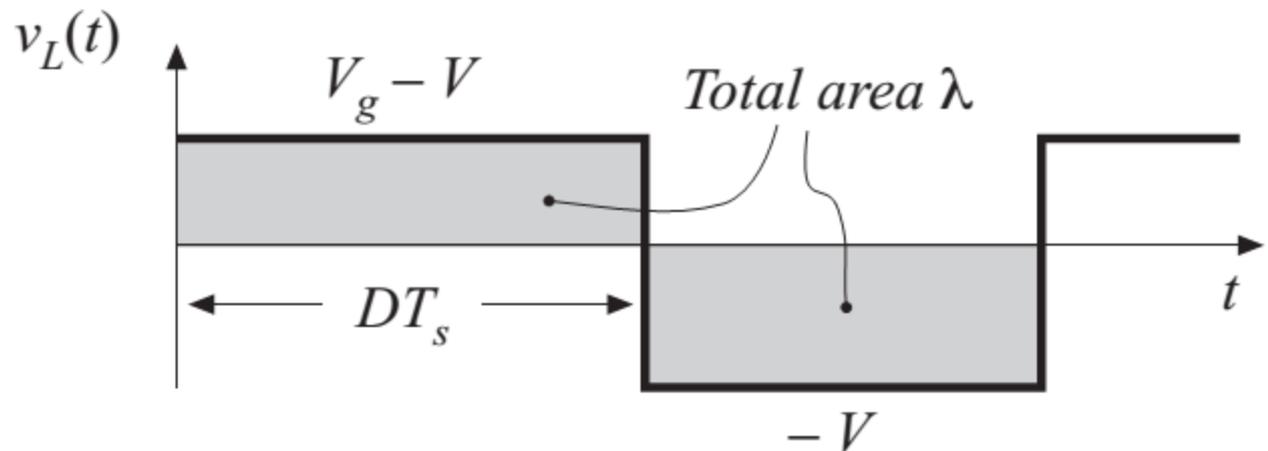
Ou de forma equivalente

$$0 = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} v_L(t) dt = \langle v_L \rangle$$

A tensão média no indutor é zero em regime permanente.

Balço de fluxo concatenado no indutor

Forma de onda da tensão no indutor



Calculando a area

$$\lambda = \int_0^{T_s} v_L(t) dt = (V_g - V)(DT_s) + (-V)(D'T_s)$$

$$D' = 1 - D$$

A tensão média é $\langle v_L \rangle = \frac{\lambda}{T_s} = D(V_g - V) + D'(-V)$

Igualando a zero e isolando V:

$$0 = DV_g - (D + D')V = DV_g - V$$



$$V = DV_g$$

Balanço de carga no capacitor

Corrente no capacitor $i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt}$

Integrando num periodo completo

$$v_C(T_s) - v_C(0) = \frac{1}{C} \int_0^{T_s} i_C(t) dt$$

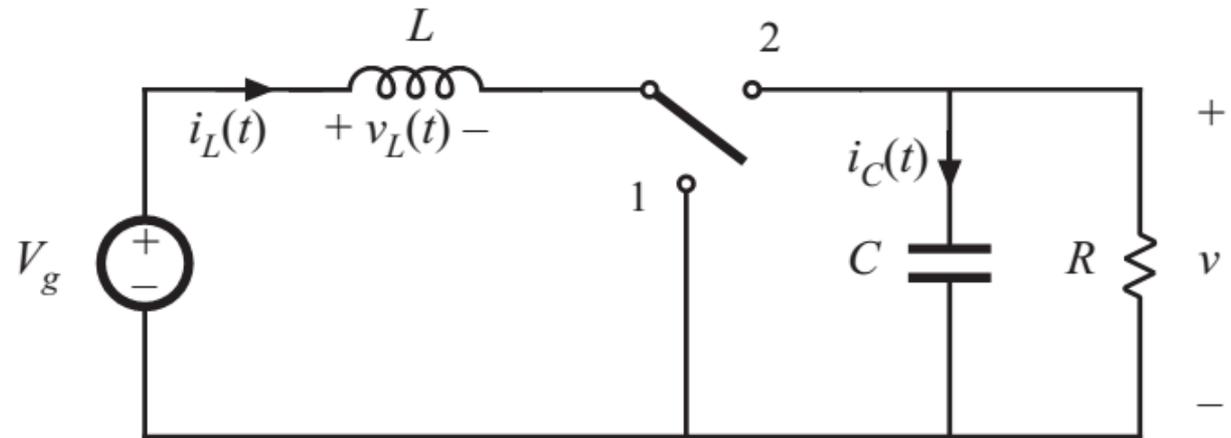
Em regime permanente, a variação líquida da tensão no capacitor é zero

$$0 = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_C(t) dt = \langle i_C \rangle$$

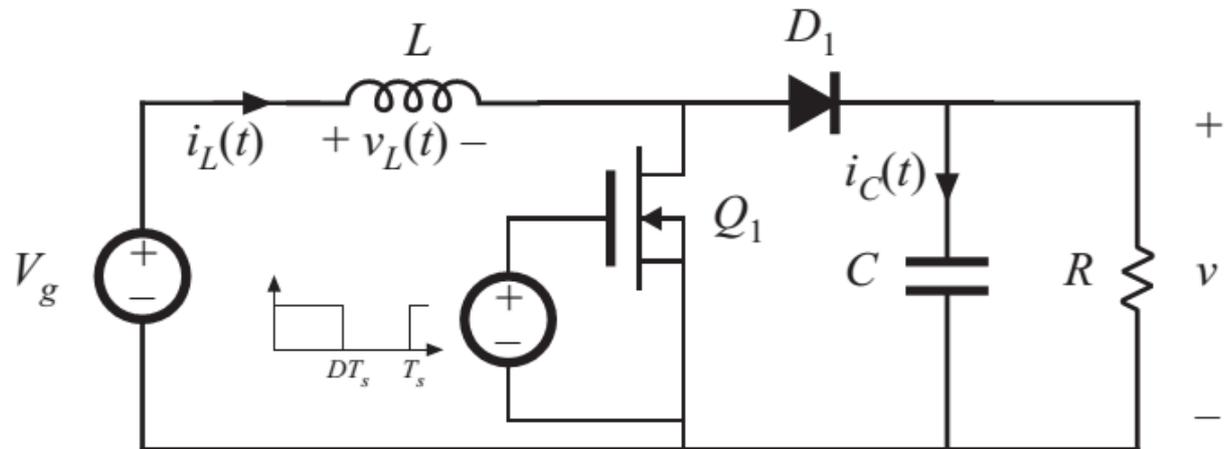
A corrente média no capacitor é zero em regime permanente.

Conversor Boost

Conversor Boost com chave ideal

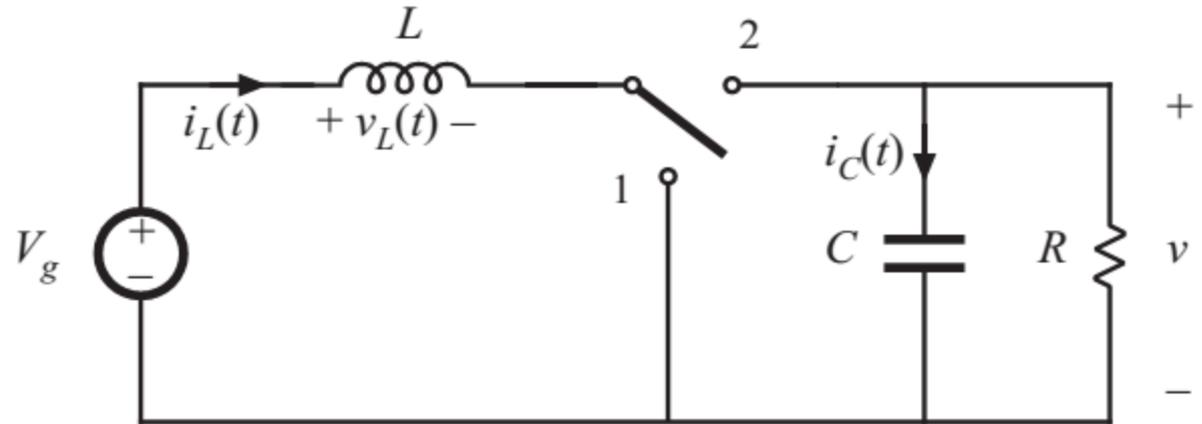


Conversor Boost com MOSFET e Diodo

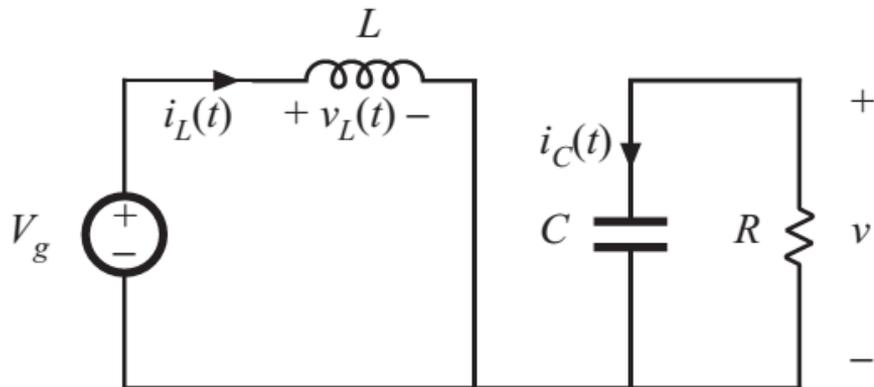


Conversor Boost

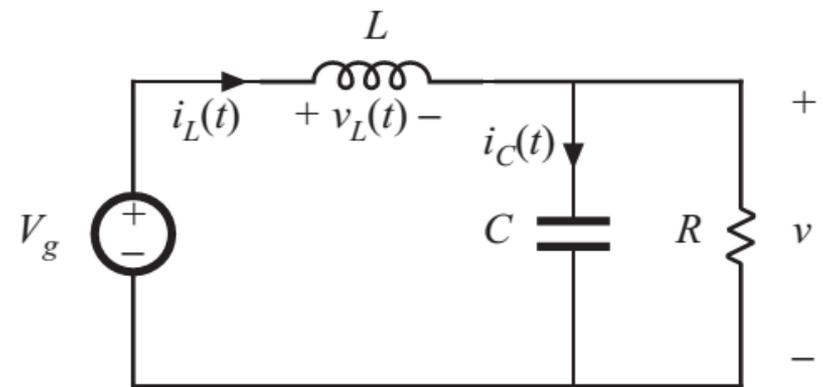
Conversor Boost



Chave na posição 1



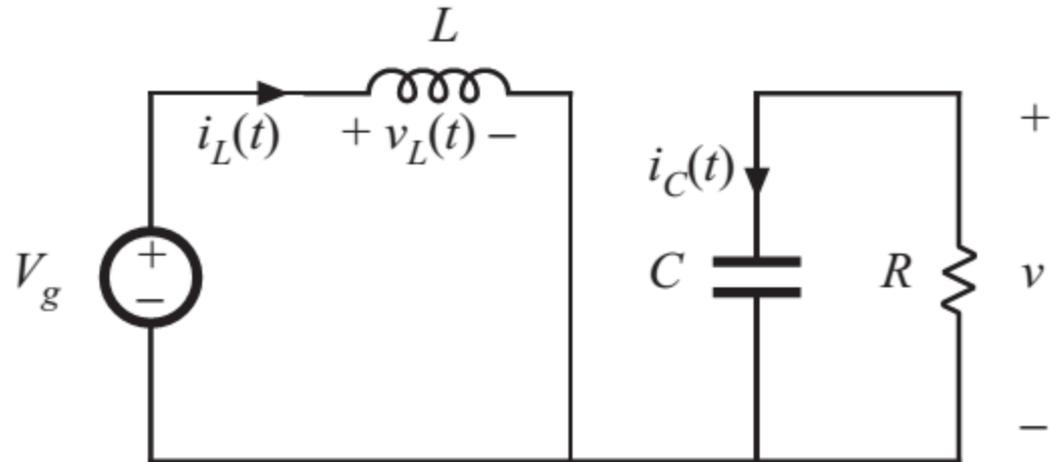
Chave na posição 2



Subintervalo 1: chave na posição 1

- Tensão no indutor
- Corrente no capacitor

$$v_L = V_g$$
$$i_C = -v / R$$



Aproximação de pequenas ondulações

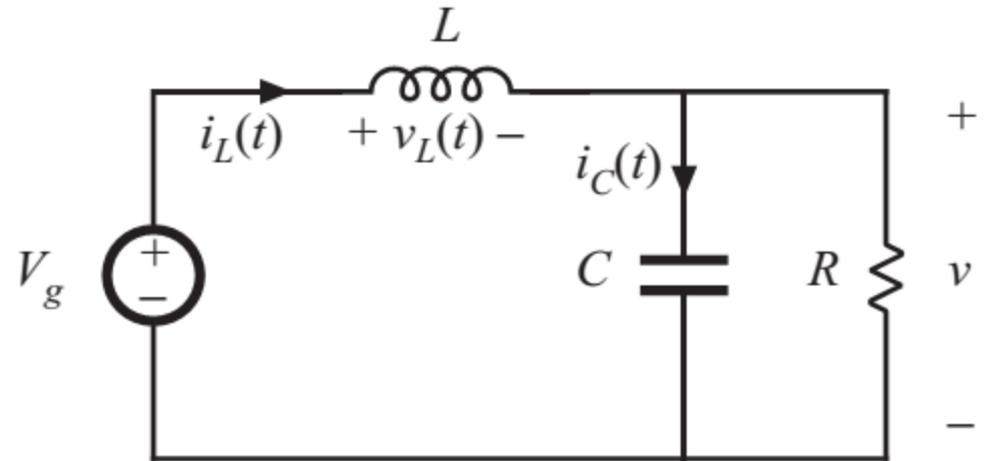
$$v_L = V_g$$
$$i_C = -V / R$$

Subintervalo 2: chave na posição 2

- Tensão no indutor
- Corrente no capacitor

$$v_L = V_g - v$$

$$i_C = i_L - v / R$$

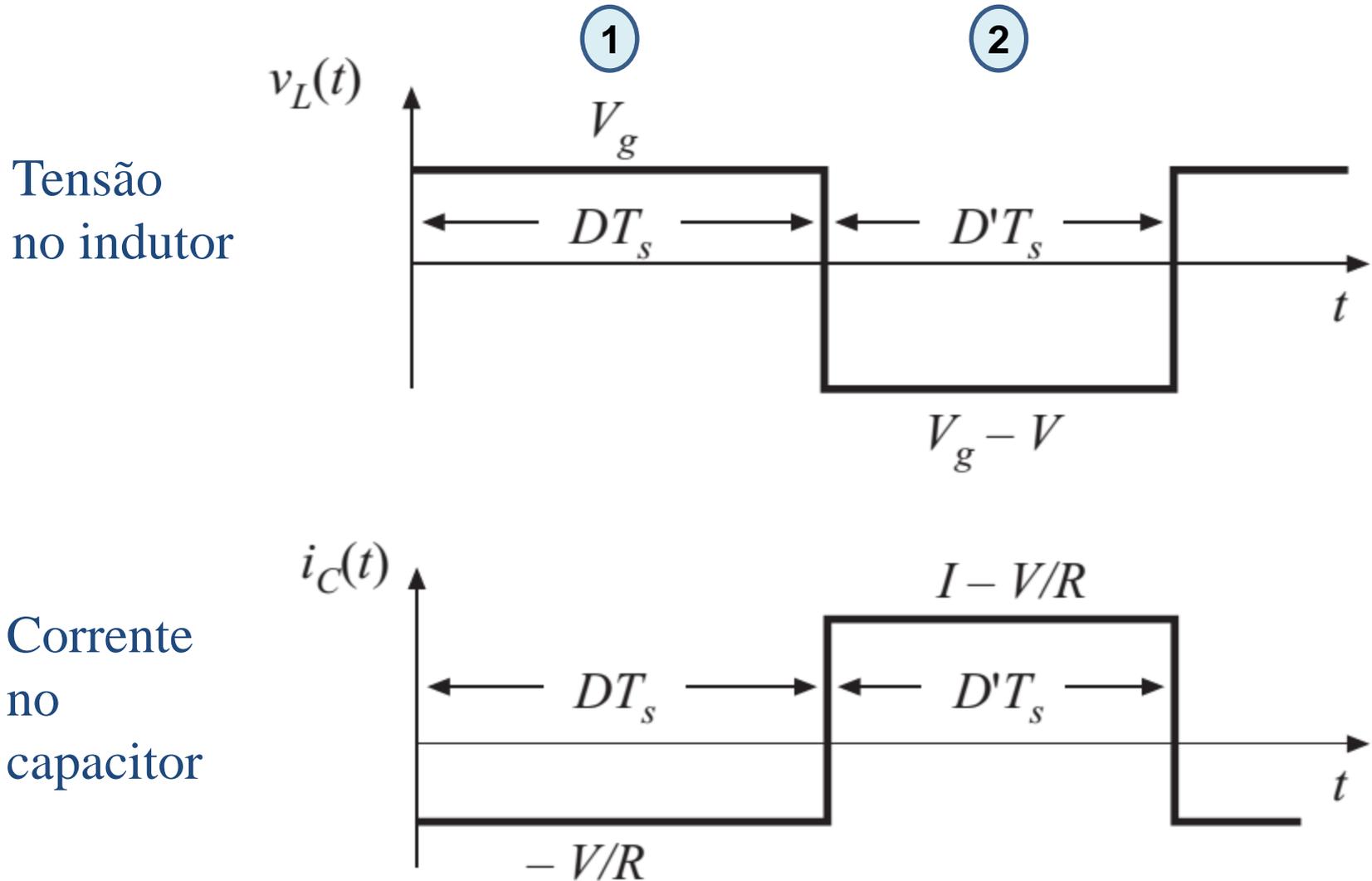


Aproximação de pequenas ondulações

$$v_L = V_g - V$$

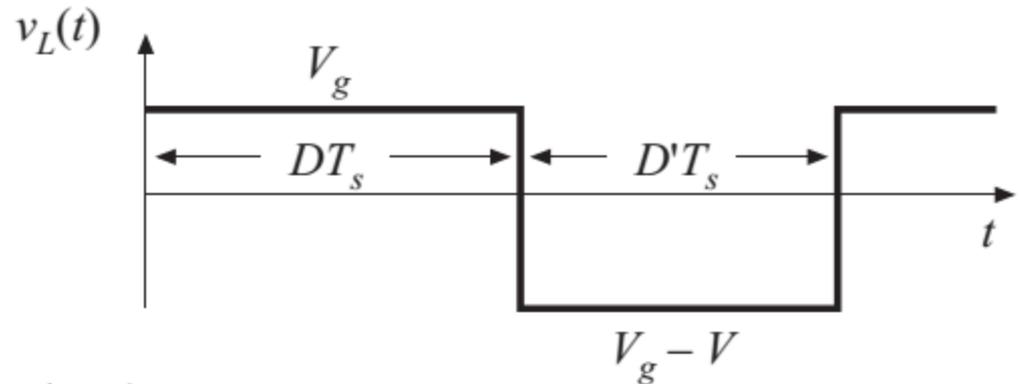
$$i_C = I - V / R$$

Formas de onda da tensão e corrente



Balanço do fluxo concatenado no indutor

Integrando a tensão no indutor



$$\int_0^{T_s} v_L(t) dt = (V_g) DT_s + (V_g - V) D'T_s$$

Igualando a zero e isolando V : (*tensão média no indutor é zero*)

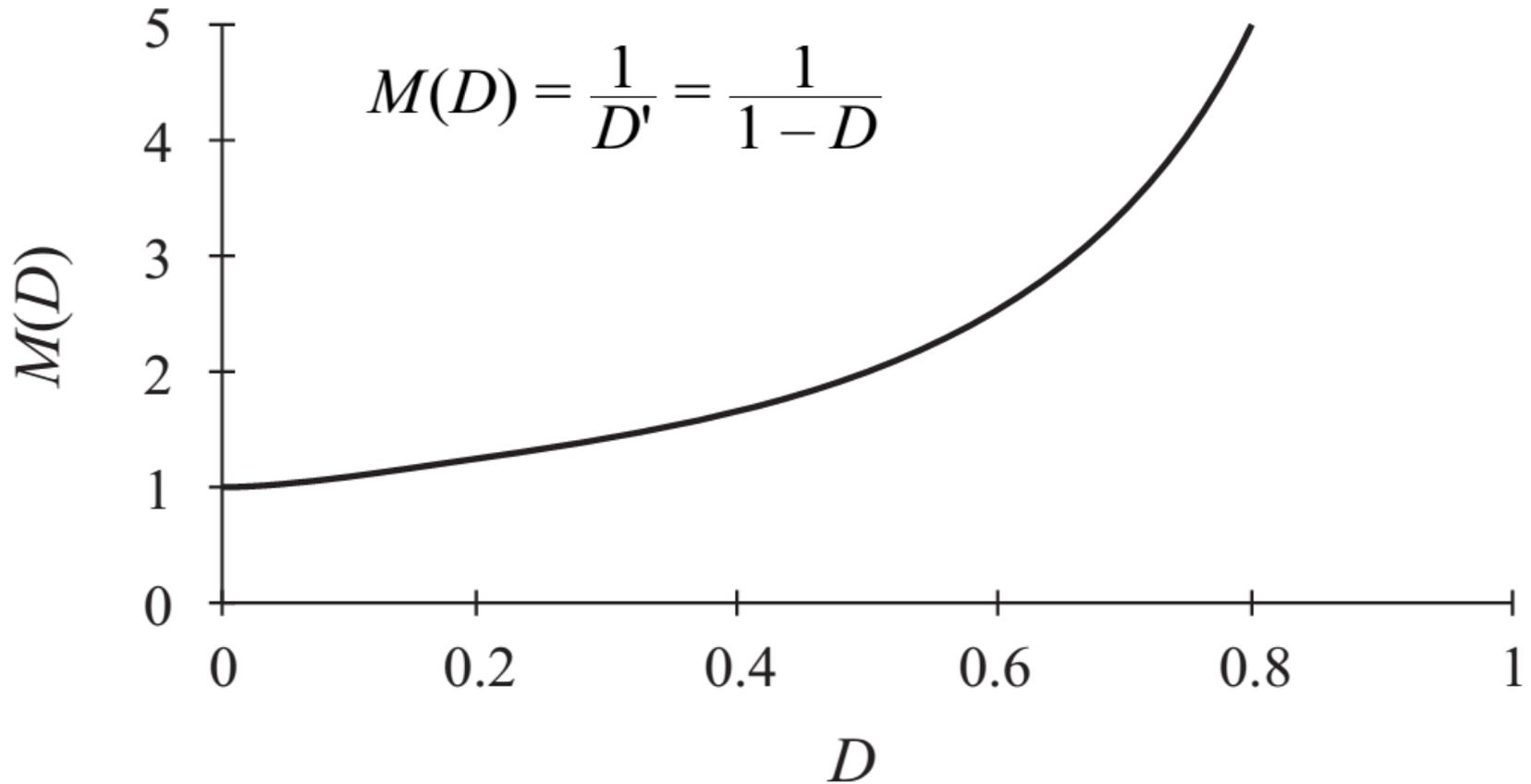
$$V_g (D + D') - V D' = 0$$

$$V = \frac{V_g}{D'}$$

O ganho estático será :

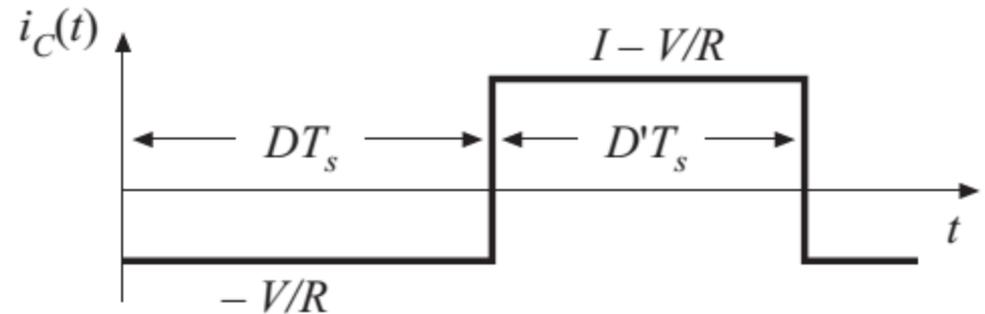
$$M(D) = \frac{V}{V_g} = \frac{1}{D'} = \frac{1}{1 - D}$$

Ganho estático $M(D)$ do conversor Boost



Determinação da componente CC da corrente do indutor

Balço de carga no capacitor



$$\int_0^{T_s} i_C(t) dt = \left(-\frac{V}{R}\right) DT_s + \left(I - \frac{V}{R}\right) D'T_s$$

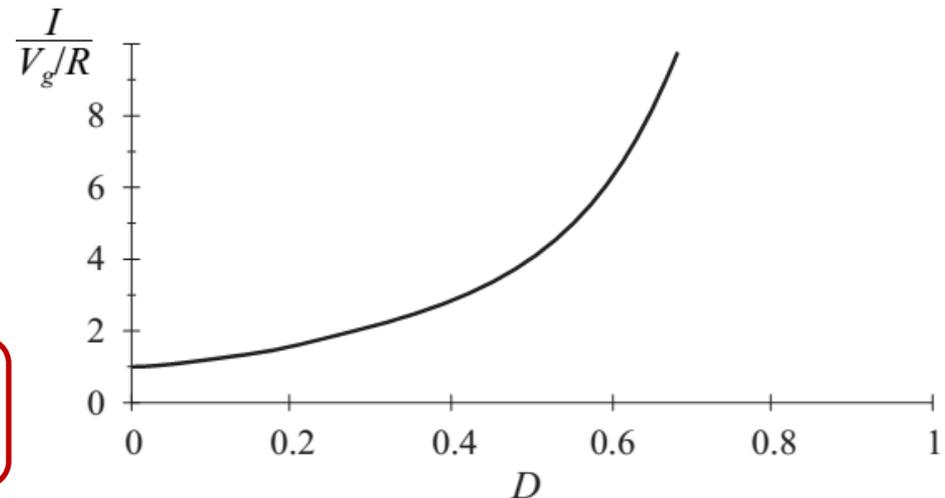
Igualando a zero e isolando I:

$$-\frac{V}{R} (D + D') + I D' = 0$$

$$I = \frac{V}{D' R}$$

Em função de V_g :

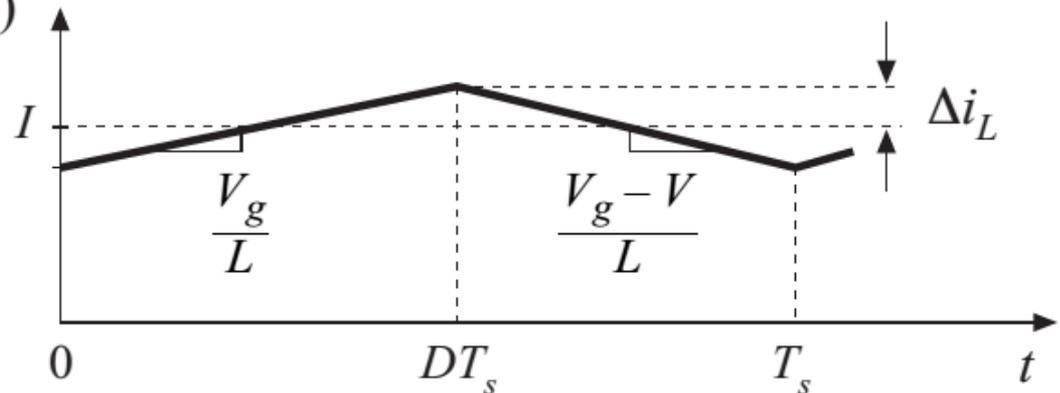
$$I = \frac{V_g}{D'^2 R}$$



Ondulação da corrente no indutor

Inclinação da corrente $i_L(t)$
no subintervalo 1

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{v_L(t)}{L} = \frac{V_g}{L}$$



Inclinação da corrente no subintervalo 2

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{v_L(t)}{L} = \frac{V_g - V}{L}$$

A partir da relação de inclinação de uma reta

$$2\Delta i_L = \frac{V_g}{L} DT_s$$



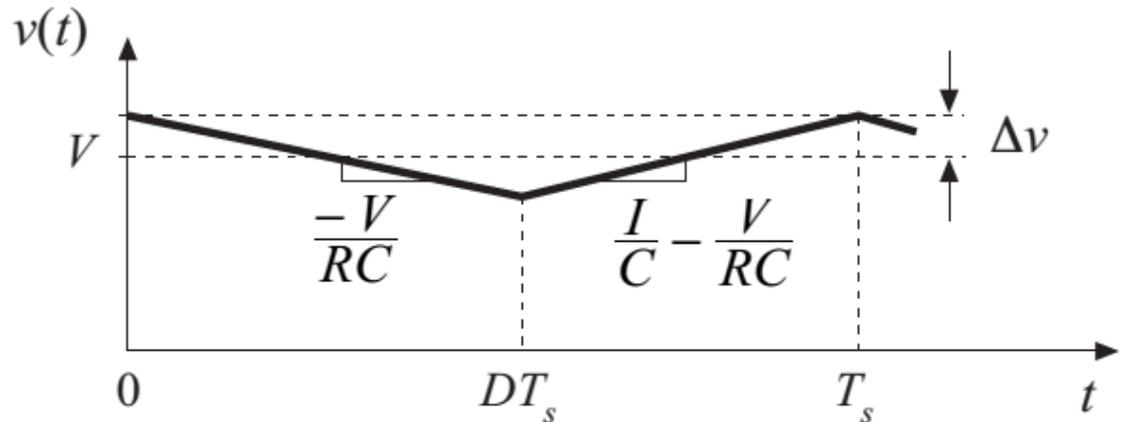
$$\Delta i_L = \frac{V_g}{2L} DT_s$$

Escolha o L de acordo com a ondulação desejada

Ondulação da tensão no capacitor

Inclinação da tensão no subintervalo 1

$$\frac{dv_c(t)}{dt} = \frac{i_c(t)}{C} = \frac{-V}{RC}$$



Inclinação da tensão no subintervalo 2

$$\frac{dv_c(t)}{dt} = \frac{i_c(t)}{C} = \frac{I}{C} - \frac{V}{RC}$$

A partir da relação de inclinação de uma reta

$$-2\Delta v = \frac{-V}{RC} DT_s$$

$$\Delta v = \frac{V}{2RC} DT_s$$

Escolha o C de acordo com a ondulação desejada

Circuito equivalente em regime permanente (modelo CC)

Modelo do transformador CC (teórico)

Equação básica de um
Conversor cc-cc

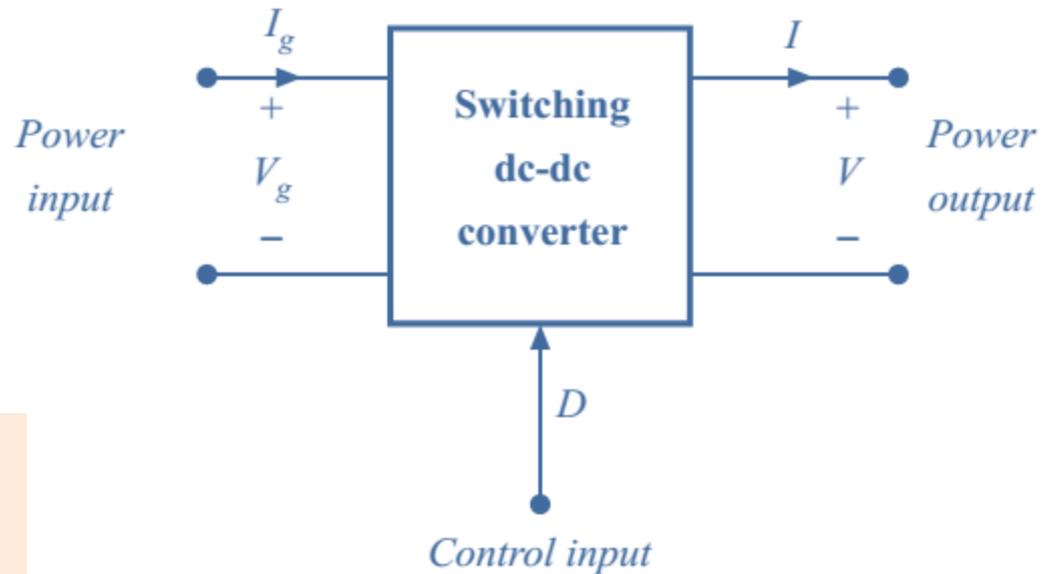
$$P_{in} = P_{out} \quad (\eta = 100\%)$$

$$V_g I_g = V I$$

$$V = M(D) V_g$$

$$I_g = M(D) I$$

Razão de
conversão
ideal



Estas equações são validas em regime permanente. Durante os transitórios, o armazenamento de energia dentro dos filtros pode causar que

$$P_{in} \neq P_{out}$$

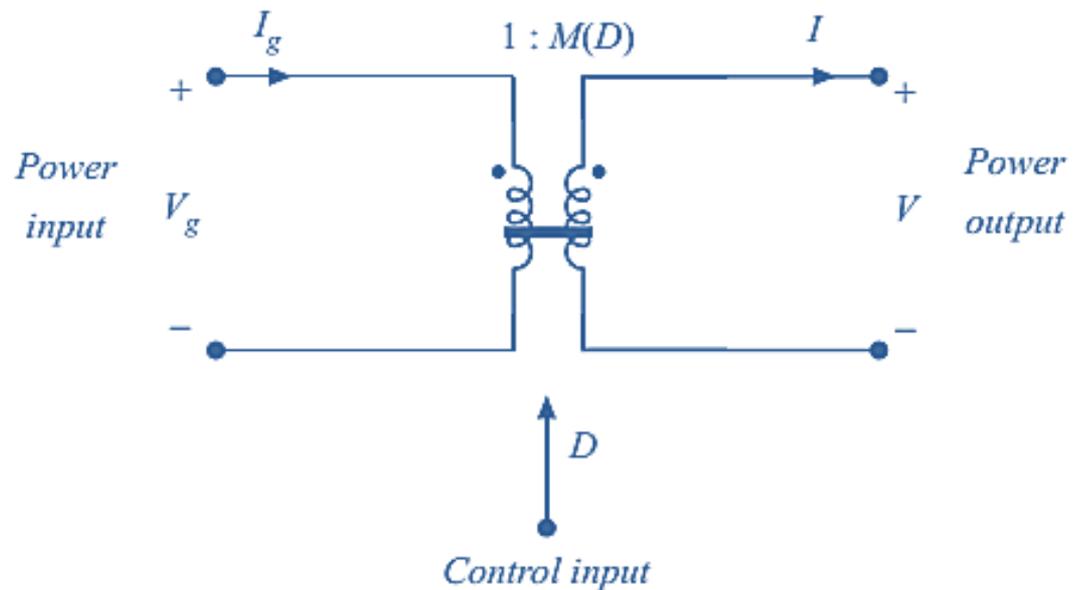
Circuito elétrico equivalente

$$P_{in} = P_{out} \quad V_g I_g = V I \quad V = M(D) V_g \quad I_g = M(D) I$$

Fontes dependentes

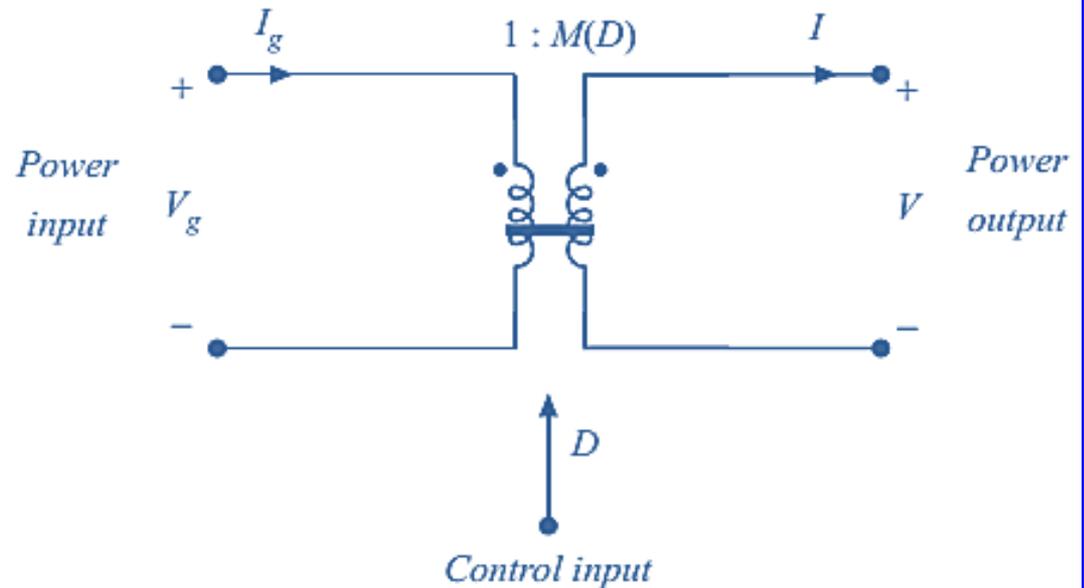


Transformador CC



Modelo do transformador CC

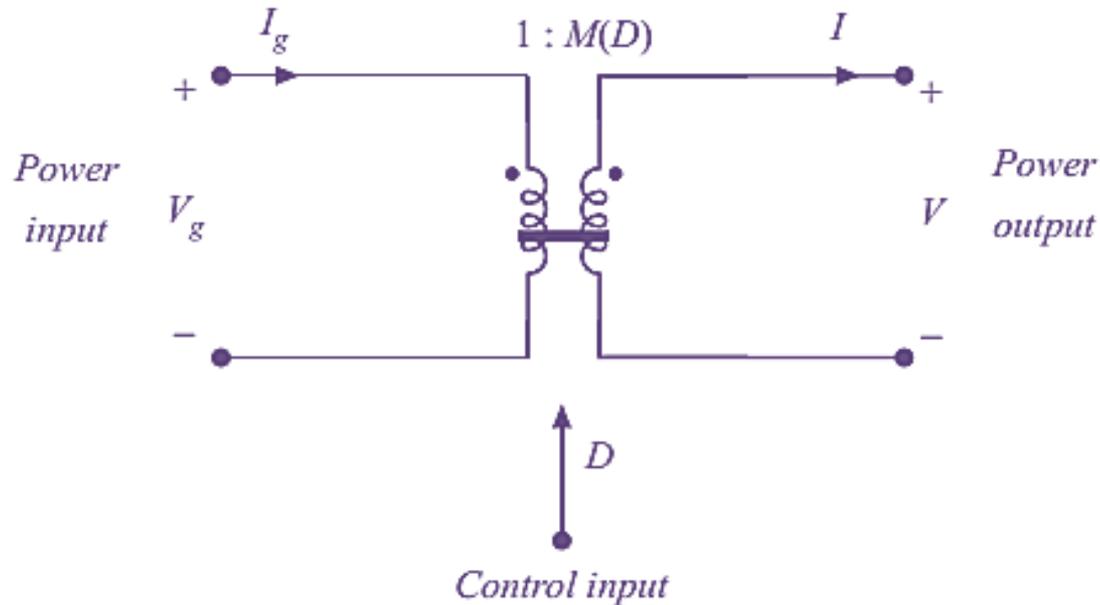
Modela as propriedades básicas de um conversor ideal CC-CC



Converte tensões e correntes , com 100% de eficiência. (*ideal*)

O ganho estático $M(D)$ é controlado através da razão cíclica (ciclo de trabalho ou *duty cycle*)

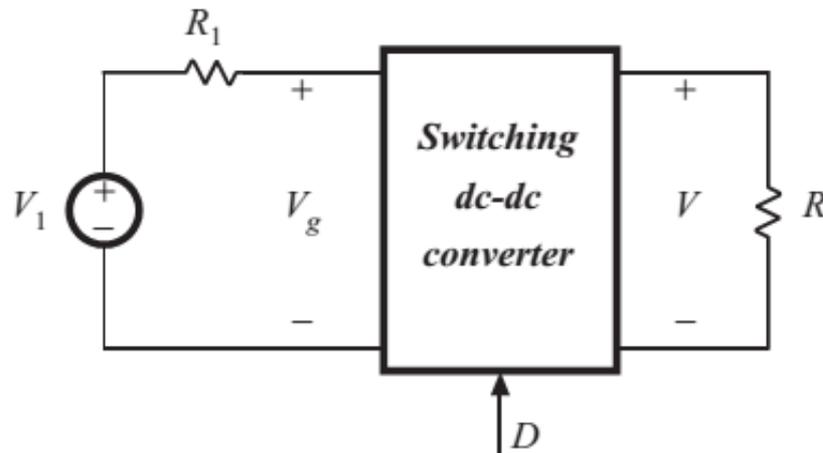
Modelo do transformador CC



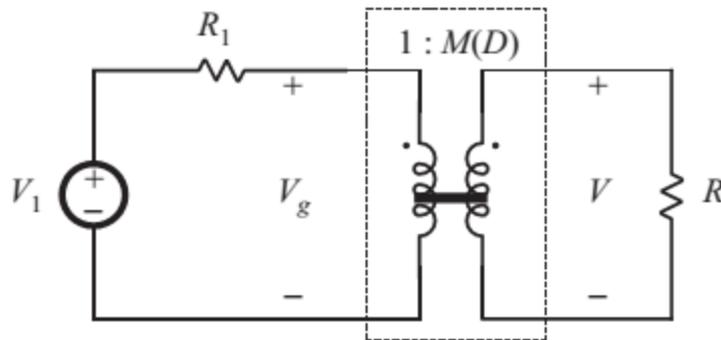
- ✓ A linha solida representa um transformador ideal, capaz de transferir tensões e correntes CC.
- ✓ Modelo invariante com o tempo (*sem chaveamento*), a qual pode ser utilizada para encontrar as componentes CC do conversor.

Ex: uso do modelo do transformador CC

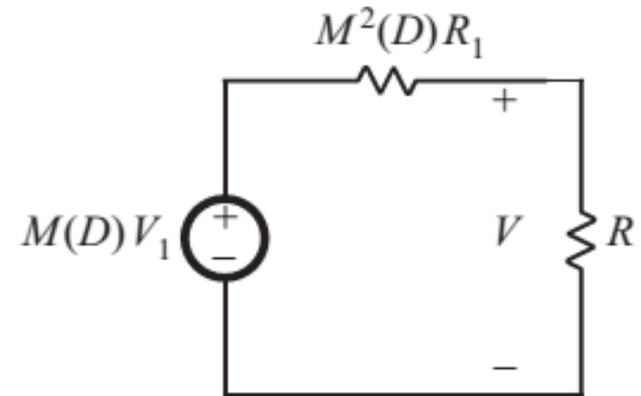
1. Sistema original



2. Inserir o modelo do trafo CC



3. Referir a fonte através do trafo



4. Resolver o circuito

$$V = M(D) V_1 \frac{R}{R + M^2(D) R_1}$$

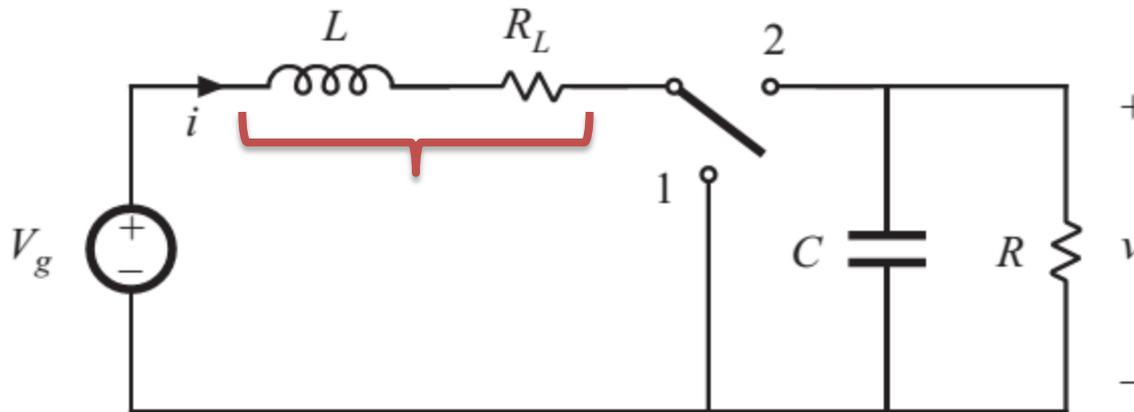
Inclusão das perdas no cobre (*indutor*)

O modelo do transformador CC pode ser estendido, para incluir as não linearidades do conversor.

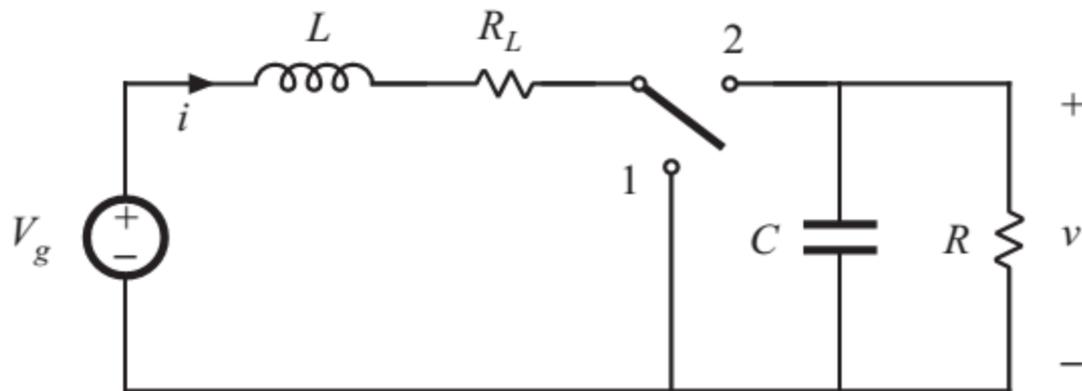
Exemplo: perdas no cobre do indutor (*resistência do enrolamento*)



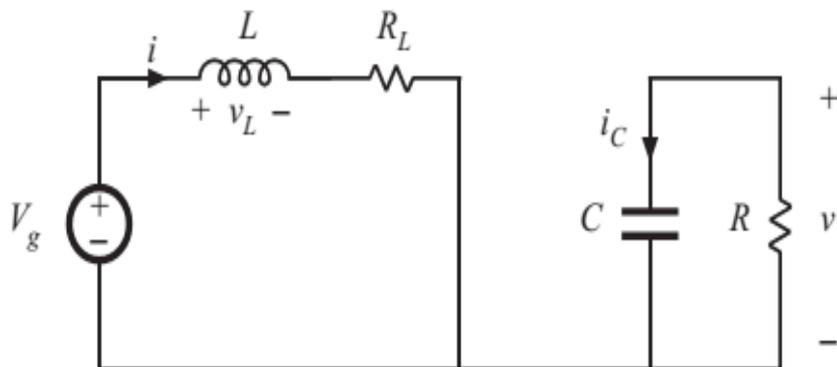
Inserir o indutor com as perdas no circuito do conversor Boost



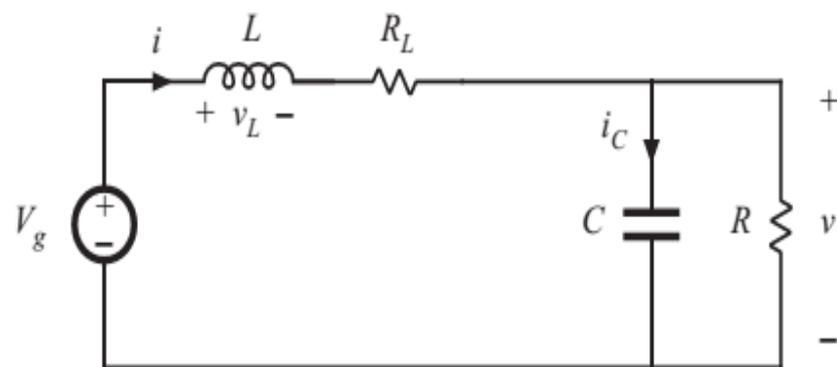
Análise do conversor Boost não ideal (perdas)



Chave na posição 1



Chave na posição 2

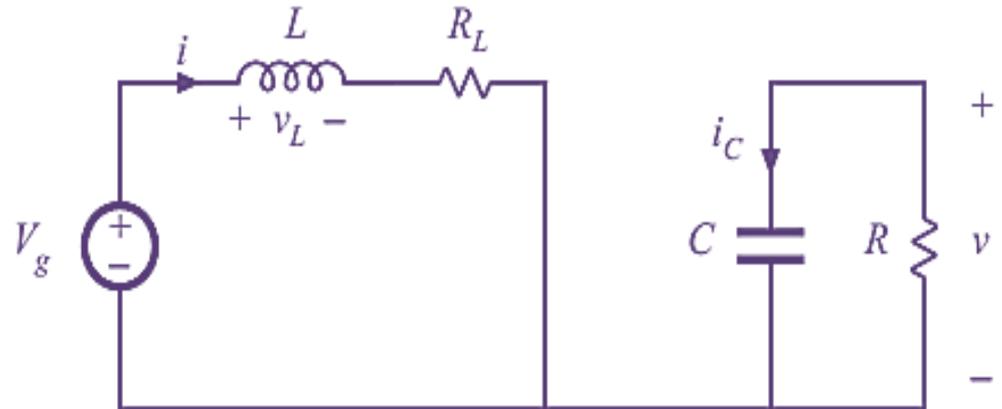


Chave na posição 1 (*Boost*)

Tensão no indutor e
corrente no capacitor

$$v_L(t) = V_g - i(t) R_L$$

$$i_C(t) = -v(t) / R$$

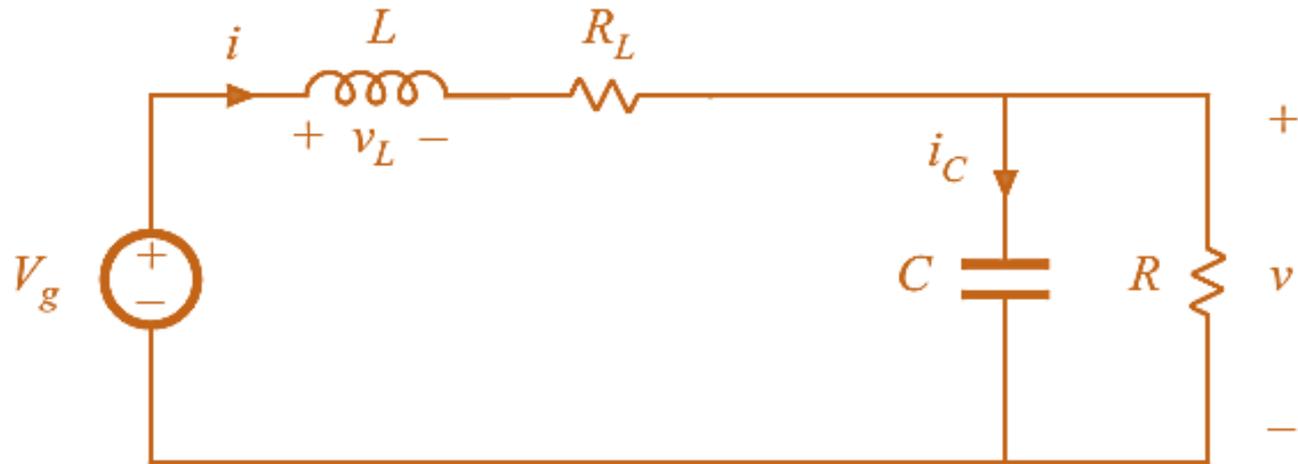


Aproximação de pequenas ondulações

$$v_L(t) = V_g - I R_L$$

$$i_C(t) = -V / R$$

Chave na posição 2 (Boost)



$$v_L(t) = V_g - i(t) R_L - v(t) \approx V_g - I R_L - V$$

$$i_C(t) = i(t) - v(t) / R \approx I - V / R$$

Tensão no indutor e corrente no capacitor

Tensão média no indutor

$$\begin{aligned}\langle v_L(t) \rangle &= \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} v_L(t) dt \\ &= D(V_g - I R_L) + D'(V_g - I R_L - V)\end{aligned}$$

Segundo o balanço de fluxo concatenado

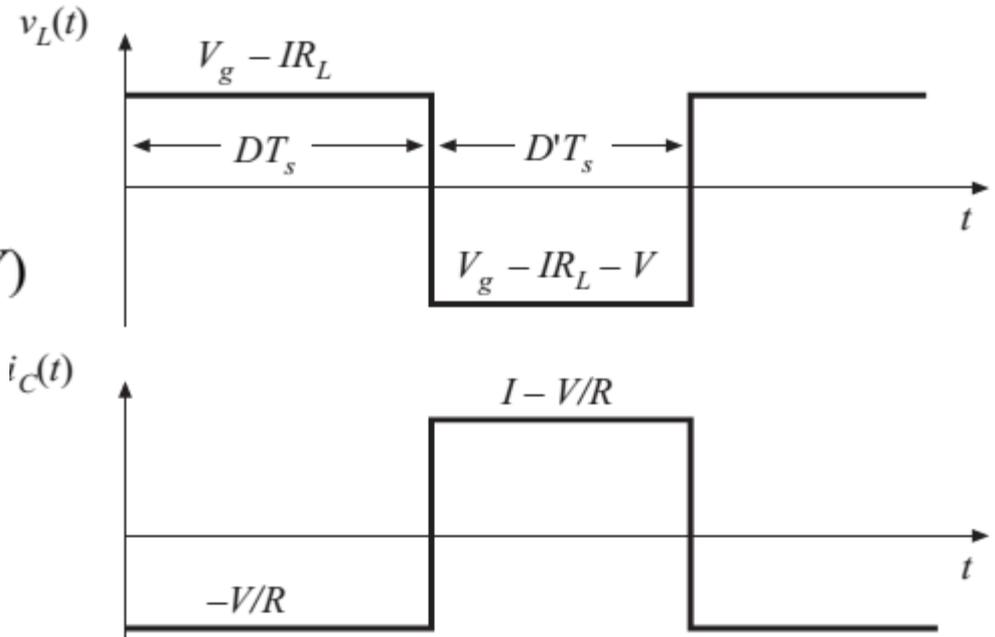
$$0 = V_g - I R_L - D'V$$

Corrente média no capacitor

$$\langle i_C(t) \rangle = D(-V/R) + D'(I - V/R)$$

Segundo o balanço de carga no capacitor

$$0 = D'I - V/R$$



Solução para a tensão de saída (*Boost*)

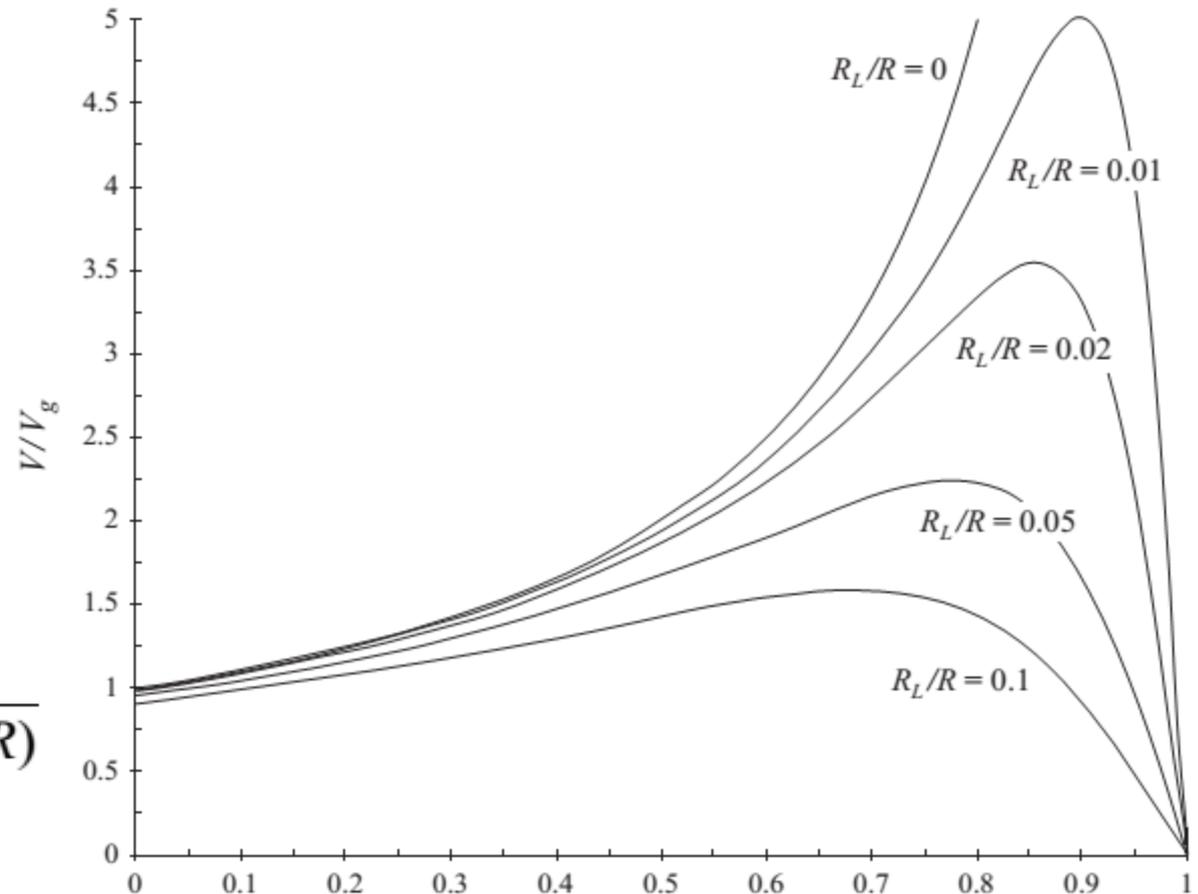
Tem-se:

$$0 = V_g - I R_L - D'V$$

$$0 = D'I - V / R$$

Resolvendo

$$\frac{V}{V_g} = \frac{1}{D'} \frac{1}{(1 + R_L / D'^2 R)}$$



Modelo do circuito equivalente (*Boost*)

Sabe-se que:

$$\langle v_L \rangle = 0 = V_g - I R_L - D'V$$

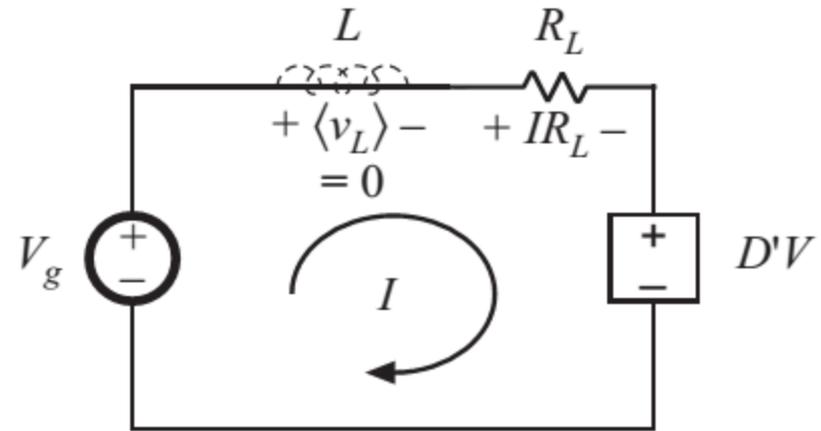
$$\langle i_C \rangle = 0 = D'I - V / R$$

- ✓ Considerando estas expressões como sendo a equação de uma malha e de um nó de um circuito elétrico equivalente. Pode-se reconstruir um circuito equivalente que satisfazça essas equações.

Equação da tensão no indutor (*Boost*)

$$\langle v_L \rangle = 0 = V_g - I R_L - D'V$$

1. Obtida da lei de Kirchoff das tensões (*LKT*), para encontrar a tensão no indutor em cada intervalo.
2. A tensão média no indutor é nula.
3. A soma das tensões na malha é zero.

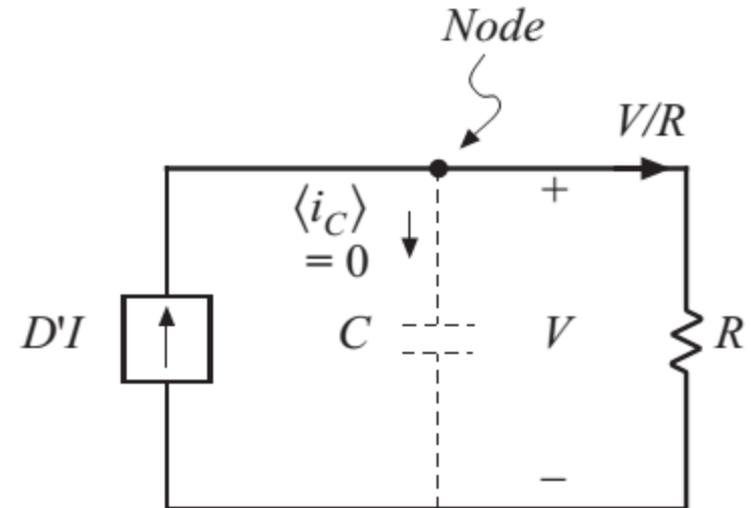


Termo $D'V$ é uma fonte de tensão dependente

Equação da corrente no capacitor (*Boost*)

$$\langle i_C \rangle = 0 = D'I - V/R$$

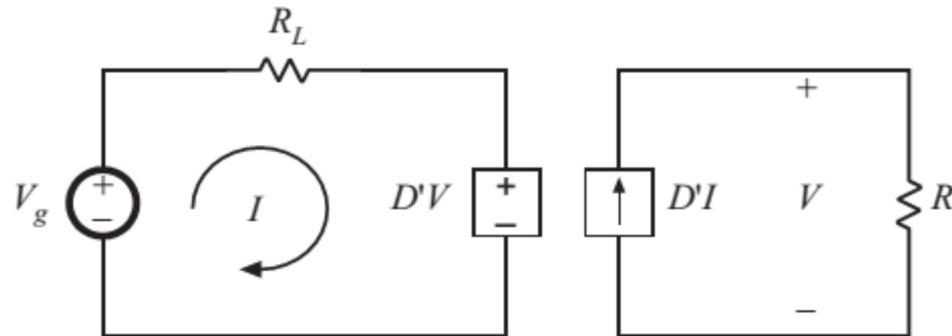
1. Obtida da lei de Kirchoff das correntes (*LKC*), para encontrar a corrente no capacitor em cada intervalo.
2. A corrente média no capacitor é nula.
3. A soma das correntes é zero.



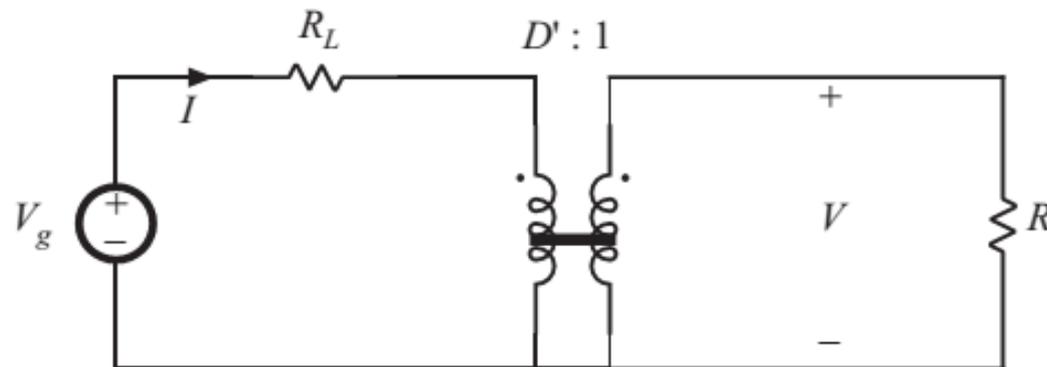
Termo $D'I$ é uma fonte de corrente dependente

Circuito equivalente completo (*Boost*)

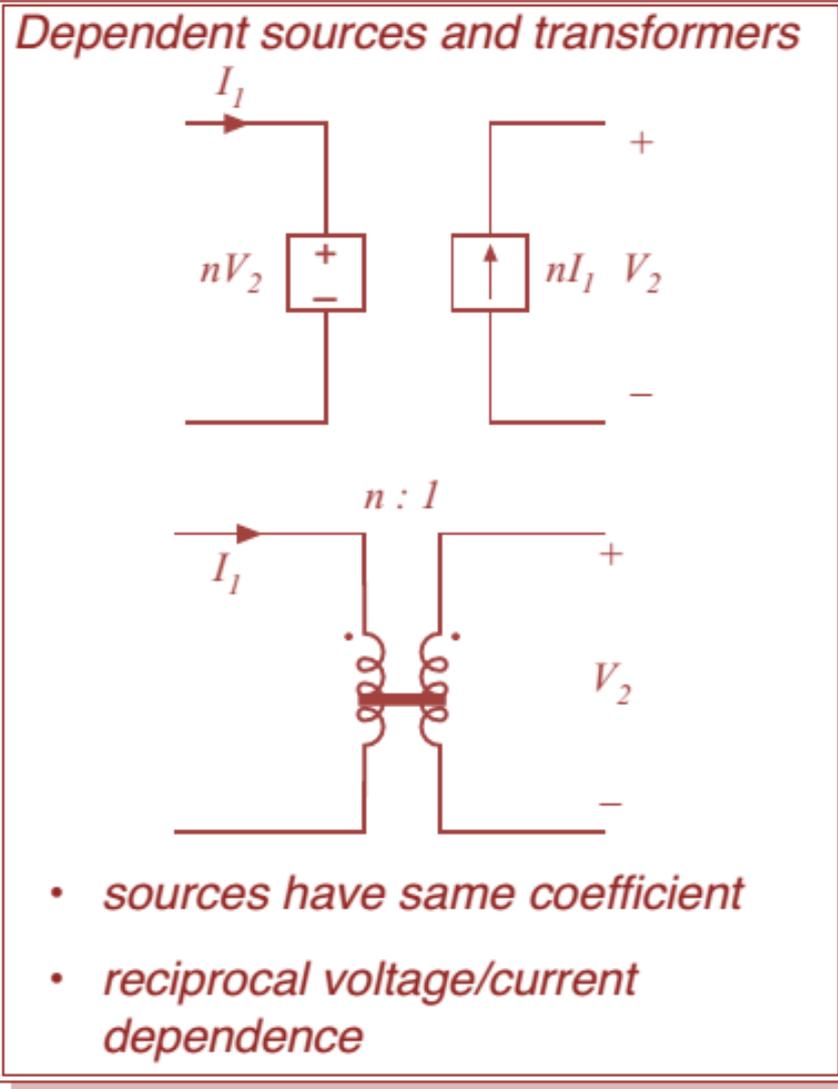
A partir dos dois circuitos anteriores



As fontes dependentes são equivalentes ao transformador $D':1$

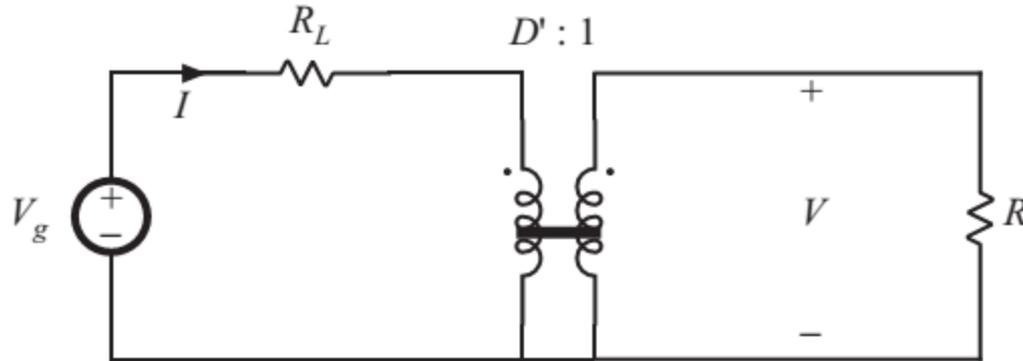


Circuito equivalente completo

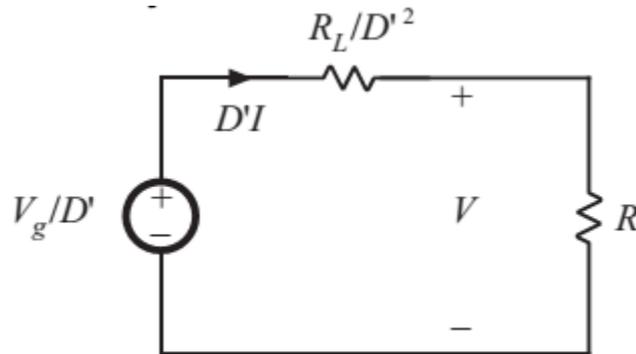


Solução do circuito equivalente (*Boost*)

Circuito equivalente do conversor



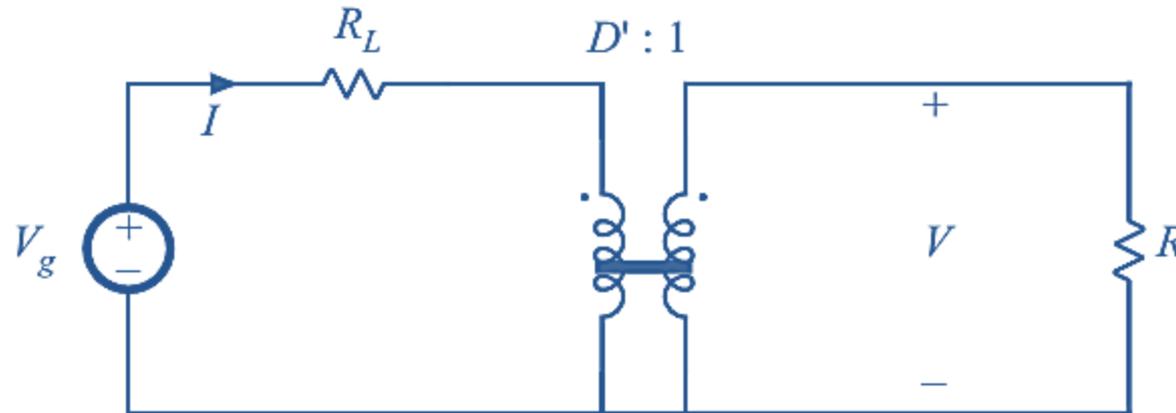
Referir todos os elementos ao secundário do transformador



Solução para a tensão de saída utilizando divisor de tensão

$$V = \frac{V_g}{D'} \frac{R}{R + \frac{R_L}{D'^2}} = \frac{V_g}{D'} \frac{1}{1 + \frac{R_L}{D'^2 R}}$$

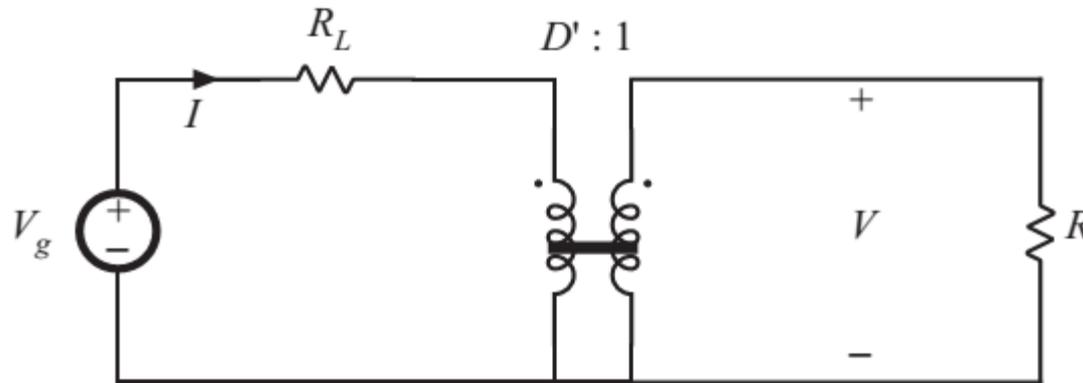
Solução para a corrente de entrada (*Boost*)



Referindo a resistência R para o primário do transformador

$$I = \frac{V_g}{D'^2 R + R_L} = \frac{V_g}{D'^2} \frac{1}{R \left(1 + \frac{R_L}{D'^2 R}\right)}$$

Solução para a eficiência do conversor (*Boost*)



$$P_{in} = (V_g) (I)$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{(V) (D'I)}{(V_g) (I)} = \frac{V}{V_g} D'$$

$$P_{out} = (V) (D'I)$$

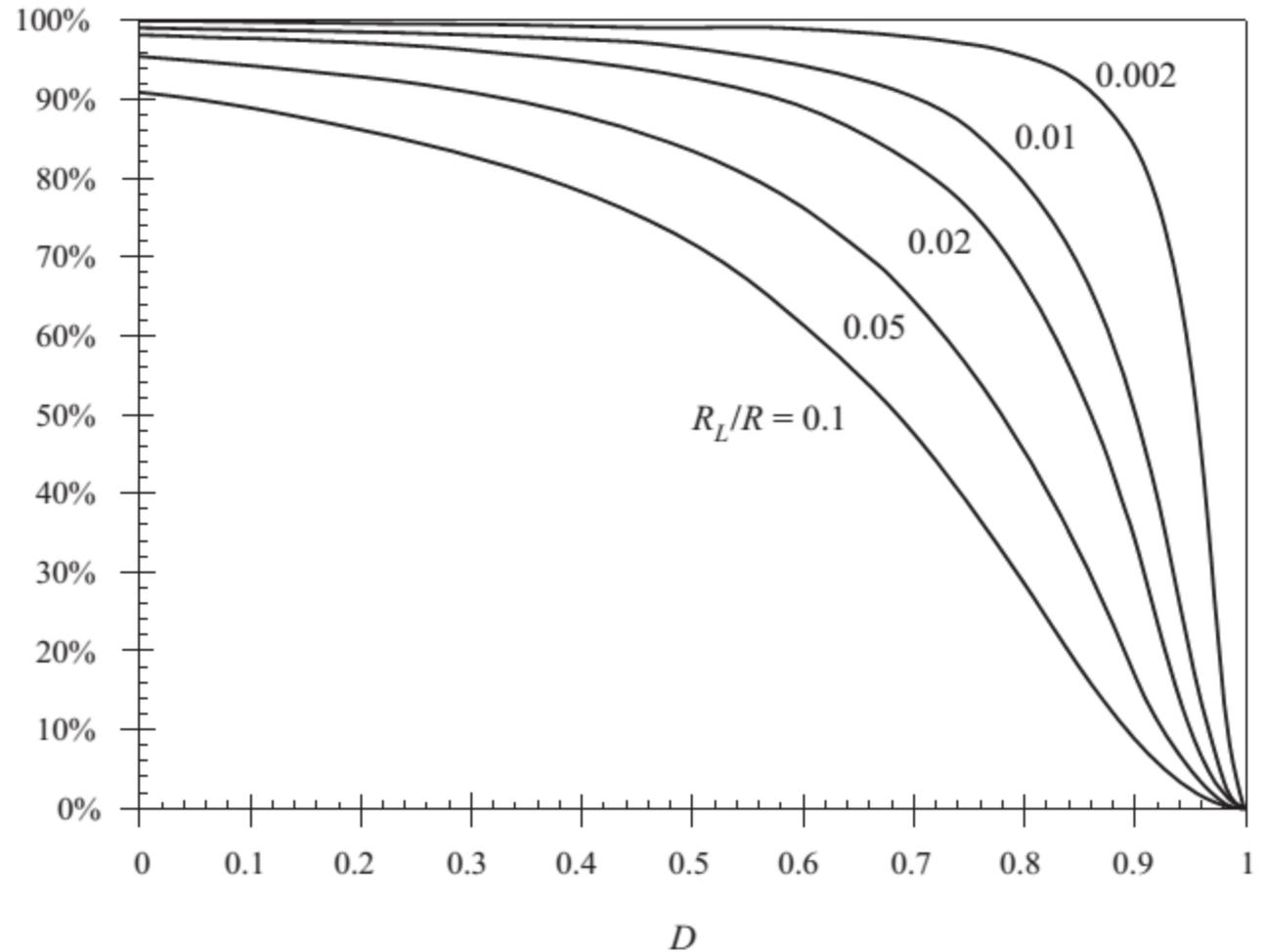
Substituindo V/V_g

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}$$

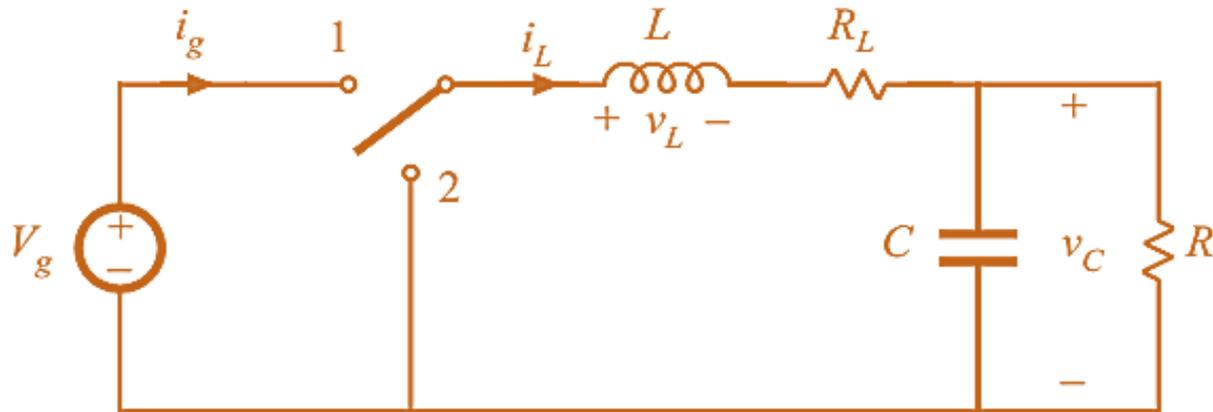
$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{R_L}{D'^2 R}}$$

Eficiência para vários valores de R_L (*Boost*)

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{R_L}{D^2 R}}$$



Conversor Buck



Tensão e corrente média no indutor e capacitor, respectivamente.

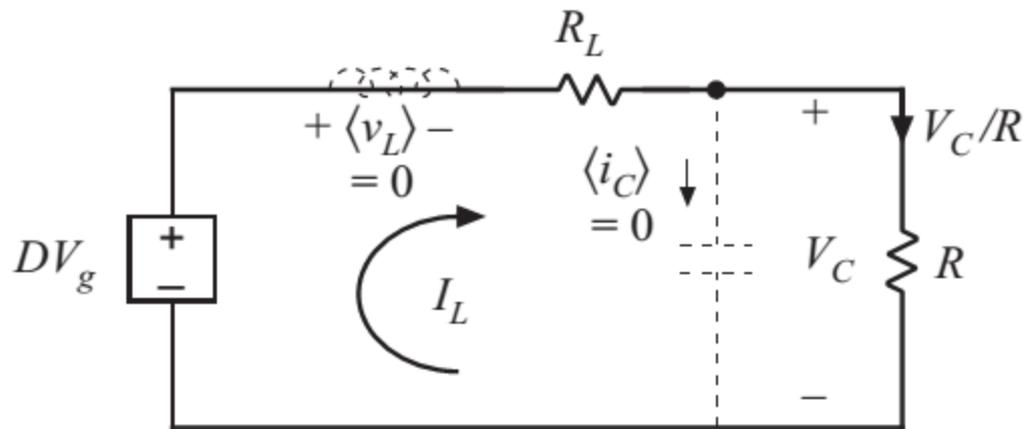
$$\langle v_L \rangle = 0 = DV_g - I_L R_L - V_C$$

$$\langle i_C \rangle = 0 = I_L - V_C / R$$

Circuito equivalente (*Buck*)

$$\langle v_L \rangle = 0 = DV_g - I_L R_L - V_C$$

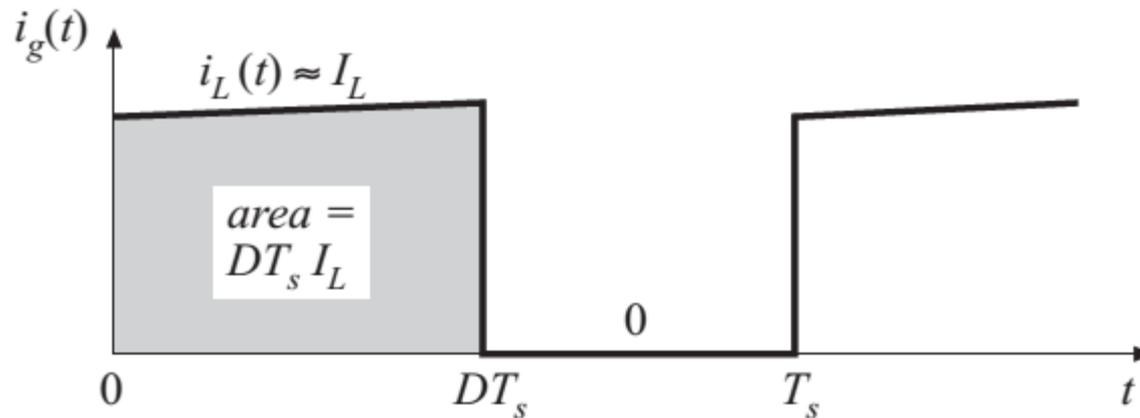
$$\langle i_C \rangle = 0 = I_L - V_C/R$$



Cadê o transformador?

Modelando a entrada do conversor (*Buck*)

Corrente de entrada $I_g(t)$:

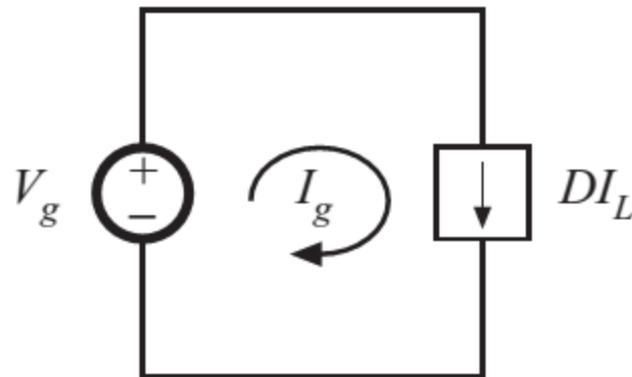


O valor médio (*componente CC*) de $I_g(t)$ é

$$I_g = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_g(t) dt = DI_L$$

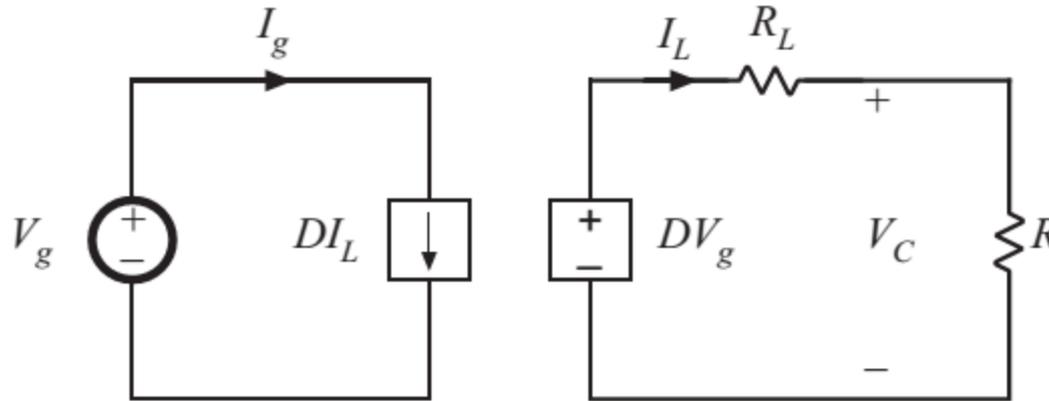
Circuito equivalente da entrada (*Buck*)

$$I_g = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_g(t) dt = DI_L$$

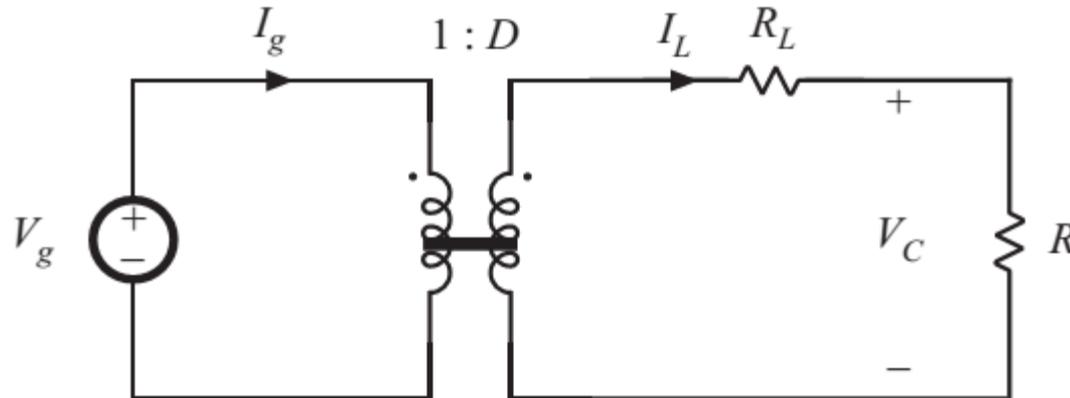


Circuito equivalente completo (*Buck*)

Considerando os dois circuito equivalentes

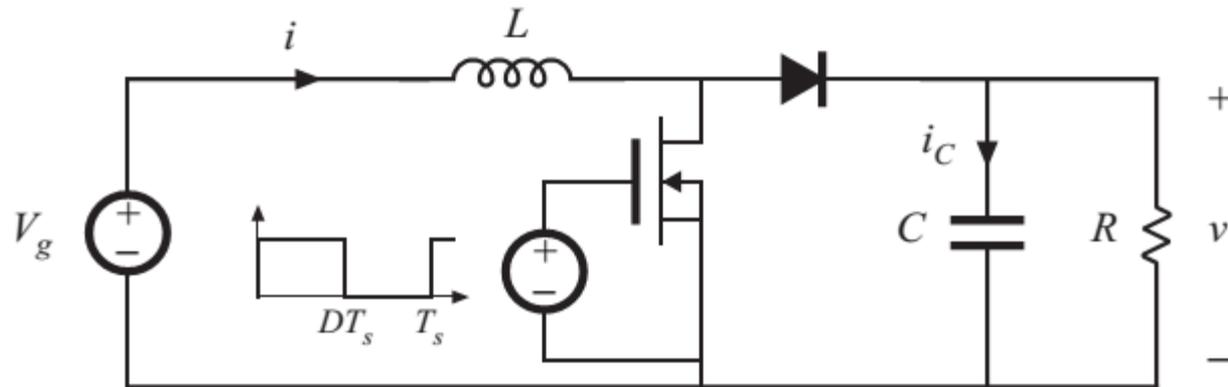


Substitua as fontes dependentes por o transformador CC equivalente



Considerando as perdas por condução (*Boost*)

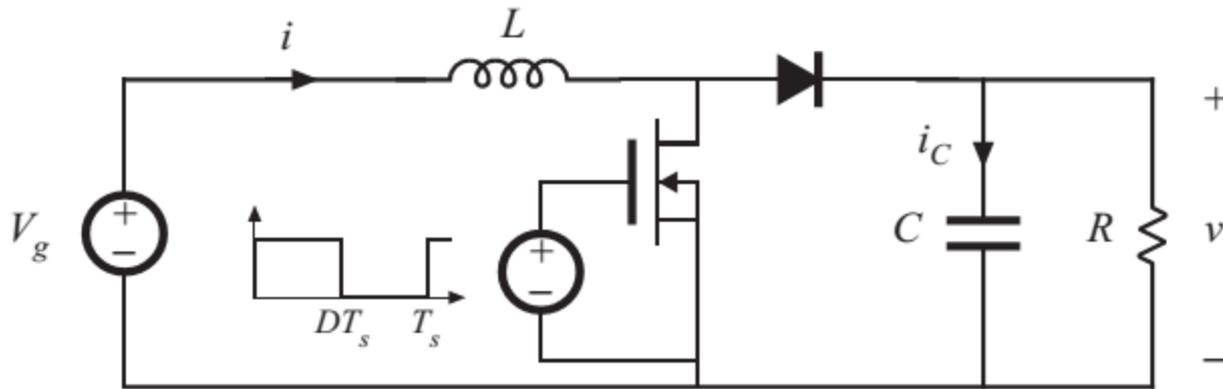
Conversor Boost



Modelo dos semicondutores em estado ligado (*on-state*)

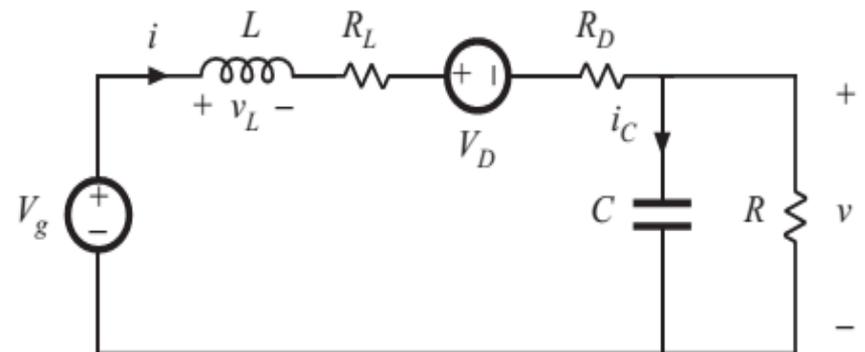
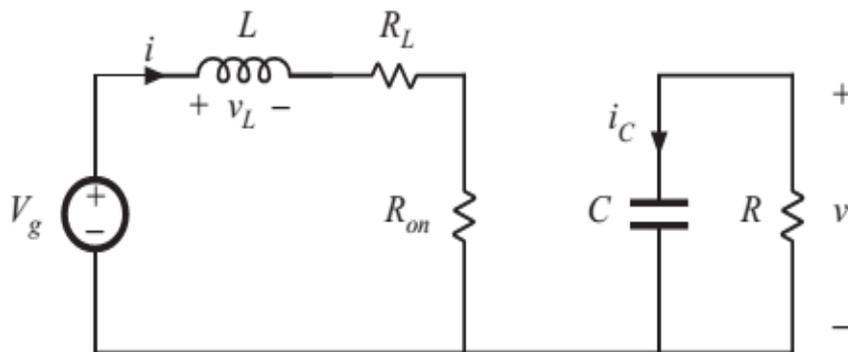
- MOSFET: resistência R_{on}
- Diodo : fonte de tensão V_D mais uma resistência R_D

Conversor Boost considerando perdas (*Boost*)

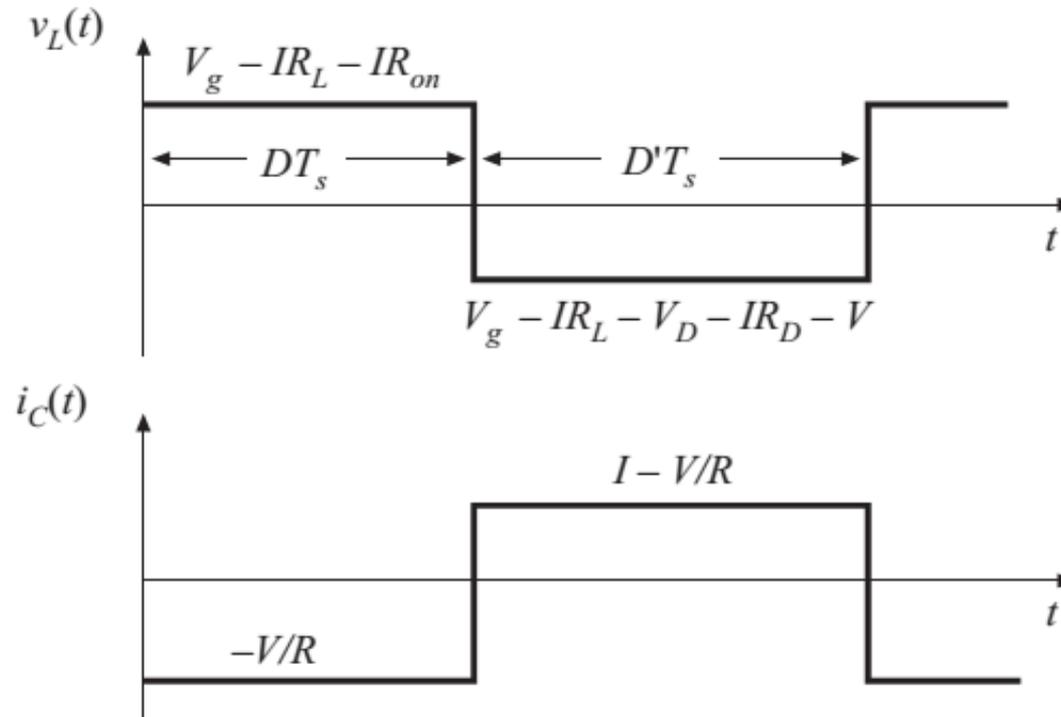


MOSFET conduzindo

Diodo conduzindo



Tensão e corrente média (*Boost*)

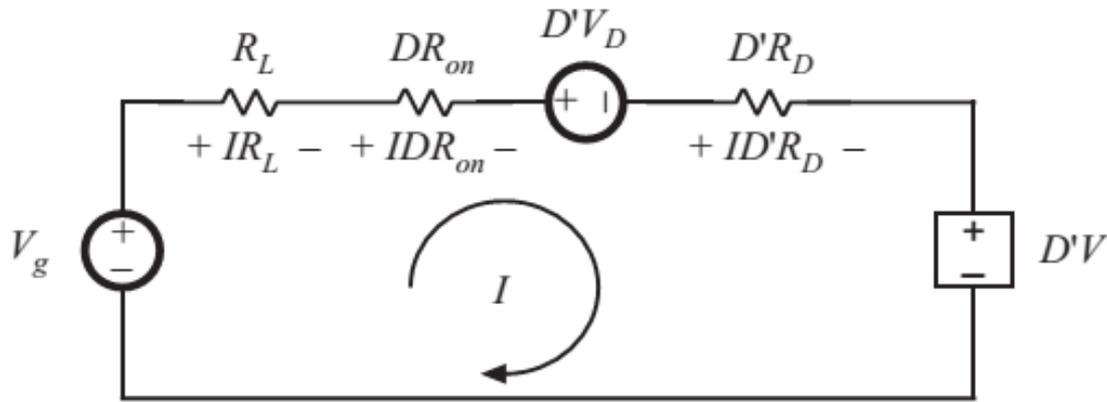


$$\langle v_L \rangle = D(V_g - IR_L - IR_{on}) + D'(V_g - IR_L - V_D - IR_D - V) = 0$$

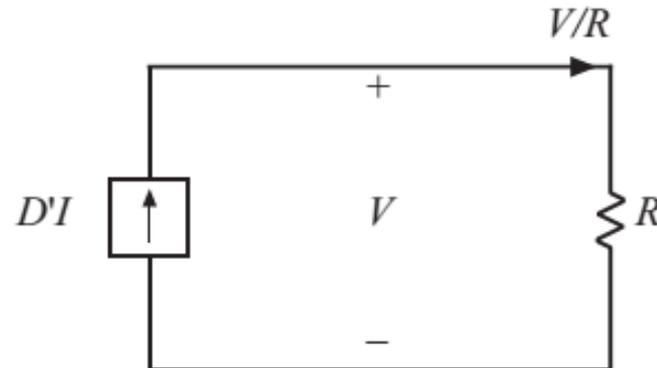
$$\langle i_C \rangle = D(-V/R) + D'(I - V/R) = 0$$

Circuito equivalente (*Boost*)

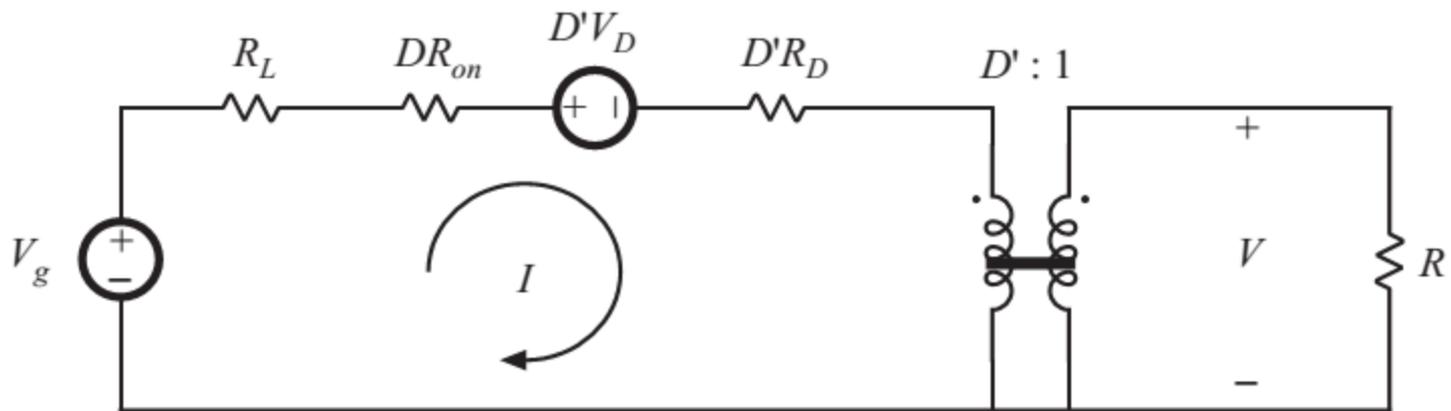
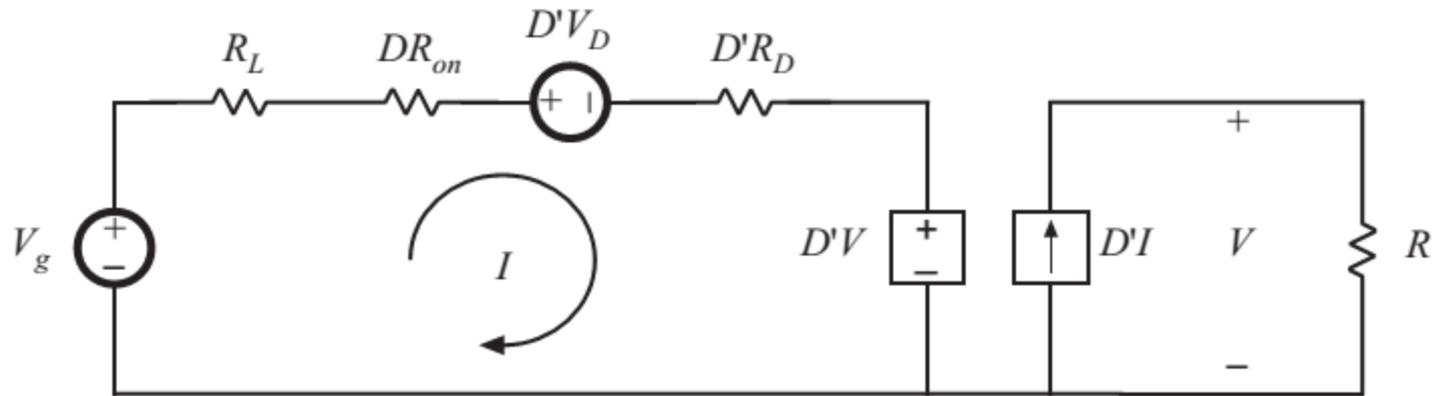
$$V_g - IR_L - IDR_{on} - D'V_D - ID'R_D - D'V = 0$$



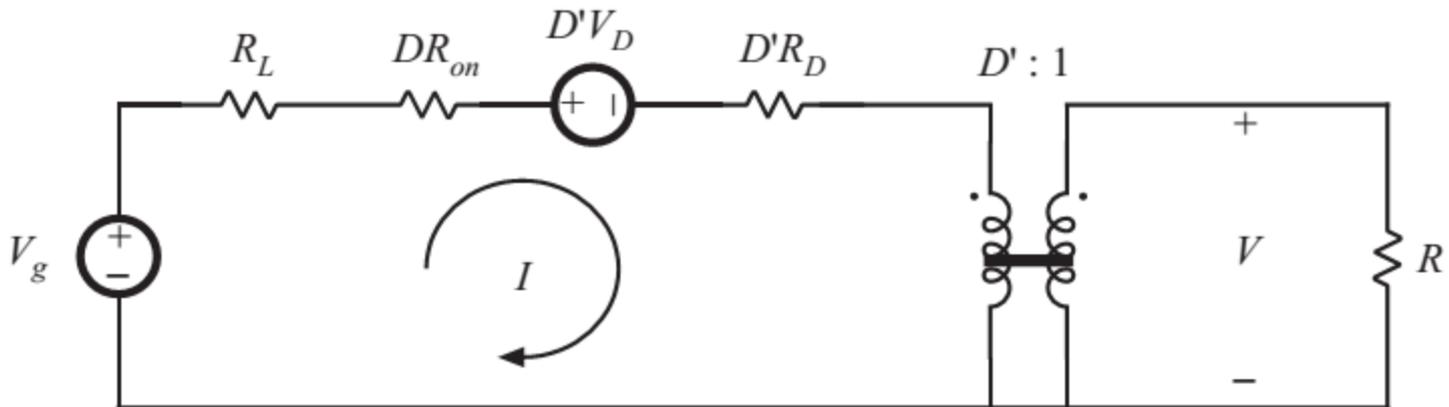
$$D'I - V/R = 0$$



Circuito equivalente completo (*Boost*)



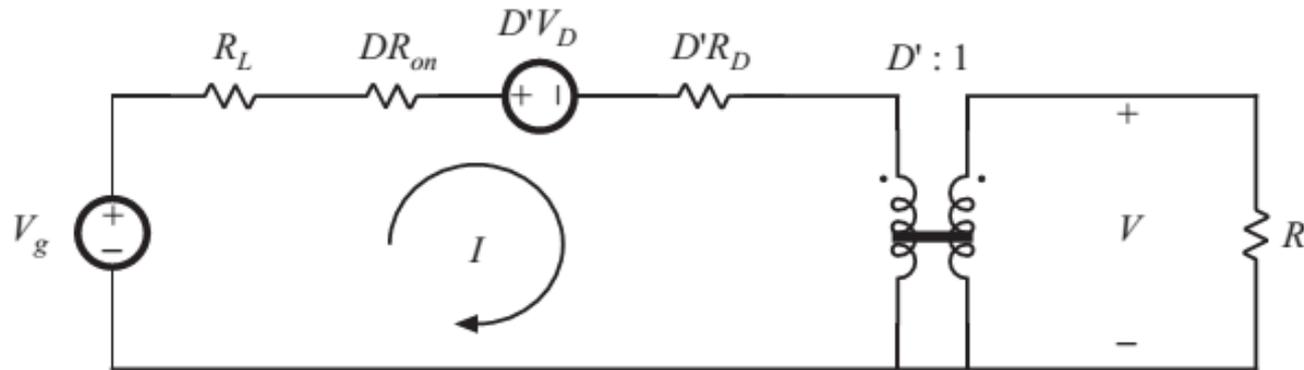
Calculando a tensão de saída (*Boost*)



$$V = \left(\frac{1}{D'} \right) (V_g - D'V_D) \left(\frac{D'^2 R}{D'^2 R + R_L + DR_{on} + D'R_D} \right)$$

$$\frac{V}{V_g} = \left(\frac{1}{D'} \right) \left(1 - \frac{D'V_D}{V_g} \right) \left(\frac{1}{1 + \frac{R_L + DR_{on} + D'R_D}{D'^2 R}} \right)$$

Calculando a eficiência do conversor (*Boost*)



$$P_{in} = (V_g) (I)$$

$$P_{out} = (V) (D'I)$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}$$

$$\eta = D' \frac{V}{V_g} = \frac{\left(1 - \frac{D'V_D}{V_g}\right)}{\left(1 + \frac{R_L + DR_{on} + D'R_D}{D'^2 R}\right)}$$

Quando a frequência de chaveamento é alta as perdas por condução são menos significativas.

Próxima Aula

1. Circuito equivalente em CA (modelo para pequenos sinais)

Referências Bibliográficas

1. **Erickson, R.W.; Fundamentals of power electronics, 2 Ed. Kluwer Academic Publisher, 2001.**
2. RASHID, M.H. Eletrônica de Potência - Circuitos, Dispositivos e Aplicações. Ed. São Paulo: Makron Books, 1999.
3. MOHAN, N.; UNDELAND, T.M.; ROBBINS, W.P. Power Electronics: Converters Applications and Design 2. Ed. New York: Editora John Wiley & Sons, 1995.
4. Pomilio, J.A.; Apostilas da disciplina de Eletrônica de Potência, <http://www.dsce.fee.unicamp.br/~antenor/>