



Universidade Federal do ABC

Universidade Federal do ABC

Pós-graduação em Engenharia Elétrica

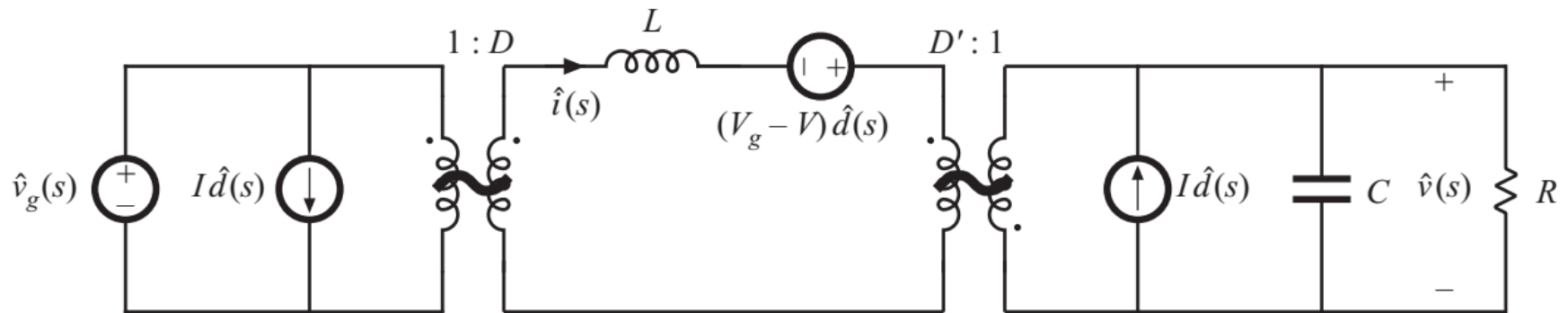
Aplicações de Conversores Estáticos de Potência

José L. Azcue, Prof. Dr.

- ✓ *Conversores CC/CC*
 - ✓ *Função de transferência*
 - ✓ *Projeto do compensador*

Exemplo: Função de Transferência Buck-Boost

Modelo de pequeno sinal do conversor Buck-Boost



Definição de Função de Transferência

O conversor tem duas entradas $\hat{d}(s)$ e $\hat{v}_g(s)$, e uma saída $\hat{v}(s)$. Então, a tensão de saída CA pode ser expressada pela superposição das duas entradas:

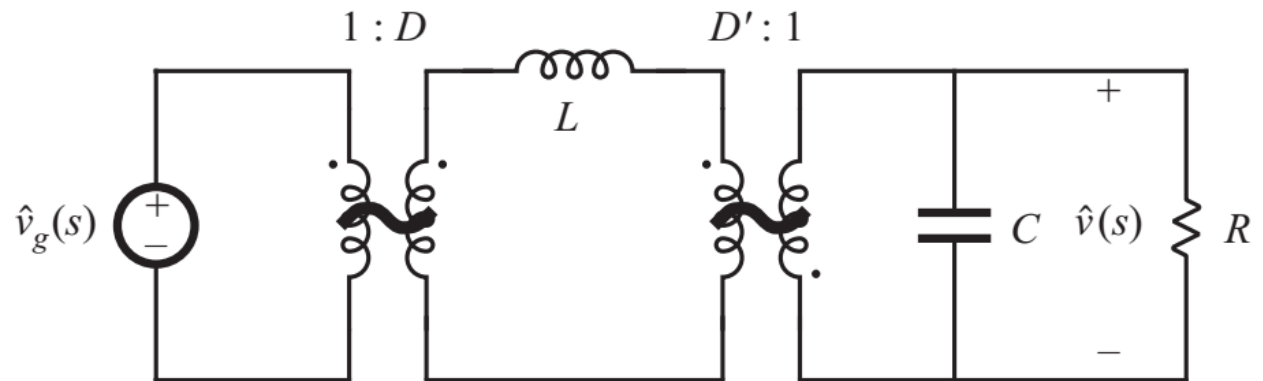
$$\hat{v}(s) = G_{vd}(s) \hat{d}(s) + G_{vg}(s) \hat{v}_g(s)$$

Estas funções de transferência estão definidas por:

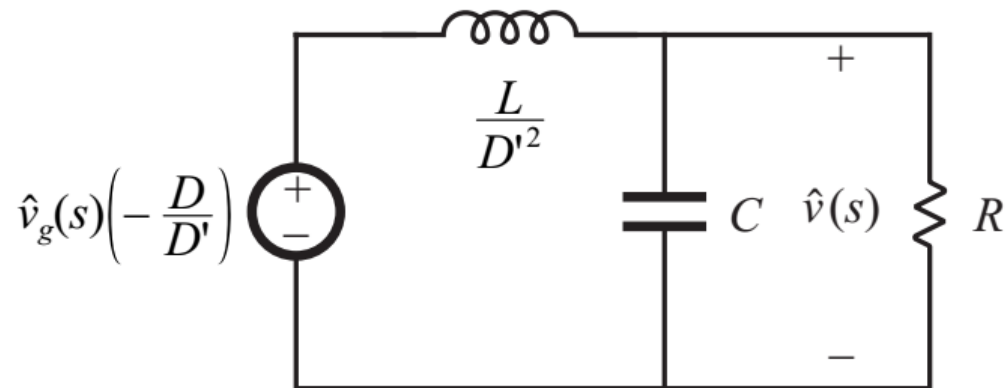
$$G_{vd}(s) = \left. \frac{\hat{v}(s)}{\hat{d}(s)} \right|_{\hat{v}_g(s)=0} \quad \text{e} \quad G_{vg}(s) = \left. \frac{\hat{v}(s)}{\hat{v}_g(s)} \right|_{\hat{d}(s)=0}$$

Função de Transferência $G_{vg}(s)$

Considere $\hat{d}(s)=0$

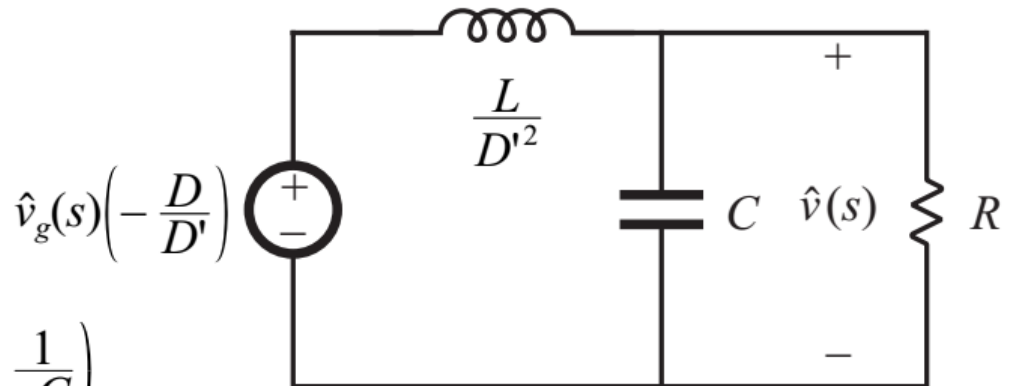


Refira os elementos para a saída



Função de Transferência $G_{vg}(s)$

Aplicando divisor de tensão



$$G_{vg}(s) = \frac{\hat{v}(s)}{\hat{v}_g(s)} \Big|_{\hat{d}(s)=0} = -\frac{D}{D'} \frac{\left(R \parallel \frac{1}{sC}\right)}{\frac{sL}{D'^2} + \left(R \parallel \frac{1}{sC}\right)}$$

$$G_{vg}(s) = \left(-\frac{D}{D'}\right) \frac{\left(\frac{R}{1+sRC}\right)}{\frac{sL}{D'^2} + \left(\frac{R}{1+sRC}\right)}$$

$$= \left(-\frac{D}{D'}\right) \frac{R}{R + \frac{sL}{D'^2} + \frac{s^2RLC}{D'^2}}$$

Função de Transferência $G_{vg}(s)$

Dividindo o numerador e denominador por R, tem-se:

$$G_{vg}(s) = \frac{\hat{v}(s)}{\hat{v}_g(s)} \Big|_{\hat{d}(s)=0} = \left(-\frac{D}{D'} \right) \frac{1}{1 + s \frac{L}{D'^2 R} + s^2 \frac{LC}{D'^2}}$$

Considerando a forma padronizada

$$G_{vg}(s) = G_{g0} \frac{1}{1 + \frac{s}{Q\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0} \right)^2}$$

Portanto,

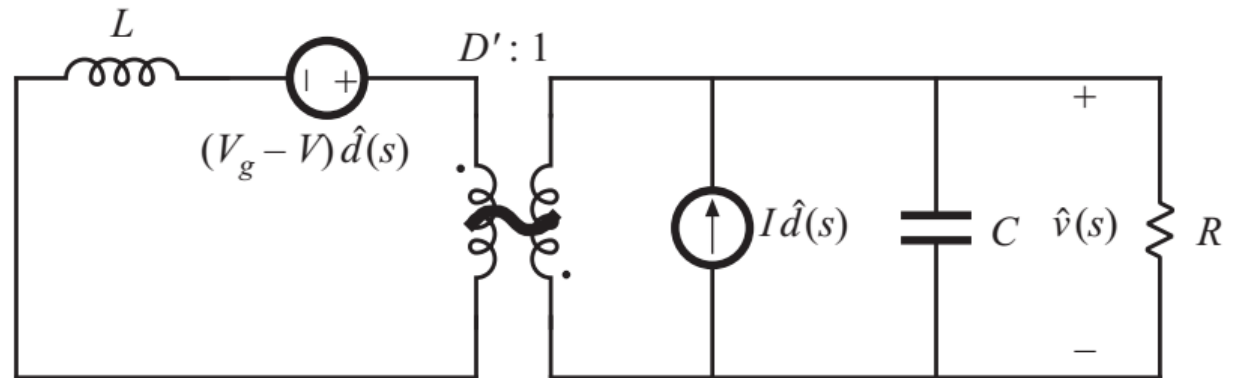
$$G_{g0} = -\frac{D}{D'}$$

$$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{LC}{D'^2} \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \frac{D'}{\sqrt{LC}}$$

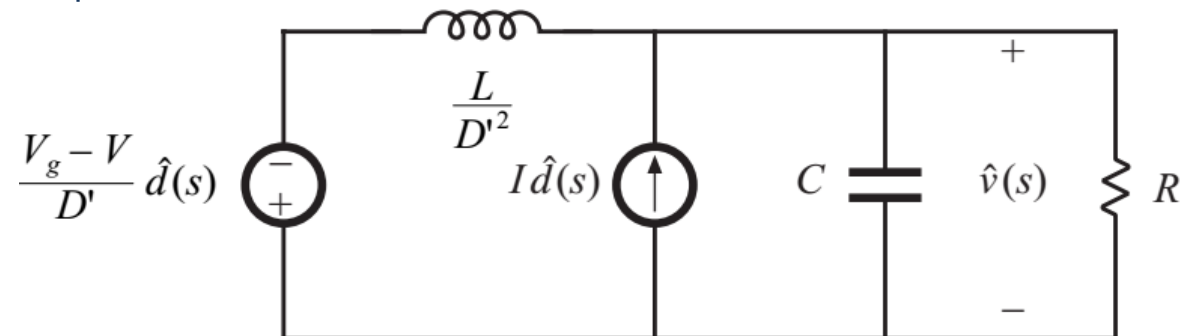
$$\frac{1}{Q\omega_0} = \frac{L}{D'^2 R} \quad \Rightarrow \quad Q = D'R \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Função de Transferência $G_{vd}(s)$

Considere $\hat{v}_g(s) = 0$



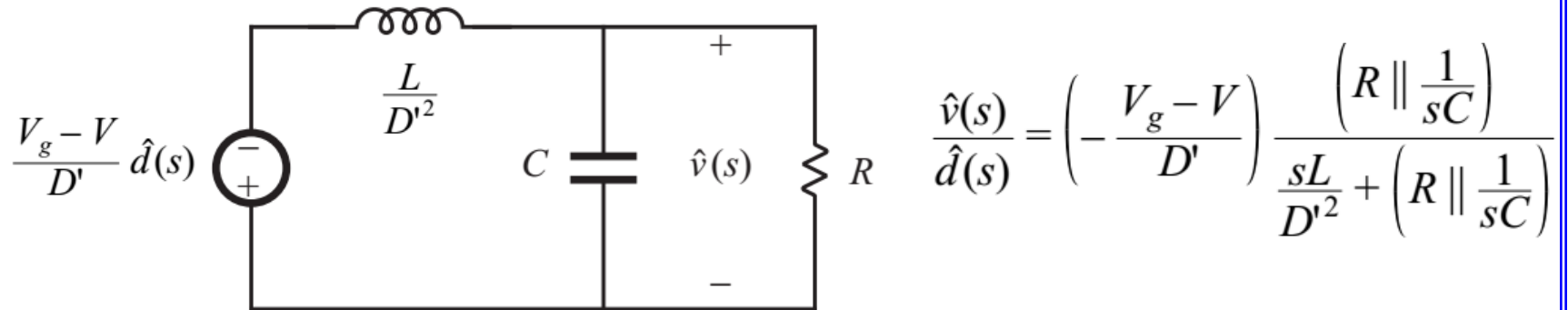
Refira os elementos para a saída



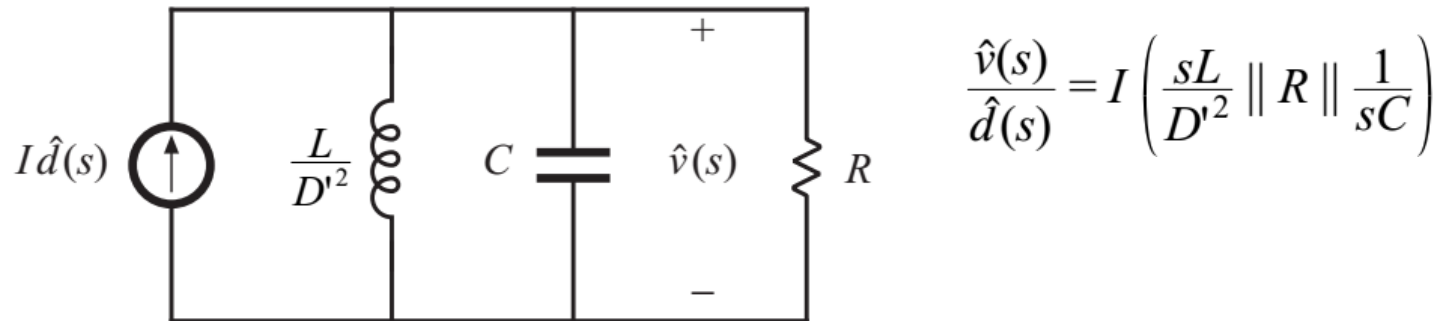
Existem duas fontes que dependem de \hat{d} . Utilize o princípio da superposição para calcular a tensão de saída \hat{v} .

Superposição

Considerando a fonte de tensão (desativar a fonte de corrente)



Considerando a fonte de corrente (desativar a fonte de tensão)



Resultado total

$$G_{vd}(s) = \left(-\frac{V_g - V}{D'} \right) \frac{\left(R \parallel \frac{1}{sC} \right)}{\frac{sL}{D'^2} + \left(R \parallel \frac{1}{sC} \right)} + I \left(\frac{sL}{D'^2} \parallel R \parallel \frac{1}{sC} \right)$$

Função de Transferência $G_{vd}(s)$

Expressar na forma padronizada

$$G_{vd}(s) = \left. \frac{\hat{v}(s)}{\hat{d}(s)} \right|_{\hat{v}_g(s)=0} = \left(-\frac{V_g - V}{D'} \right) \frac{\left(1 - s \frac{LI}{D'(V_g - V)} \right)}{\left(1 + s \frac{L}{D'^2 R} + s^2 \frac{LC}{D'^2} \right)}$$

Considerando a forma padronizada

$$G_{vd}(s) = G_{d0} \frac{\left(1 - \frac{s}{\omega_z} \right)}{\left(1 + \frac{s}{Q\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0} \right)^2 \right)}$$

Função de Transferência $G_{vd}(s)$

Portanto,

$$G_{d0} = -\frac{V_g - V}{D'} = -\frac{V_g}{D'^2} = \frac{V}{DD'}$$

$$Q = D'R \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$\omega_z = \frac{D'(V_g - V)}{LI} = \frac{D'^2 R}{DL} \quad \text{(RHP)}$$

$$\omega_0 = \frac{D'}{\sqrt{LC}}$$

Simplificado, utilizando as seguintes relações CC

$$V = -\frac{D}{D'} V_g \qquad I = -\frac{V}{D' R}$$

Considerando valores numéricos

Suponha os seguintes valores numéricos

$$D = 0.6$$

$$R = 10\Omega$$

$$V_g = 30V$$

$$L = 160\mu H$$

$$C = 160\mu F$$

portanto, tem-se:

$$|G_{g0}| = \frac{D}{D'} = 1.5 \Rightarrow 3.5 \text{ dB}$$

$$|G_{d0}| = \frac{|V|}{DD'} = 187.5 \text{ V} \Rightarrow 45.5 \text{ dBV}$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{D'}{2\pi\sqrt{LC}} = 400 \text{ Hz}$$

$$Q = D'R\sqrt{\frac{C}{L}} = 4 \Rightarrow 12 \text{ dB}$$

$$f_z = \frac{\omega_z}{2\pi} = \frac{D'^2 R}{2\pi DL} = 2.65 \text{ kHz}$$

$$G_{vg}(s) = \left. \frac{\hat{v}(s)}{\hat{v}_g(s)} \right|_{\hat{d}(s)=0} = \left(-\frac{D}{D'} \right) \frac{1}{1 + s \frac{L}{D'^2 R} + s^2 \frac{LC}{D'^2}}$$

$$G_{vd}(s) = \left. \frac{\hat{v}(s)}{\hat{d}(s)} \right|_{\hat{v}_g(s)=0} = \left(-\frac{V_g - V}{D'} \right) \frac{\left(1 - s \frac{LI}{D'(V_g - V)} \right)}{\left(1 + s \frac{L}{D'^2 R} + s^2 \frac{LC}{D'^2} \right)}$$

Diagrama de Bode $G_{vg}(s)$

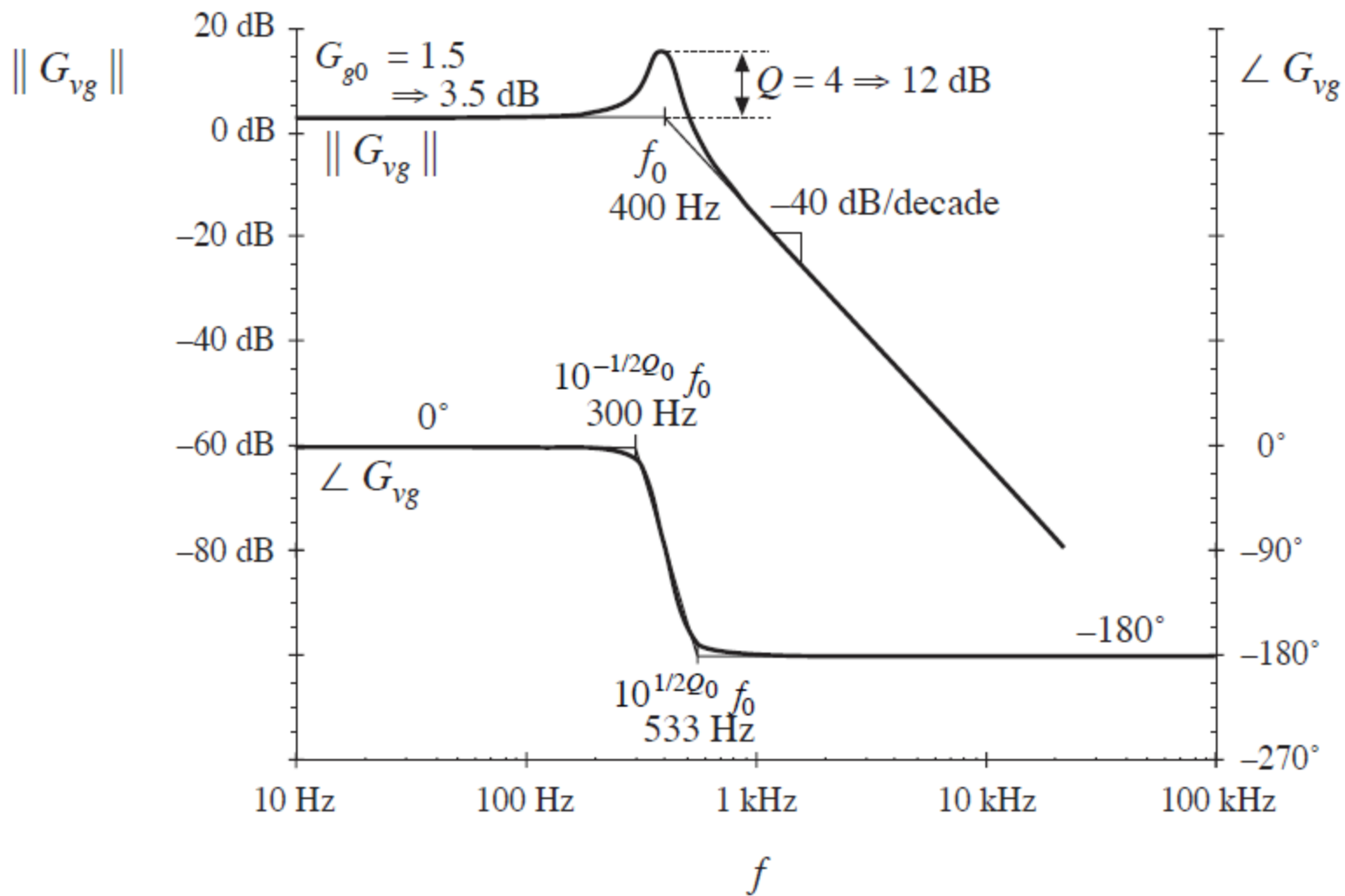
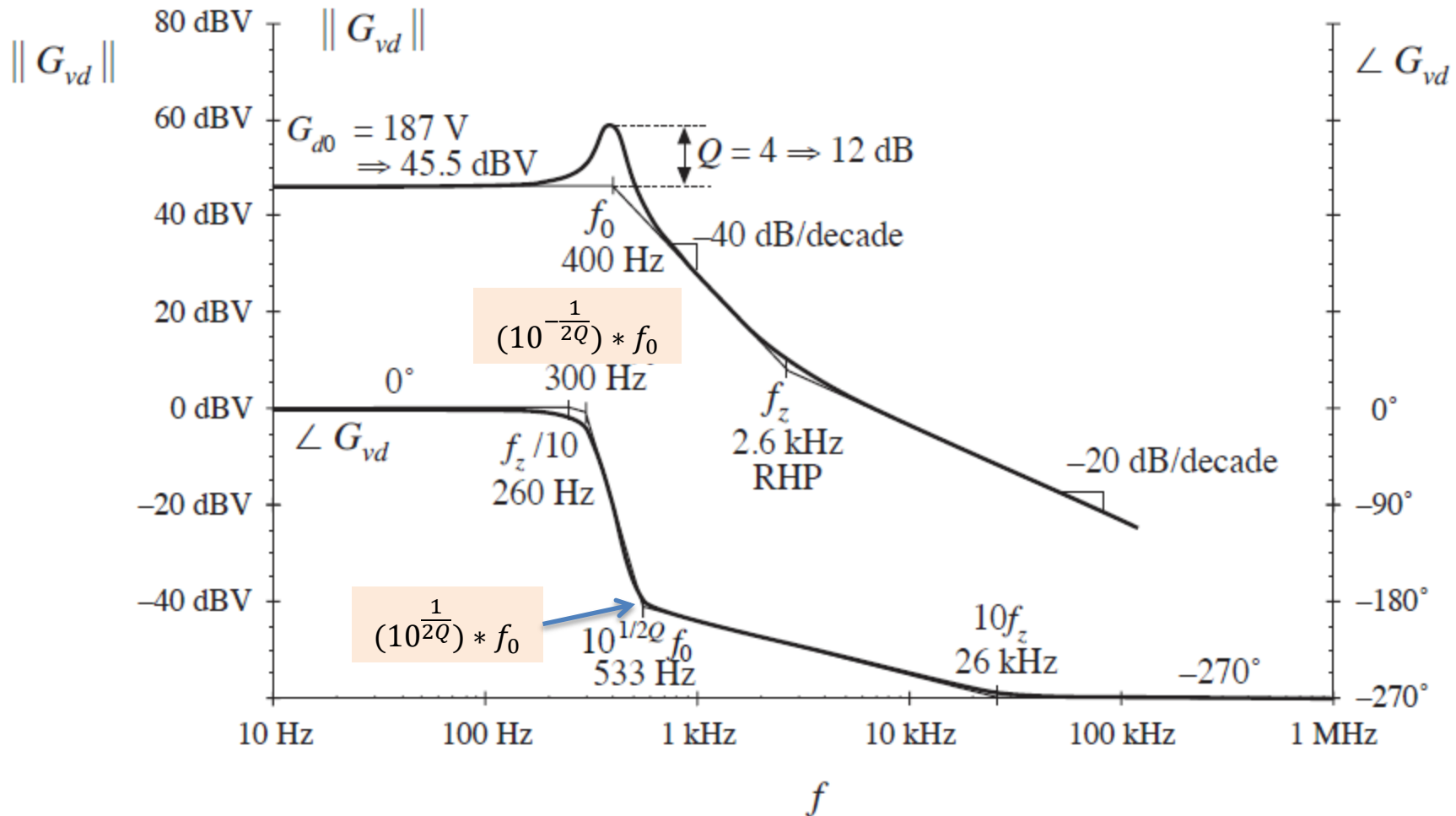


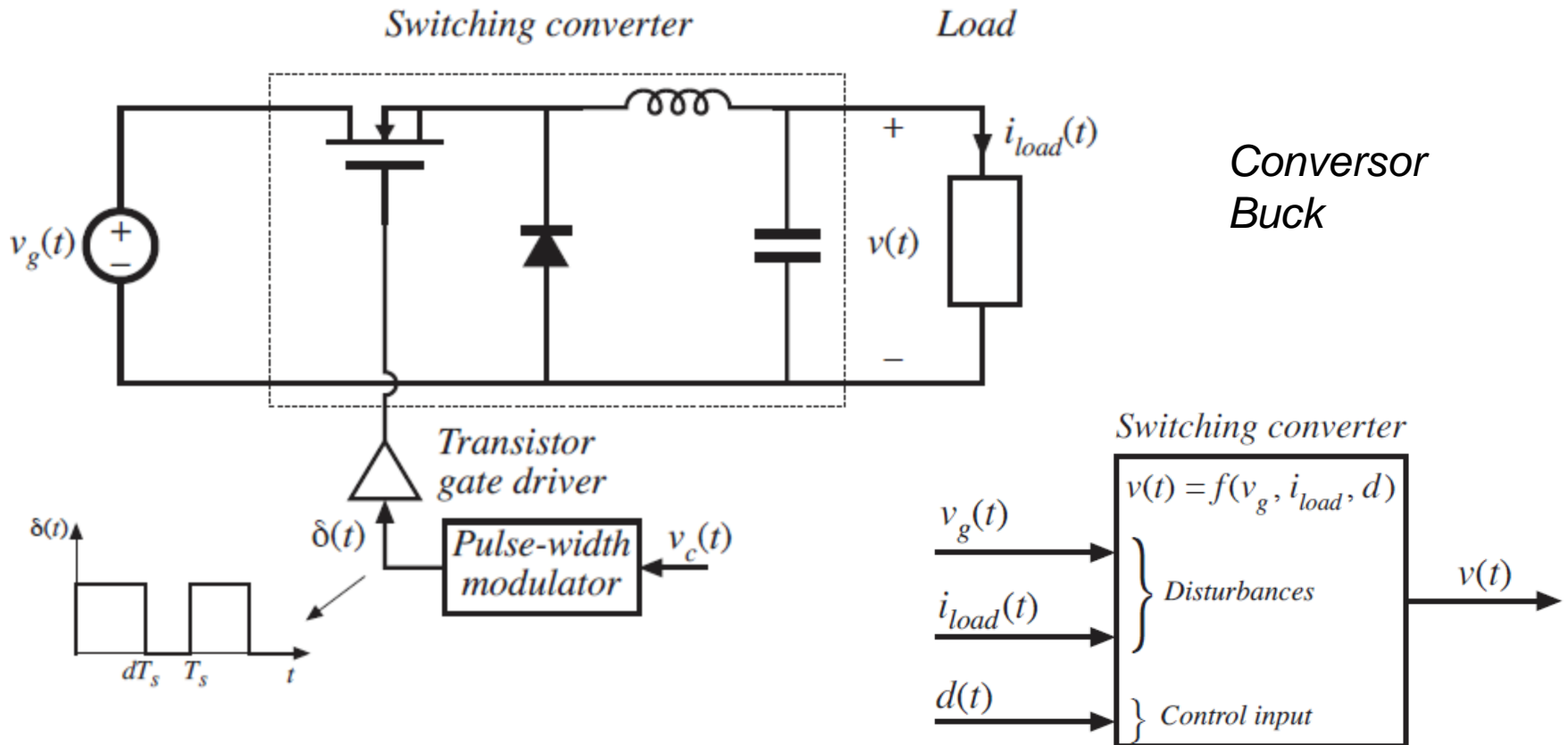
Diagrama de Bode $G_{vd}(s)$



Projeto do Compensador

Projeto dos Controladores

- ✓ Tensão de saída depende do ciclo de trabalho (sinal de controle), da tensão de entrada (distúrbio) e da corrente da carga (distúrbio)



Projeto de Controladores

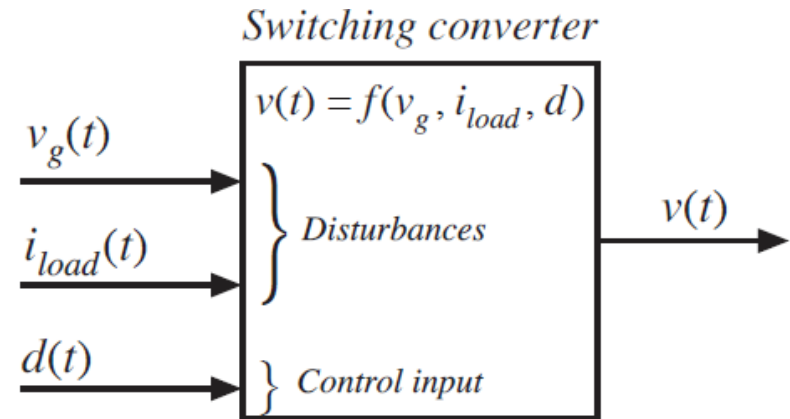
✓ O objetivo é **manter a saída constante**, independente dos distúrbios (tensão de entrada e corrente de carga).

✓ Variação típica da tensão V_g , ripple de 120 Hz (produzido pelo circuito retificador)

✓ Podem ser aplicadas variações de corrente de 50% a 100% do valor nominal.

✓ Uma saída típica: $5V \pm 0.1V$ (2%)

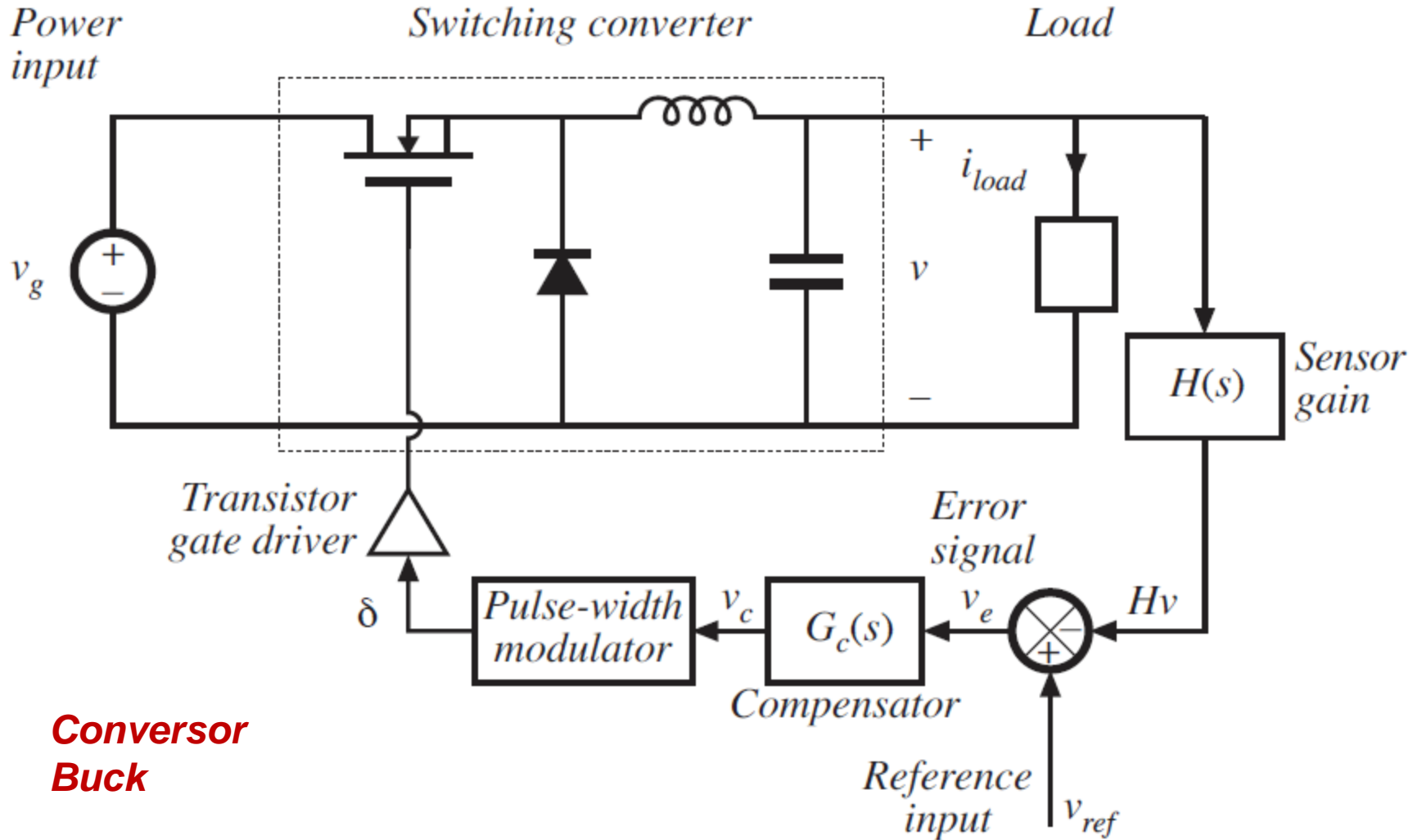
✓ Os componentes são fabricados com níveis de tolerâncias (imprecisos).



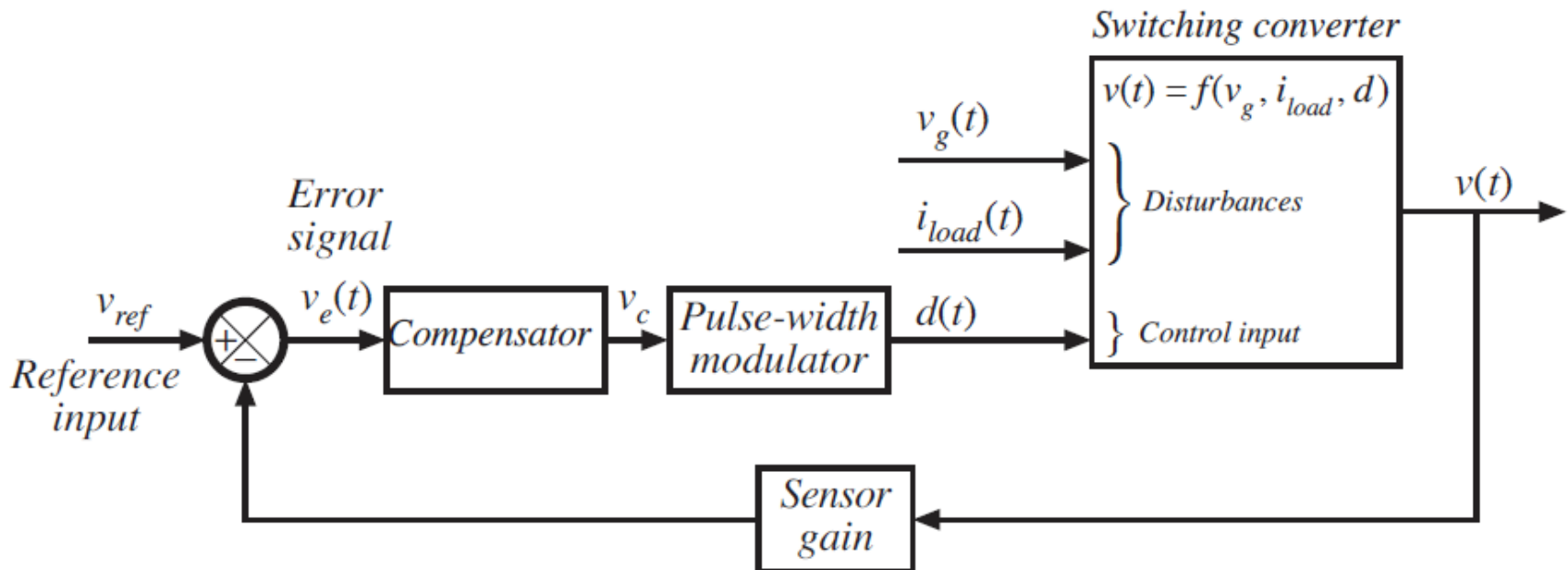
Projeto de Controladores

- ✓ Sendo assim, será necessário um controle em malha fechada para garantir a tensão de saída desejada.
- ✓ **Objetivo:** construir um circuito que automaticamente ajuste o ciclo de trabalho quando necessário, para obter a tensão de saída desejada com alta precisão, independente dos distúrbios ou tolerância dos componentes.

Realimentação Negativa

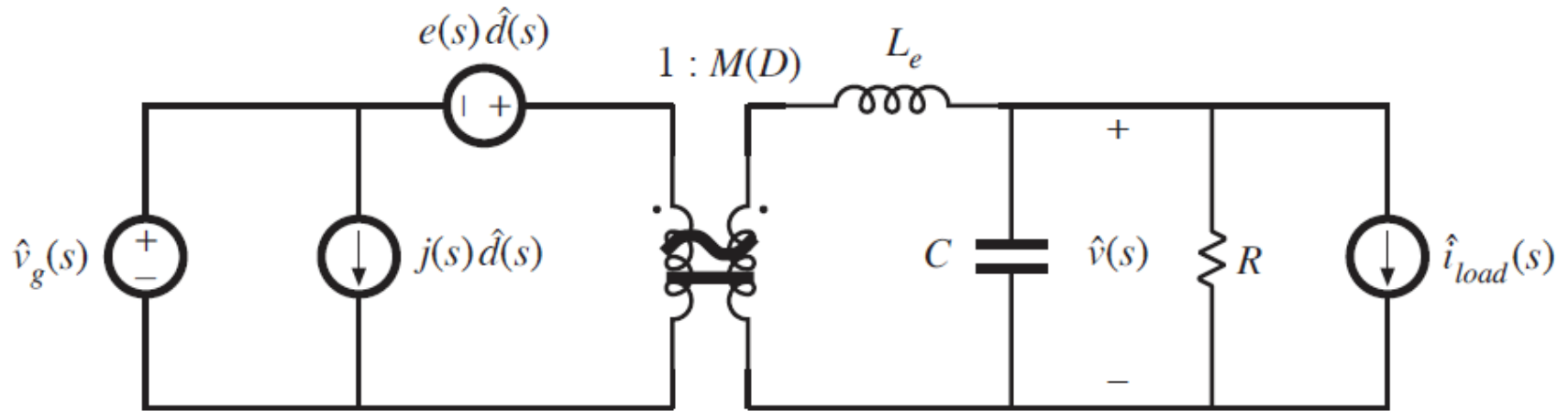


Realimentação Negativa



Realimentação Negativa

- ✓ Modelo de pequeno sinal (modelo canônico)



- ✓ A tensão de saída pode ser expressada por:

$$\hat{v}(s) = G_{vd}(s) \hat{d}(s) + G_{vg}(s) \hat{v}_g(s) - Z_{out}(s) \hat{i}_{load}(s)$$

- ✓ Onde:

$$G_{vd}(s) = \left. \frac{\hat{v}(s)}{\hat{d}(s)} \right|_{\substack{\hat{v}_g=0 \\ \hat{i}_{load}=0}} \quad G_{vg}(s) = \left. \frac{\hat{v}(s)}{\hat{v}_g(s)} \right|_{\substack{\hat{d}=0 \\ \hat{i}_{load}=0}} \quad Z_{out}(s) = - \left. \frac{\hat{v}(s)}{\hat{i}_{load}(s)} \right|_{\substack{\hat{d}=0 \\ \hat{v}_g=0}}$$

Sistema Regulador de Tensão (pequeno sinal)

- ✓ Modelo de pequeno sinal, com malha de controle
- ✓ Perturbar e linearizar

$$v_{ref}(t) = V_{ref} + \hat{v}_{ref}(t)$$

$$v_e(t) = V_e + \hat{v}_e(t)$$

etc.

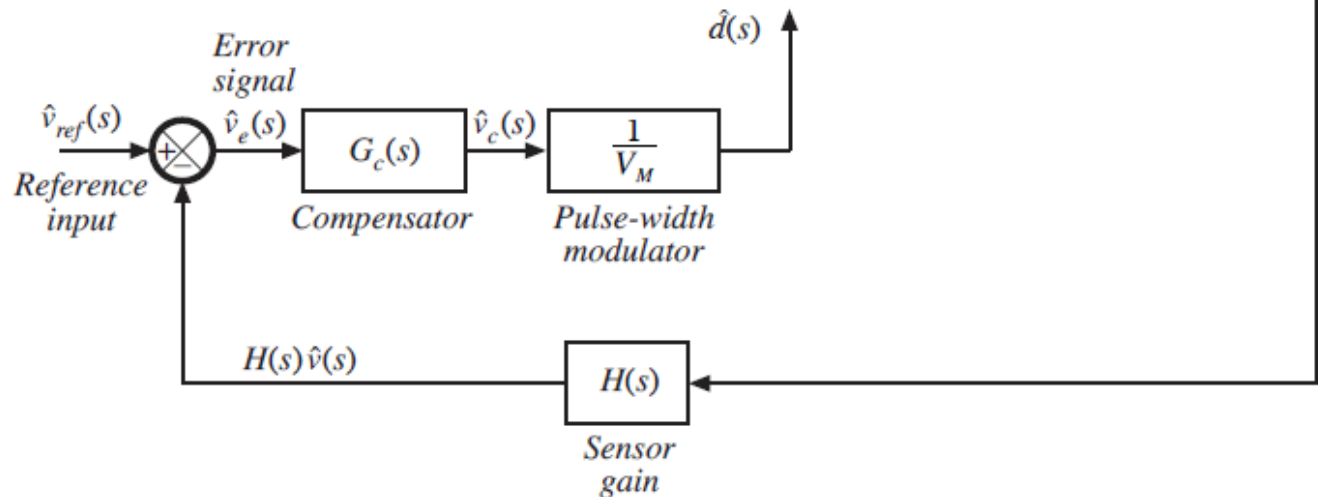
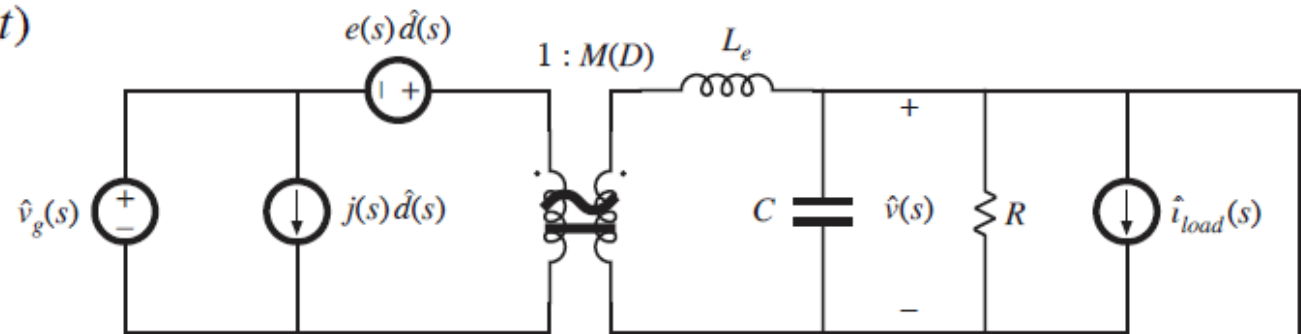
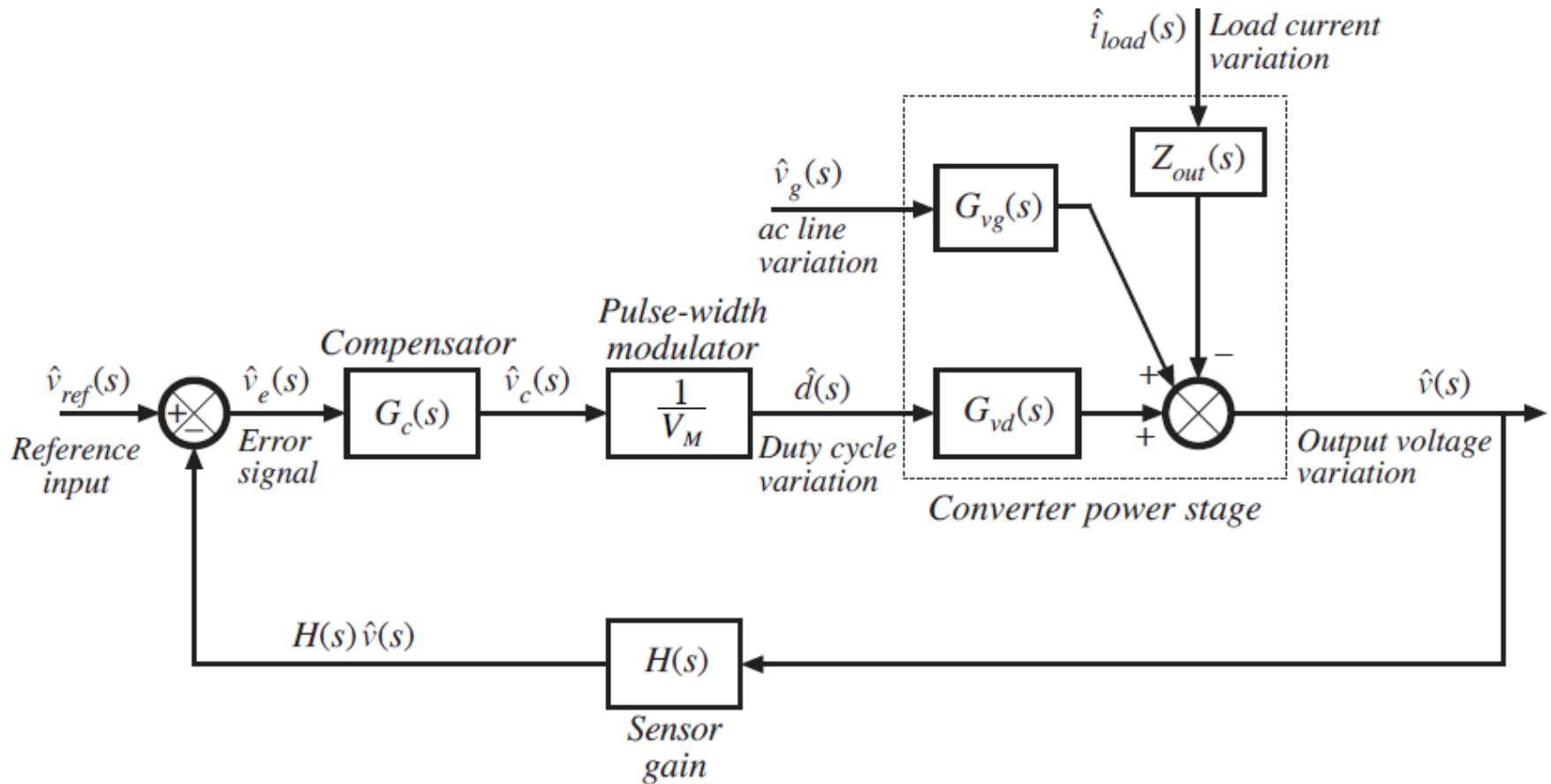


Diagrama de Blocos, modelo de pequeno sinal



Solução: Diagrama de Blocos

- ✓ A partir do diagrama de blocos, determinar a saída $v(s)$:

$$\hat{v} = \hat{v}_{ref} \frac{G_c G_{vd} / V_M}{1 + H G_c G_{vd} / V_M} + \hat{v}_g \frac{G_{vg}}{1 + H G_c G_{vd} / V_M} - \hat{i}_{load} \frac{Z_{out}}{1 + H G_c G_{vd} / V_M}$$

- ✓ Pode ser escrito da seguinte forma:

$$\hat{v} = \hat{v}_{ref} \frac{1}{H} \frac{T}{1 + T} + \hat{v}_g \frac{G_{vg}}{1 + T} - \hat{i}_{load} \frac{Z_{out}}{1 + T}$$

- ✓ Considerando que:

$$T(s) = H(s) G_c(s) G_{vd}(s) / V_M = \text{"loop gain"}$$

Vantagem da Realimentação Negativa

A realimentação reduz a função de transferência dos distúrbios para a saída:

- ✓ Função de transferência original (malha aberta)

$$G_{vg}(s) = \left. \frac{\hat{v}(s)}{\hat{v}_g(s)} \right|_{\substack{\hat{d}=0 \\ \hat{i}_{load}=0}}$$

- ✓ Com a inclusão de realimentação negativa, tem-se:

$$\left. \frac{\hat{v}(s)}{\hat{v}_g(s)} \right|_{\substack{\hat{v}_{ref}=0 \\ \hat{i}_{load}=0}} = \frac{G_{vg}(s)}{1 + T(s)}$$

- ✓ A realimentação reduz a função de transferência por um fator de:

$$\frac{1}{1 + T(s)}$$



- ✓ Se $T(s)$ tem uma magnitude elevada, então a função de transferência será pequena.

Impedância de Saída (realimentação)

- ✓ Função de transferência (malha aberta)

$$Z_{out}(s) = - \left. \frac{\hat{v}(s)}{\hat{i}_{load}(s)} \right|_{\substack{\hat{d}=0 \\ \hat{v}_g=0}}$$

- ✓ com a inclusão da realimentação negativa, tem-se:

$$\left. \frac{\hat{v}(s)}{-\hat{i}_{load}(s)} \right|_{\substack{\hat{v}_{ref}=0 \\ \hat{v}_g=0}} = \frac{Z_{out}(s)}{1 + T(s)}$$

- ✓ A realimentação reduz a impedância de saída por:

$$\boxed{\frac{1}{1 + T(s)}} \quad \leftarrow$$

- ✓ Se $T(s)$ tem uma magnitude elevada, então a impedância de saída é fortemente diminuída.

Realimentação Negativa

A função de transferência de $\hat{v}_{ref}(s)$ para $\hat{v}(s)$ em malha fechada é:

$$\left. \frac{\hat{v}(s)}{\hat{v}_{ref}(s)} \right|_{\substack{\hat{v}_g=0 \\ \hat{i}_{load}=0}} = \frac{1}{H(s)} \boxed{\frac{T(s)}{1+T(s)}} \quad \leftarrow$$

Se $T(s)$ tem uma magnitude elevada ($\|T\| \gg 1$), então $(\mathbf{1} + \mathbf{T}) \approx \mathbf{T}$ e $\frac{\mathbf{T}}{\mathbf{1}+\mathbf{T}} \approx \mathbf{T}/\mathbf{T} = \mathbf{1}$, logo a função de transferência será

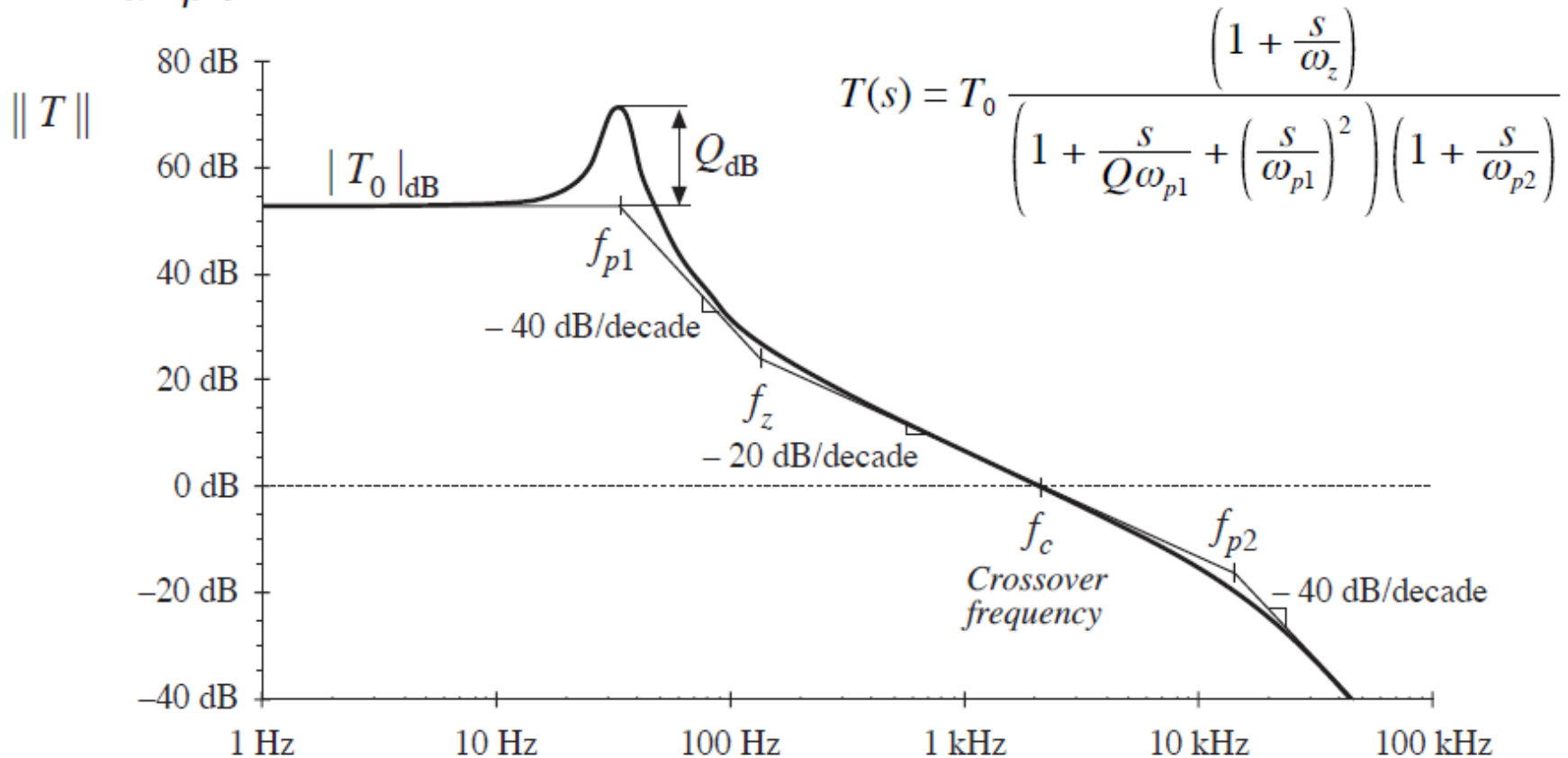
$$\frac{\hat{v}(s)}{\hat{v}_{ref}(s)} \approx \frac{1}{H(s)}$$

A qual independe dos ganhos no percurso direto do laço (por exemplo não depende da precisão dos componentes). Estes resultados se aplicam igualmente aos valores em CC:

$$\frac{V}{V_{ref}} = \frac{1}{H(0)} \frac{T(0)}{1+T(0)} \approx \frac{1}{H(0)}$$

Exemplo: Bode de $1/(1+T(s))$ e $T(s)/(1+T(s))$

Example



At the crossover frequency f_c , $\|T\| = 1$

f

$f_c = \text{freq. de cruzamento, quebra}$

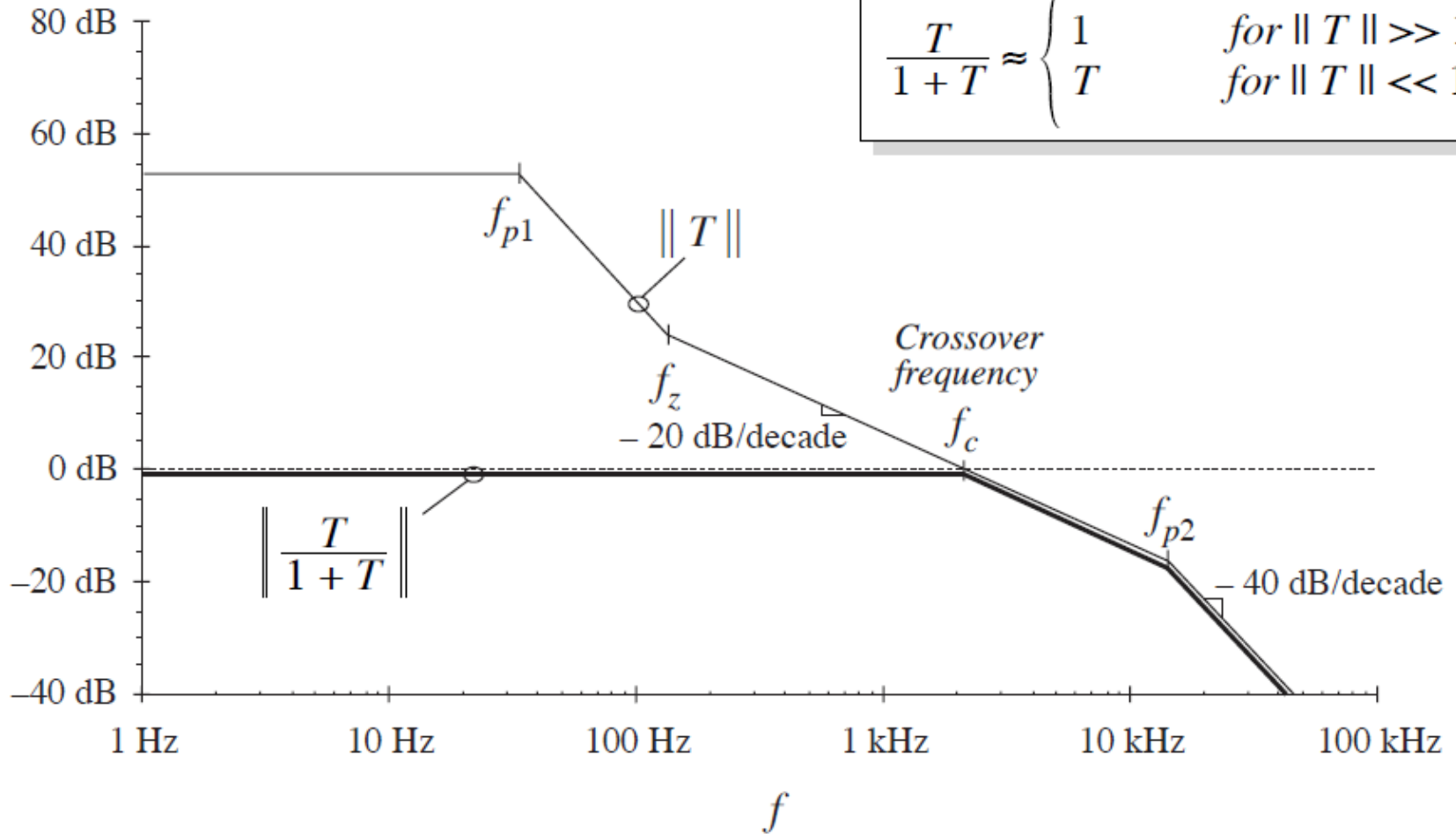
Aproximando $1/(1+T(s))$ e $T(s)/(1+T(s))$

$$\frac{T}{1+T} \approx \begin{cases} 1 & \text{for } \|T\| \gg 1 \\ T & \text{for } \|T\| \ll 1 \end{cases}$$

$$\frac{1}{1+T(s)} \approx \begin{cases} \frac{1}{T(s)} & \text{for } \|T\| \gg 1 \\ 1 & \text{for } \|T\| \ll 1 \end{cases}$$

Bode de $T(s)/(1+T(s))$

$$\frac{T}{1+T} \approx \begin{cases} 1 & \text{for } \|T\| \gg 1 \\ T & \text{for } \|T\| \ll 1 \end{cases}$$



Aproximação da Função de Transferência

- ✓ Para frequências suficientemente menores que a frequência de cruzamento, o ganho do laço é alto. Então:

$$\frac{\hat{v}(s)}{\hat{v}_{ref}(s)} = \frac{1}{H(s)} \frac{T(s)}{1 + T(s)} \approx \frac{1}{H(s)}$$

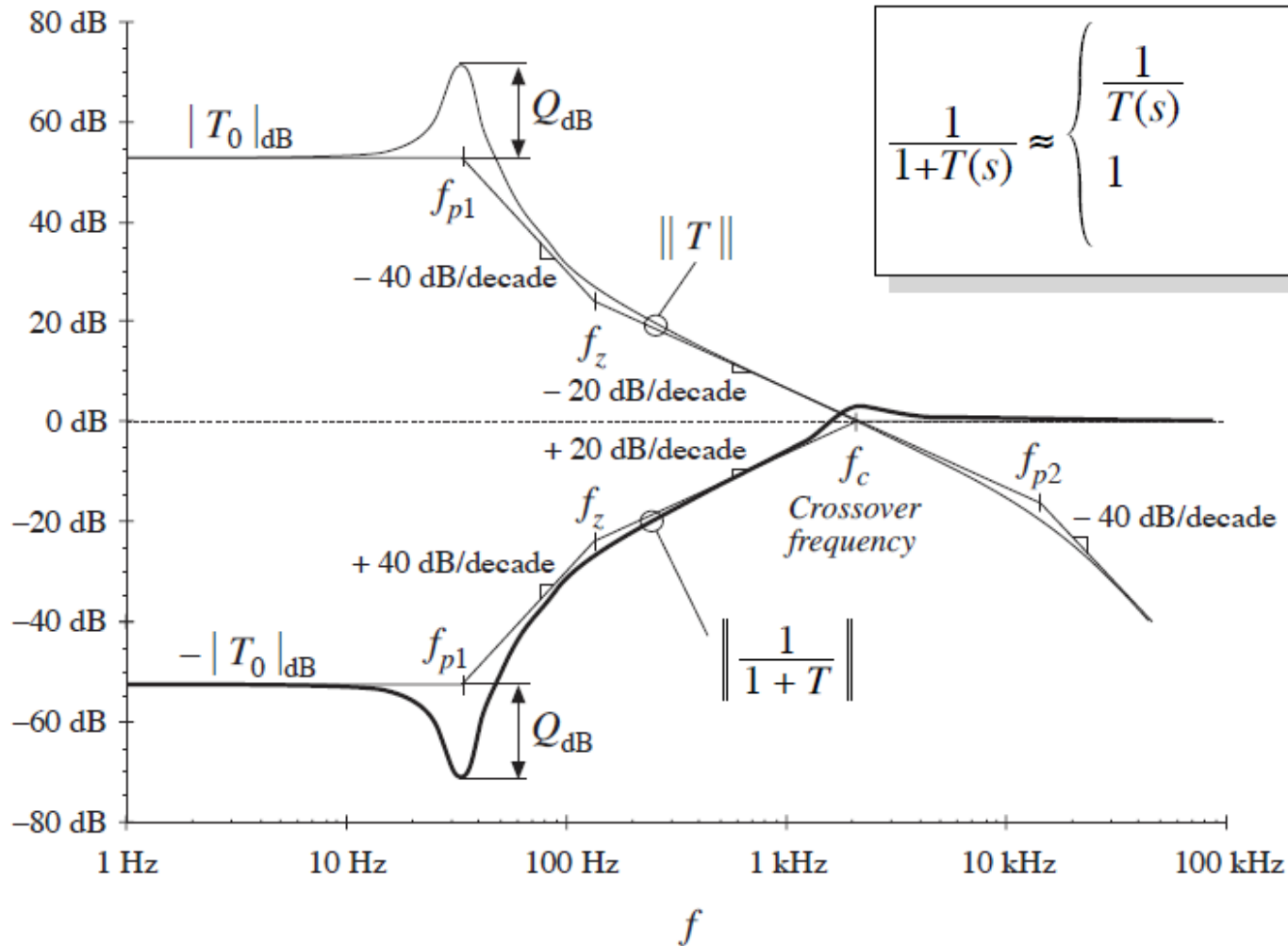
Esse é o comportamento desejado, **pois a saída segue a referência com o ganho $1/H(s)$** . O laço de realimentação trabalha bem a frequências na qual a magnitude de $T(s)$ tem valores altos.

Para frequências superiores à frequência de cruzamento, $\|T\| < 1$. A quantidade $T/(1+T)$ tem magnitude igual a aproximadamente T , então:

$$\frac{\hat{v}(s)}{\hat{v}_{ref}(s)} = \frac{1}{H(s)} \frac{T(s)}{1 + T(s)} \approx \frac{T(s)}{H(s)} = \frac{G_c(s)G_{vd}(s)}{V_M}$$

A frequências onde $\|T\| < 1$, a realimentação não tem praticamente efeito algum na função de transferência $v(s)/v_{ref}(s)$.

Bode de $1/(1+T(s))$



A Realimentação Rejeita os Distúrbios

✓ Para frequências inferiores à frequência de cruzamento:

$$f < f_c \quad \text{e} \quad \|T\| > 1$$

$$\frac{1}{1+T(s)} \approx \begin{cases} \frac{1}{T(s)} & \text{for } \|T\| \gg 1 \\ 1 & \text{for } \|T\| \ll 1 \end{cases}$$

Logo: $1/(1+T) \approx 1/T$

Portanto, os distúrbios são reduzidos em magnitude por $1/\|T\|$.

✓ Acima da frequência de cruzamento

$$f > f_c \quad \text{e} \quad \|T\| < 1$$

Logo: $1/(1+T) \approx 1$

Portanto, o laço de realimentação praticamente não tem efeito nos distúrbios.

Terminologia: malha aberta vs malha fechada

- ✓ Funções de transferências originais, antes da realimentação: (*funções de transferência em malha aberta*)

$$G_{vd}(s) \quad G_{vg}(s) \quad Z_{out}(s)$$

- ✓ Após a introdução da realimentação, estas funções de transferência serão: (*funções de transferência em malha fechada*)

$$\frac{1}{H(s)} \quad \frac{T(s)}{1 + T(s)} \quad \frac{G_{vg}(s)}{1 + T(s)} \quad \frac{Z_{out}(s)}{1 + T(s)}$$

- ✓ Sendo $T(s)$ o ganho do laço.

$$T(s) = H(s) G_c(s) G_{vd}(s) / V_M = \text{"loop gain"}$$

Determinação de Estabilidade a Partir de $T(s)$

Caso especial do teorema de estabilidade de Nyquist: margem de fase.

- ✓ Permite determinar a estabilidade do sistema em malha fechada a partir da **magnitude e fase de $T(s)$** . (isto é se $1/(1+T(s))$ contém polos no semiplano direito do plano s)
- ✓ Permite ter uma ideia muito clara de como deve ser a resposta em frequência de $T(s)$, para obter um bom desempenho com funções de transferência que contêm os termos $1/(1+T(s))$.

Margem de Fase

- ✓ Considere $T(s)$ e verifique se $1/(1+T(s))$ contém polos no semiplano direito.
- ✓ A frequência de cruzamento f_c é definido como a frequência na qual

$$\| T(j2\pi f_c) \| = 1 \Rightarrow 0\text{dB}$$

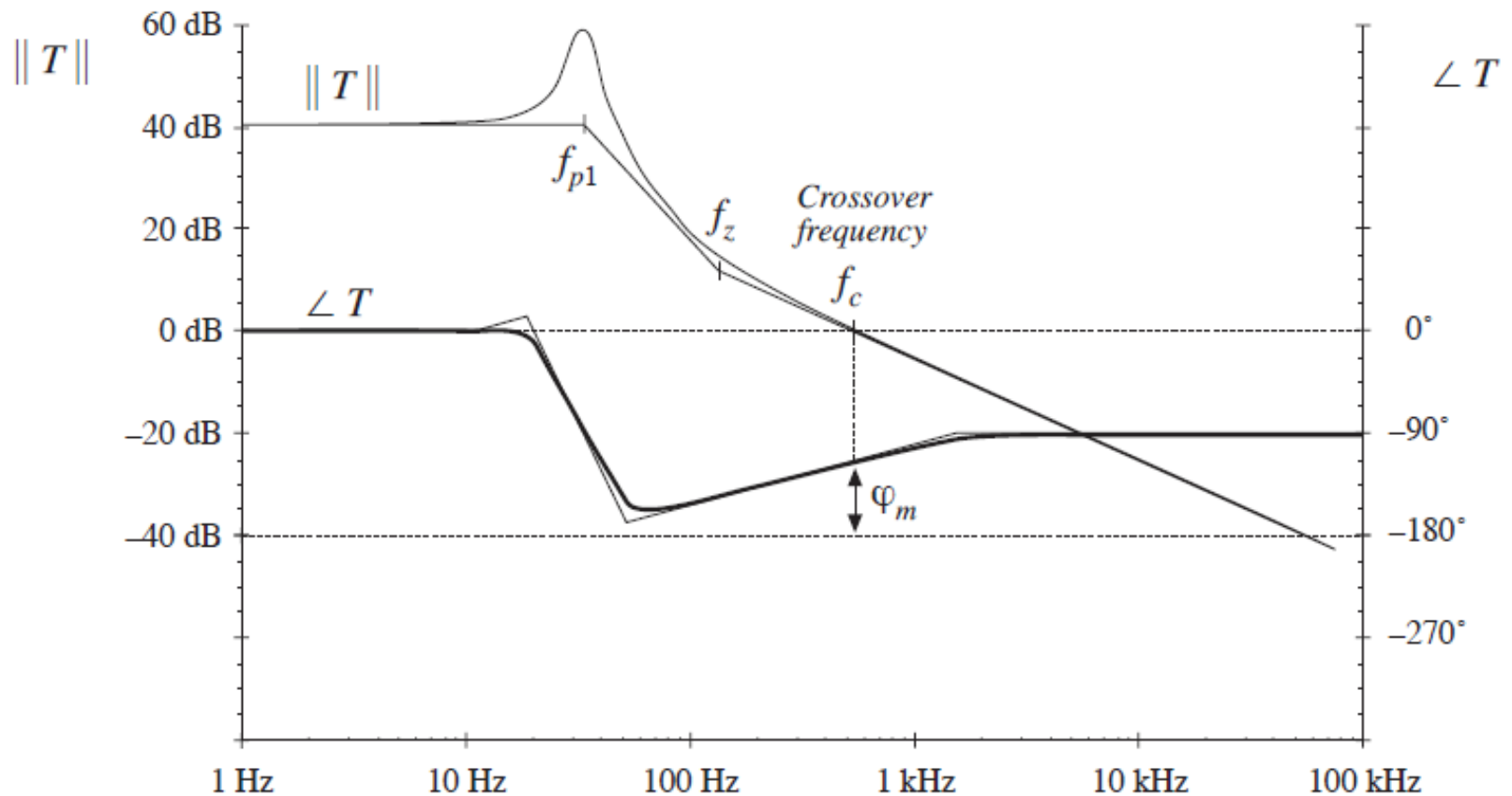
- ✓ A margem de fase φ_m é determinada da fase de $T(s)$ na frequência f_c , como segue:

$$\varphi_m = 180^\circ + \angle T(j2\pi f_c)$$

- ✓ Se há unicamente uma frequência de cruzamento, e se $T(s)$ não contém polos no semiplano direito, então:

As funções $T(s)/(1+T(s))$ e $1/(1+T(s))$ não contêm polos no semiplano direito se a margem de fase φ_m de $T(s)$ é positiva.

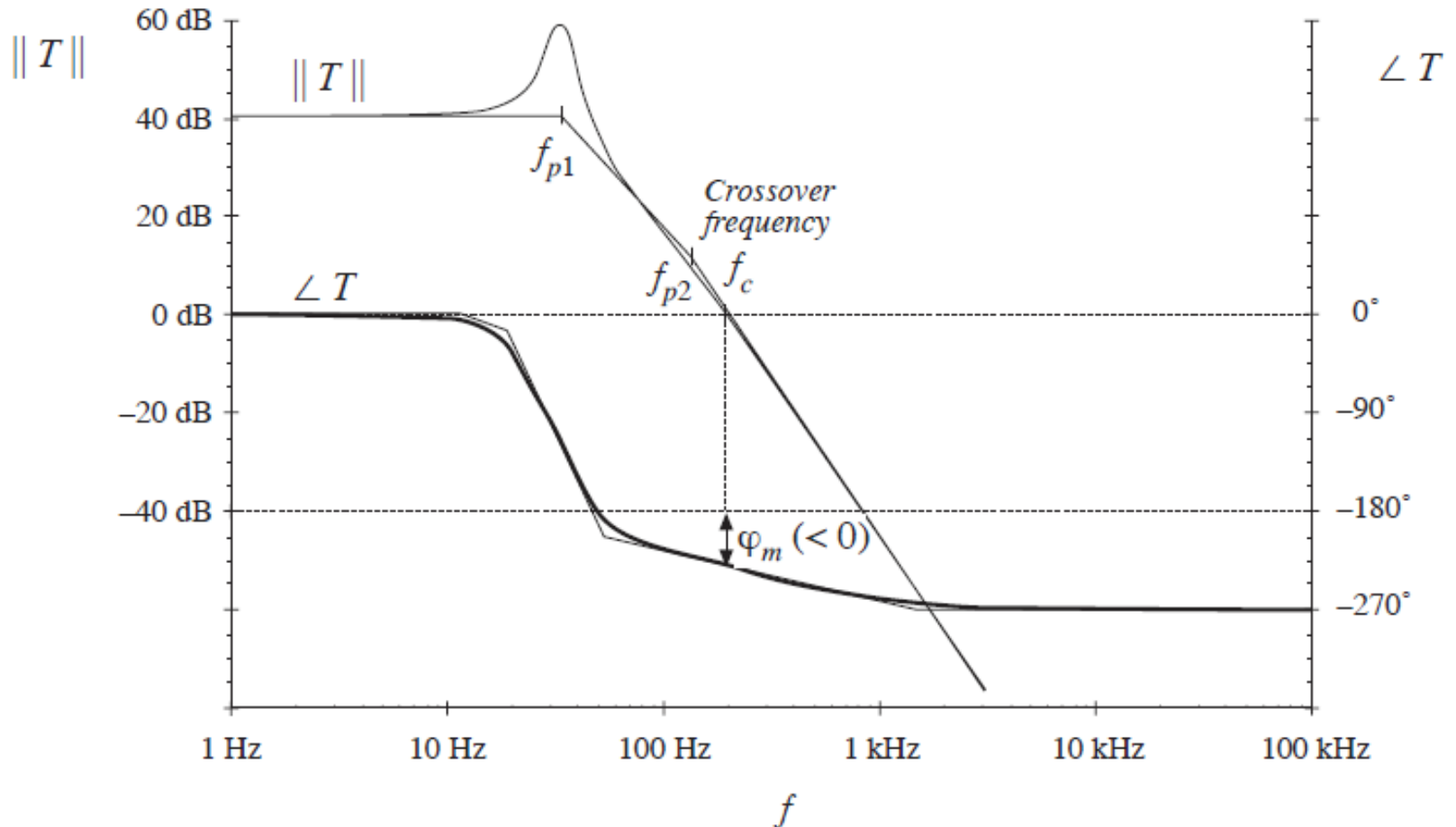
Exemplo: $1/(1+T(s))$ e $T(s)/(1+T(s))$ (Estável)



$$\angle T(j2\pi f_c) = -112^\circ$$

$$\varphi_m = 180^\circ - 112^\circ = +68^\circ$$

Exemplo: $1/(1+T(s))$ e $T(s)/(1+T(s))$ (Instável)



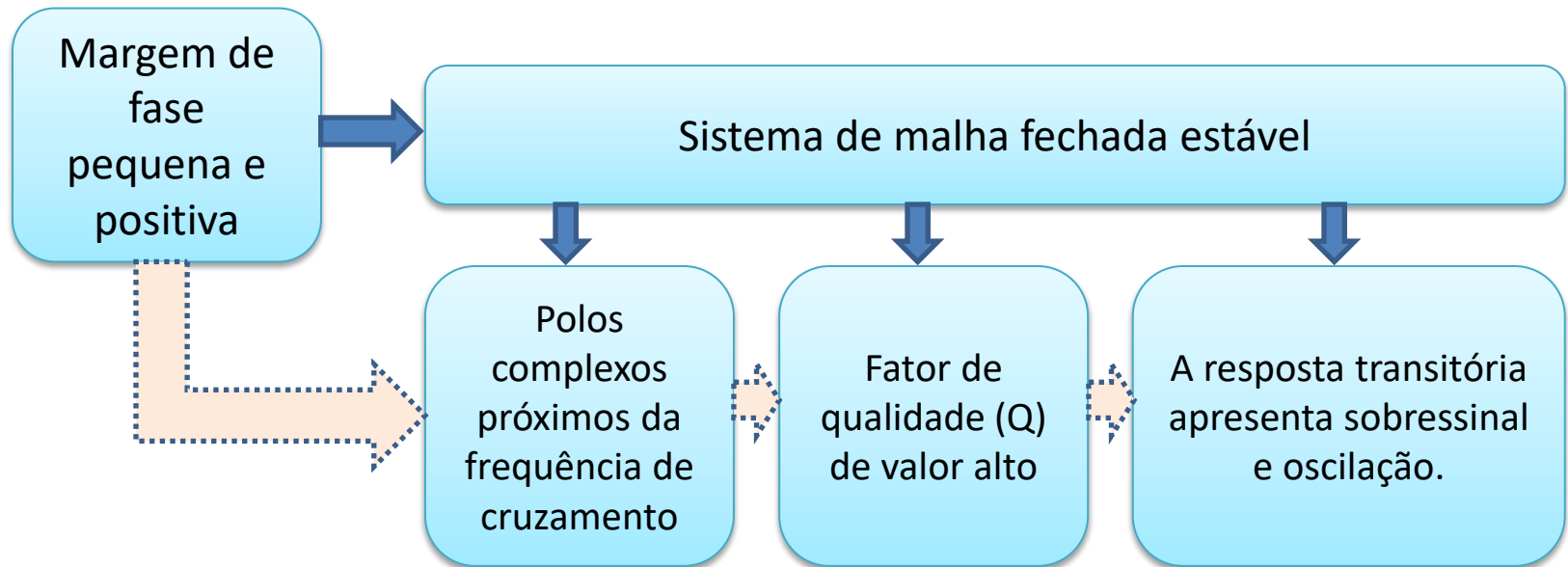
$$\angle T(j2\pi f_c) = -230^\circ$$

$$\varphi_m = 180^\circ - 230^\circ = -50^\circ$$

Relação entre φ_m e Q

Relação entre a **margem de fase** e o **fator de qualidade**

Quanto de margem de fase é necessária?

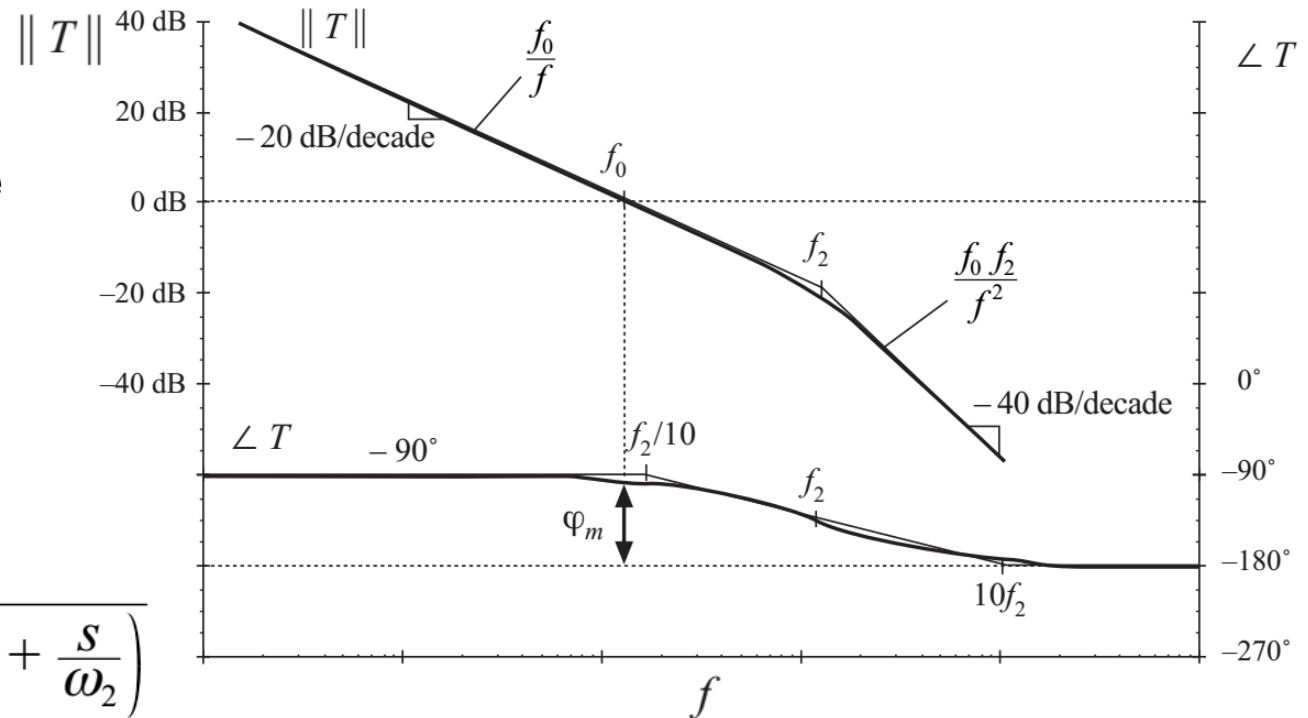


- Aumentar a margem de fase **diminui** o fator Q.
- Obter polos reais (resposta transitória **sem sobressinal nem oscilações**) requer uma **margem de fase de valor elevado**.

Exemplo: Um sistema de segunda ordem

considere o caso na qual $T(s)$ pode ser aproximado na vizinhança da frequência de cruzamento como:

$$T(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_2}\right)}$$



Exemplo: Resposta em Malha Fechada

If

$$T(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_2}\right)}$$

Then

$$\frac{T(s)}{1 + T(s)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{T(s)}} = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_0} + \frac{s^2}{\omega_0\omega_2}}$$

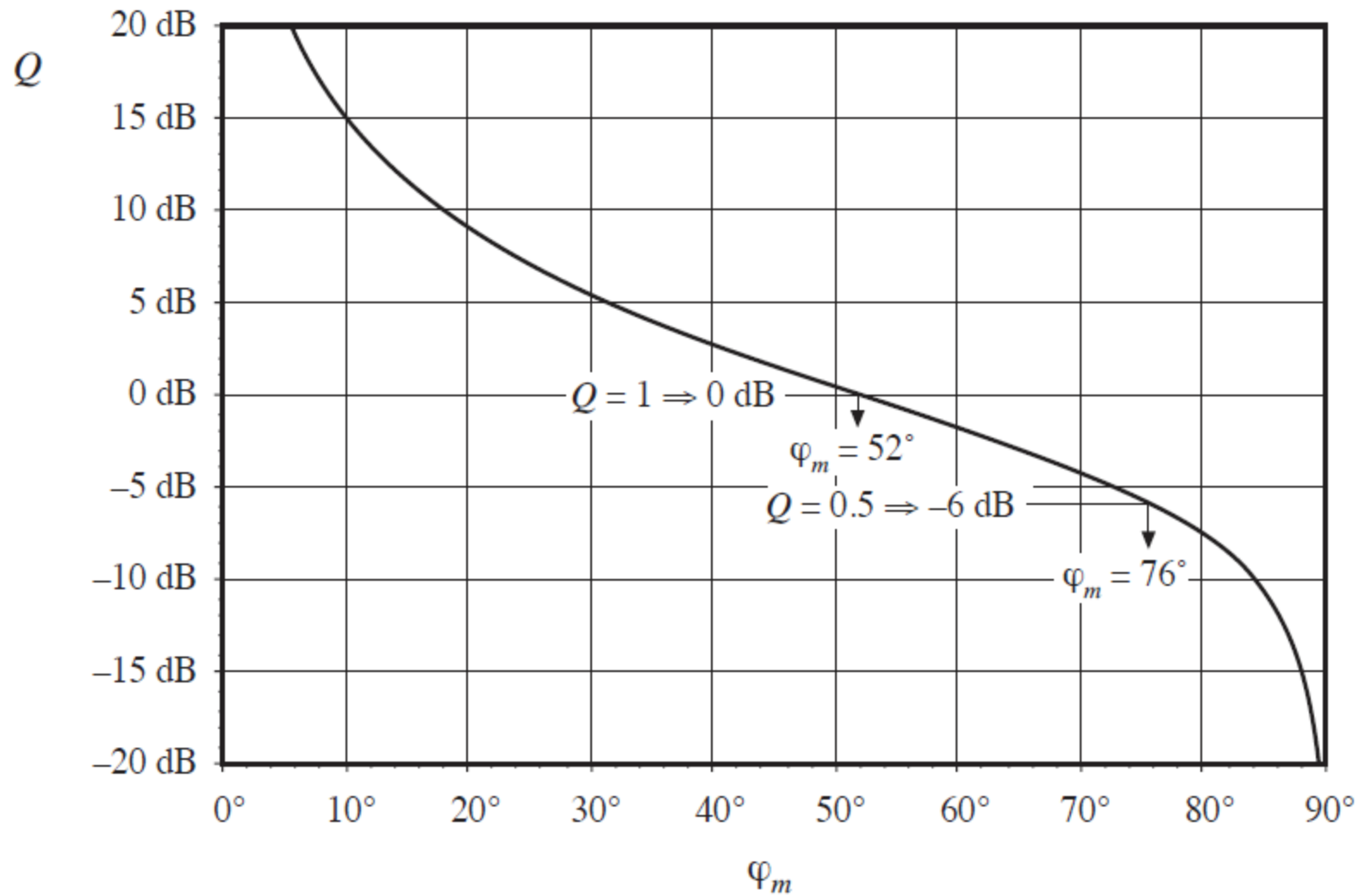
or,

$$\frac{T(s)}{1 + T(s)} = \frac{1}{1 + \frac{s}{Q\omega_c} + \left(\frac{s}{\omega_c}\right)^2}$$

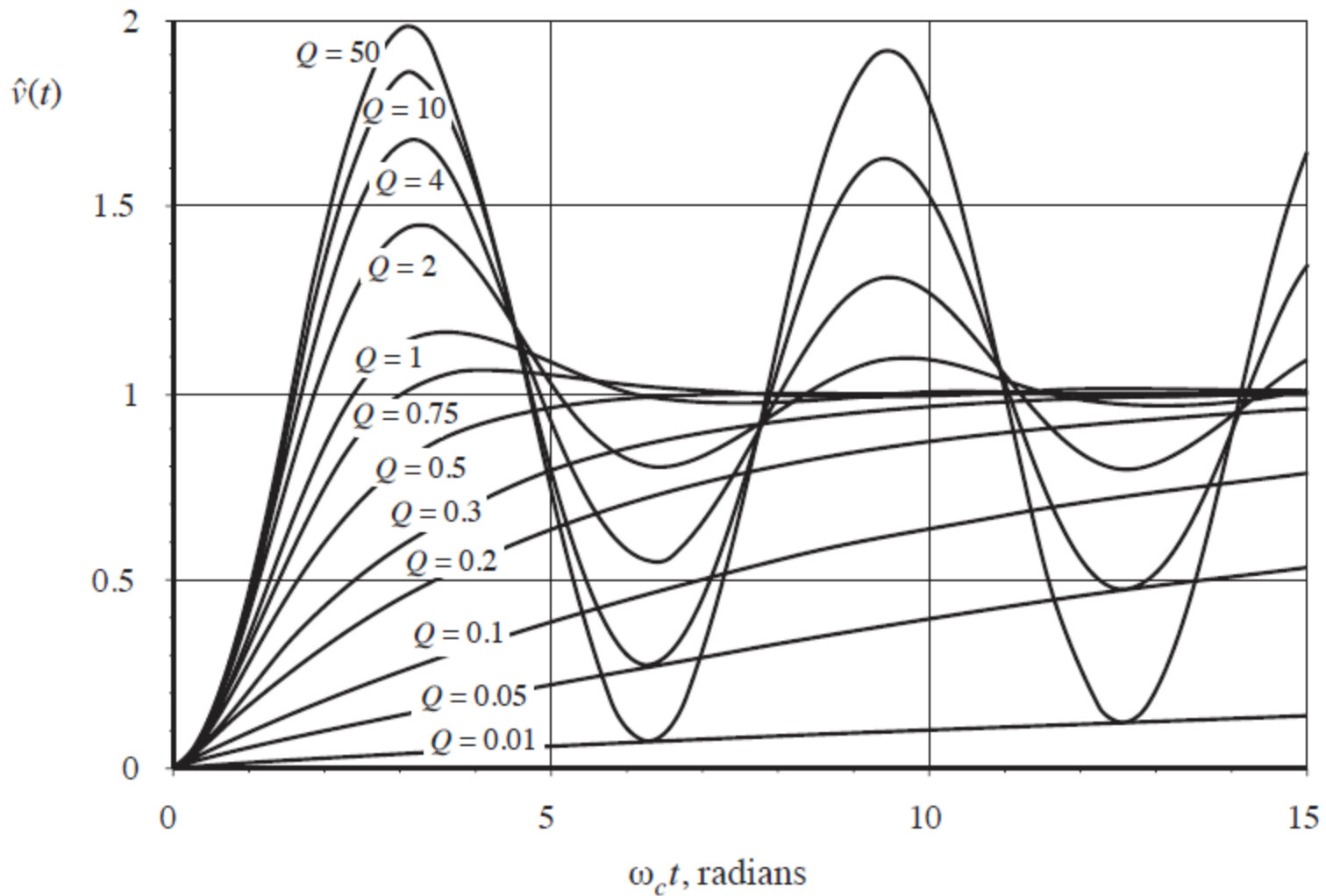
where

$$\omega_c = \sqrt{\omega_0\omega_2} = 2\pi f_c \qquad Q = \frac{\omega_0}{\omega_c} = \sqrt{\frac{\omega_0}{\omega_2}}$$

Relação entre φ_m e Q

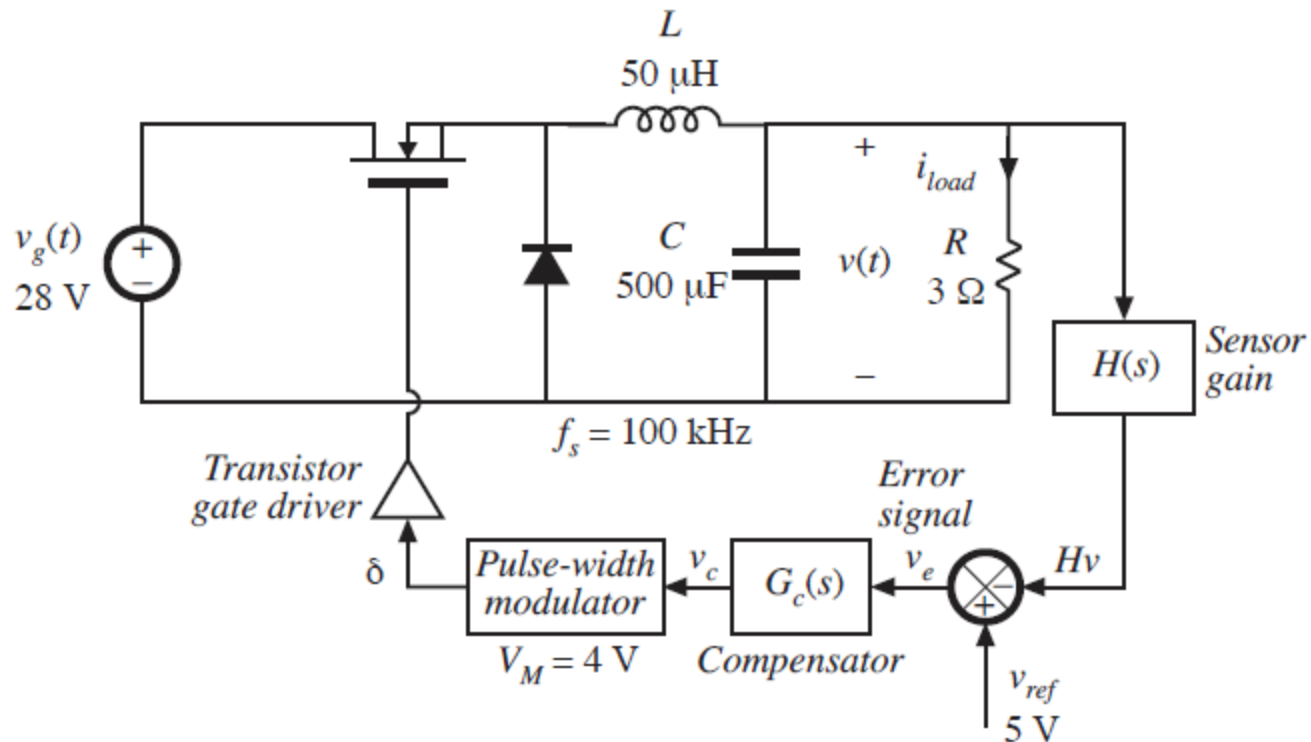


Resposta Transitória em Função de Q



Exemplo de projeto

Conversor Buck



Ponto de Operação

Conversor Buck

Input voltage

$$V_g = 28\text{V}$$

Output

$$V = 15\text{V}, I_{load} = 5\text{A}, R = 3\Omega$$

Quiescent duty cycle

$$D = 15/28 = 0.536$$

Reference voltage

$$V_{ref} = 5\text{V}$$

Quiescent value of control voltage

$$V_c = DV_M = 2.14\text{V}$$

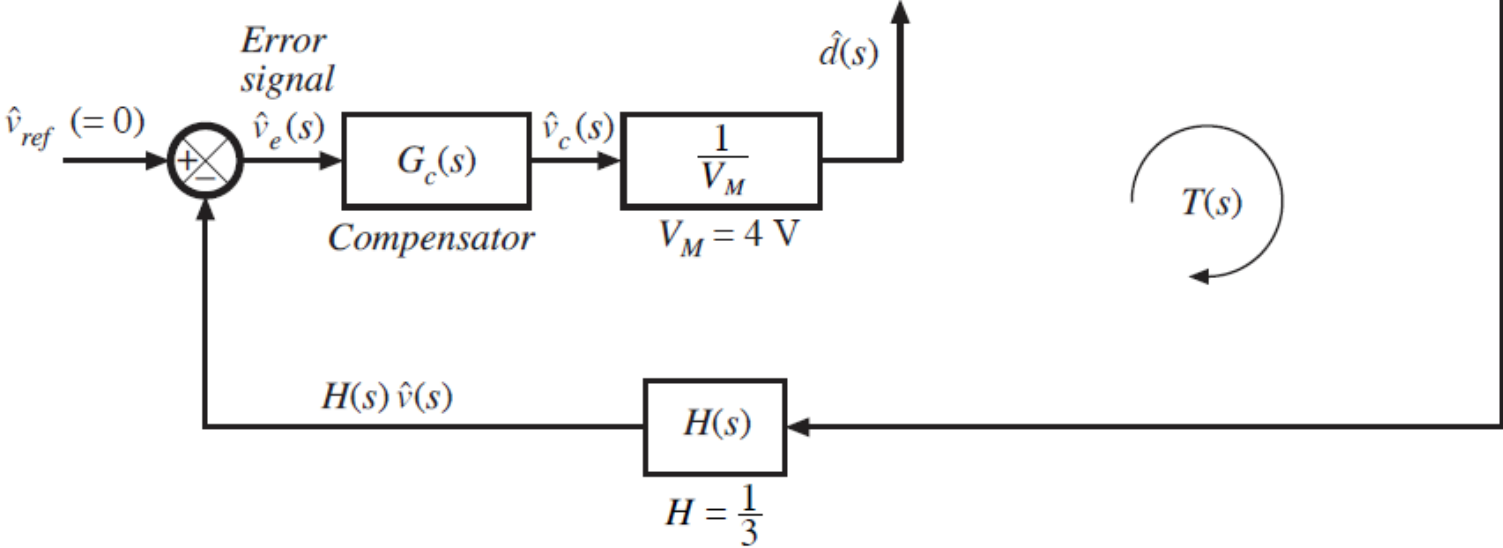
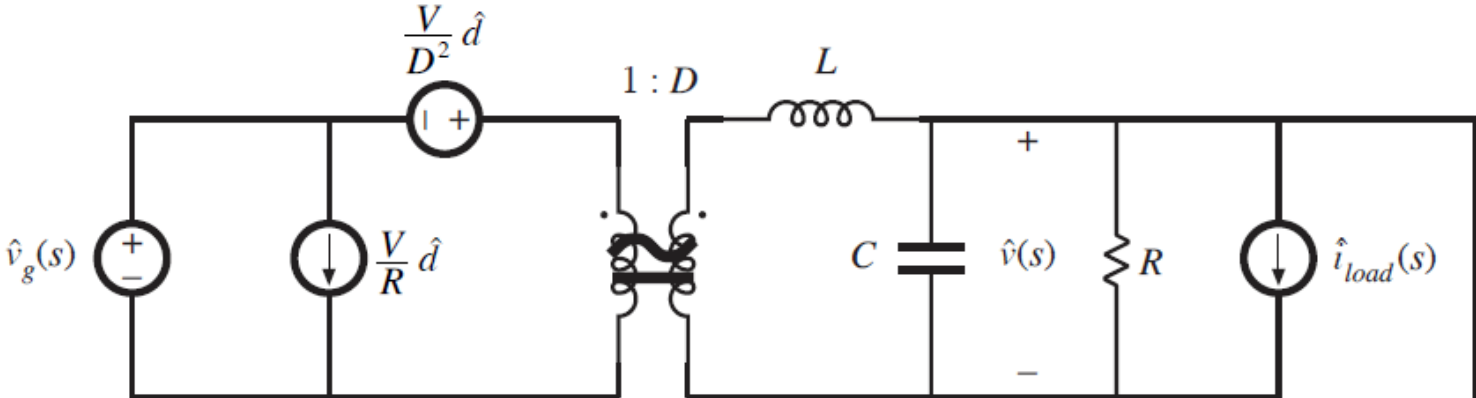
Gain $H(s)$

$$H = V_{ref}/V = 5/15 = 1/3$$

$$V_M = 4$$

$$f_s = 100\text{ kHz}$$

Modelo de Pequenos Sinais



Função de Transferência de $G_{vd}(s)$

$$G_{vd}(s) = \frac{V}{D} \frac{1}{1 + s\frac{L}{R} + s^2LC}$$

Forma padronizada

$$G_{vd}(s) = G_{d0} \frac{1}{1 + \frac{s}{Q_0\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

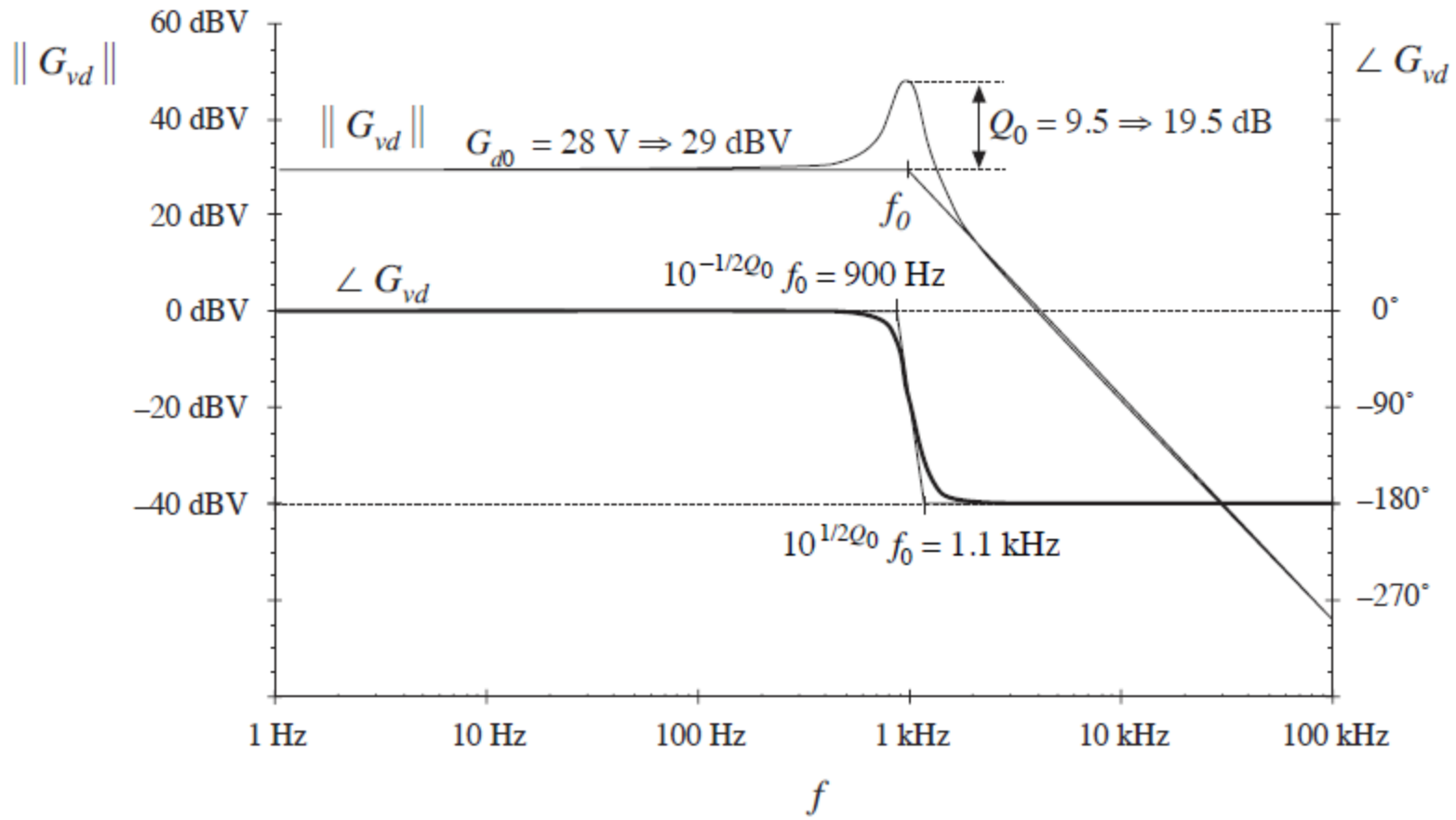
Para o conversor Buck, tem-se:

$$G_{d0} = \frac{V}{D} = 28V$$

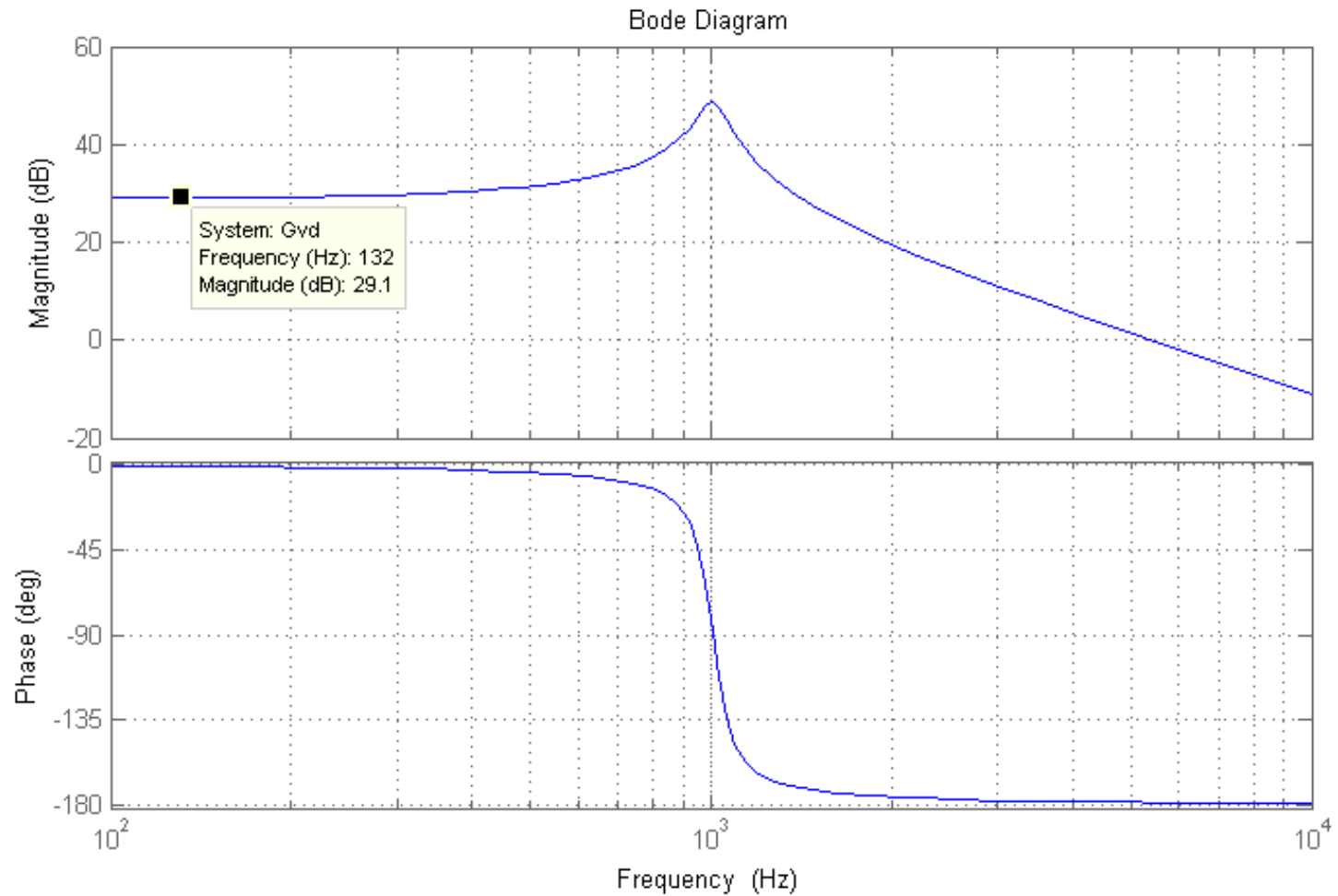
$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1\text{kHz}$$

$$Q_0 = R \sqrt{\frac{C}{L}} = 9.5 \Rightarrow 19.5\text{dB}$$

Resposta em Frequência de $G_{vd}(s)$



Resposta em Frequência de Gvd(s)



Função de Transferência de $G_{vg}(s)$

$$G_{vg}(s) = D \frac{1}{1 + s\frac{L}{R} + s^2LC}$$

Forma padronizada

$$G_{vg}(s) = G_{g0} \frac{1}{1 + \frac{s}{Q_0\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

Impedância de saída

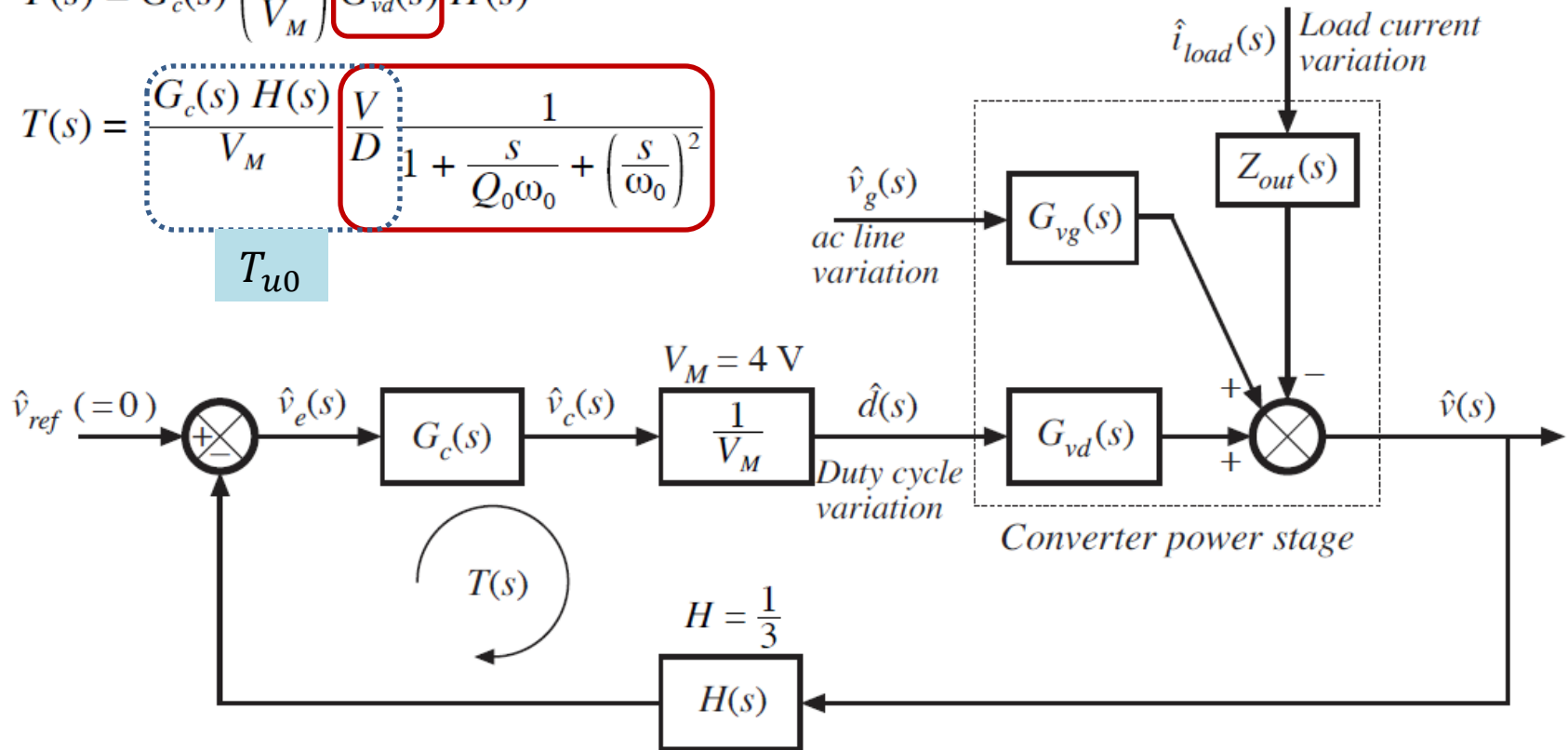
$$Z_{out}(s) = R \parallel \frac{1}{sC} \parallel sL = \frac{sL}{1 + s\frac{L}{R} + s^2LC}$$

Diagrama de Blocos do Sistema

$$T(s) = G_c(s) \left(\frac{1}{V_M} \right) G_{vd}(s) H(s)$$

$$T(s) = \frac{G_c(s) H(s)}{V_M} \frac{V}{D} \frac{1}{1 + \frac{s}{Q_0 \omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0} \right)^2}$$

T_{u0}



Laço $T_u(s)$ sem Compensador { $G_c(s)=1$ }

Com $G_c(s) = 1$, o ganho do laço é

$$T_u(s) = T_{u0} \frac{1}{1 + \frac{s}{Q_0\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

$$T_{u0} = \frac{H V}{D V_M} = 2.33 \Rightarrow 7.4\text{dB}$$

Para:

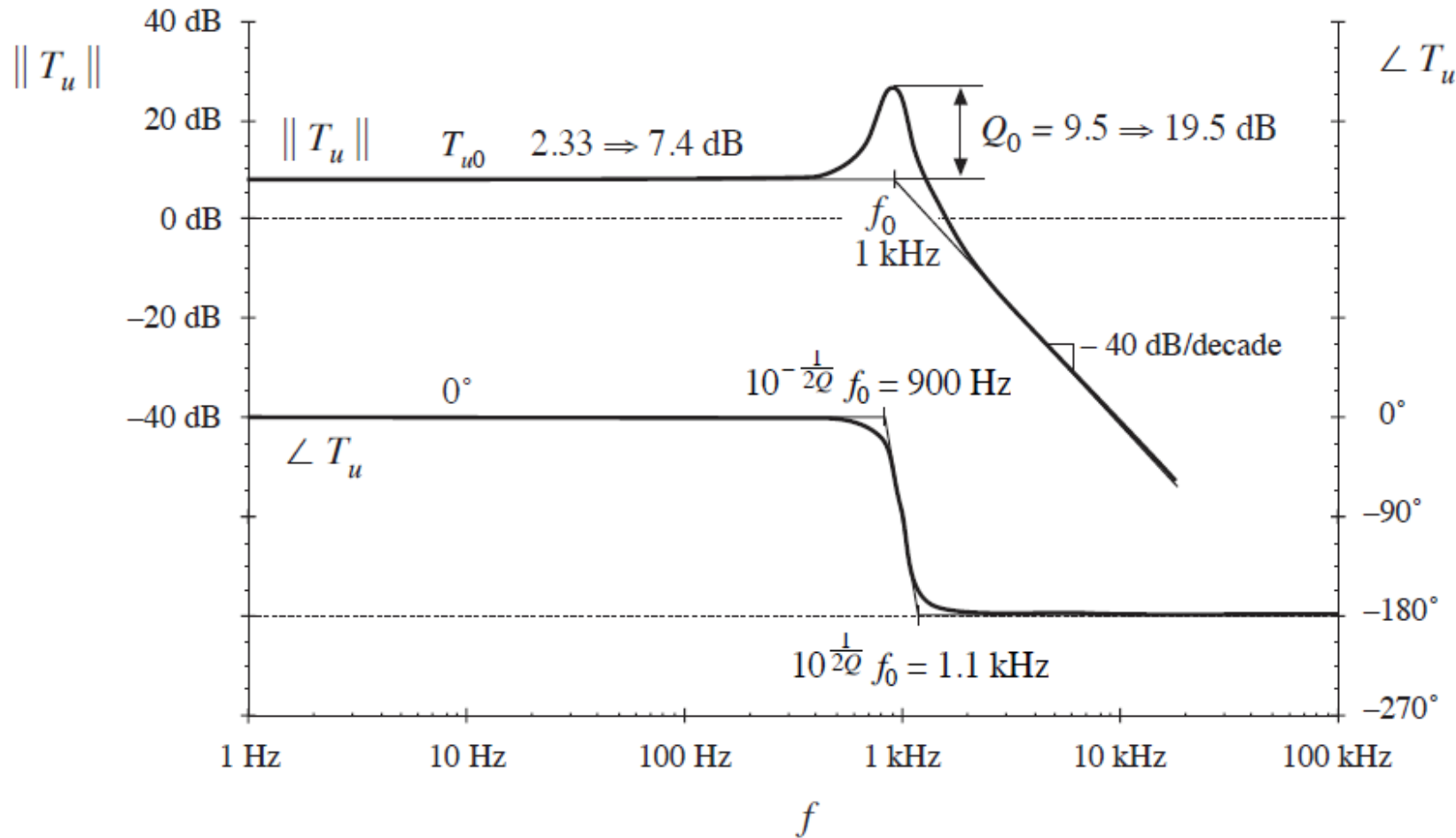
$$H = 1/3;$$

$$V = 15;$$

$$D = 0.536;$$

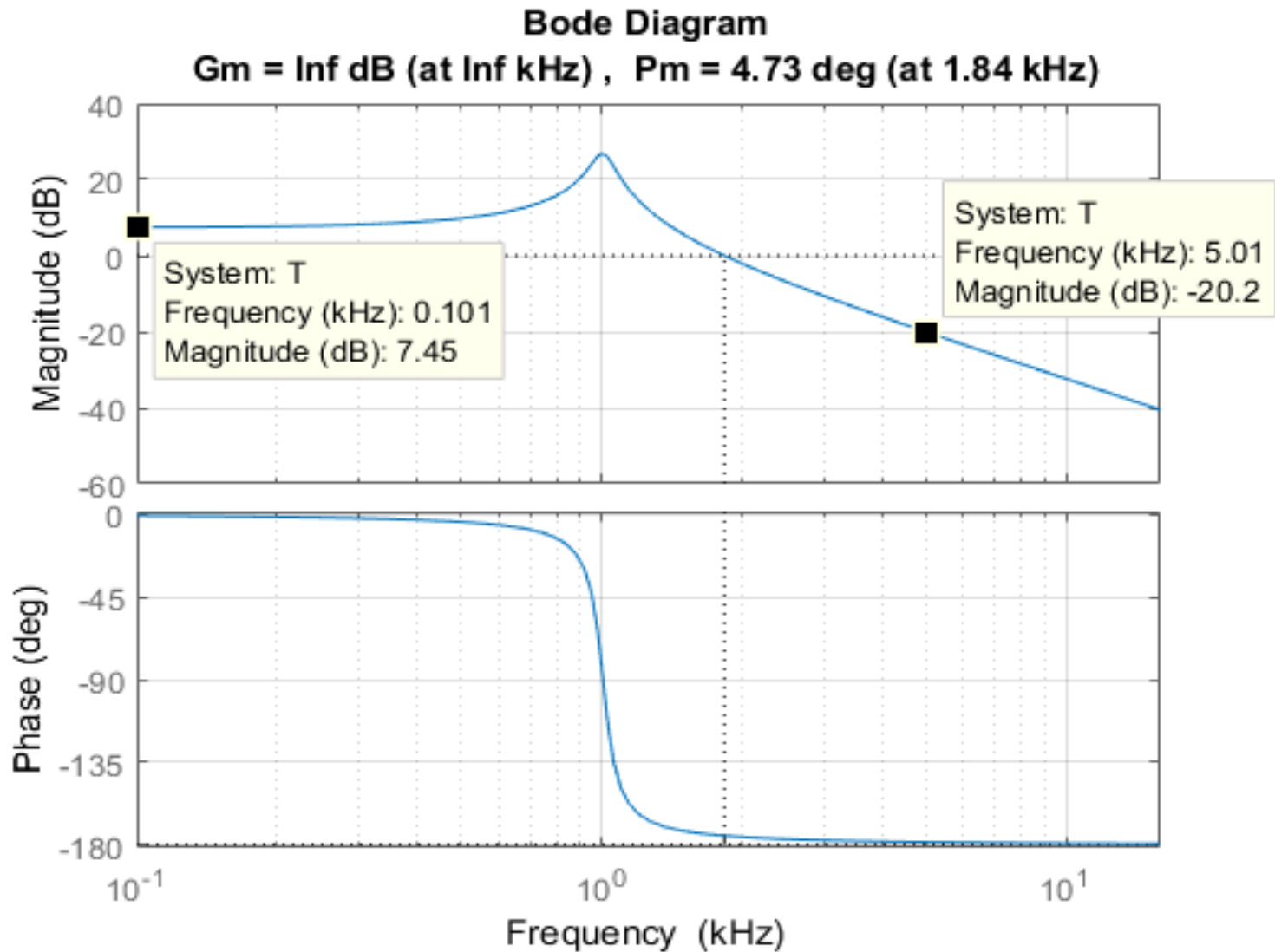
$$V_M = 4;$$

Resposta em Frequência de $T_u(s)$



$$f_c = 1.8 \text{ kHz}, \varphi_m = 5^\circ$$

Resposta em Frequência de $T_u(s)$



Projeto do Compensador de Avanço de Fase

- ✓ Obter uma frequência de cruzamento de 5kHz, com uma margem de fase de 52° .

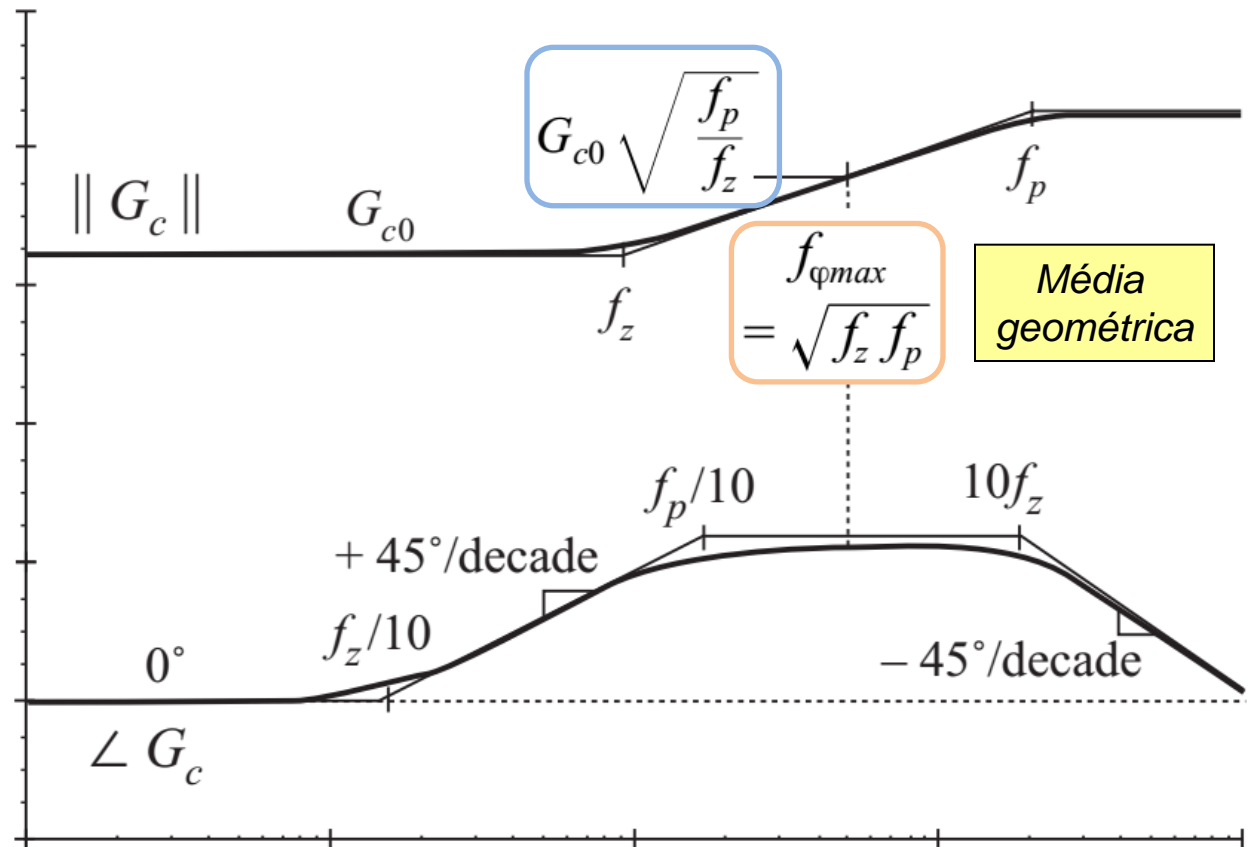
“Quanto maior esta frequência, melhor a resposta dinâmica do sistema. No entanto, para evitar os efeitos do chaveamento sobre o sinal de controle, tal frequência deve ser inferior a 1/5 da frequência de operação da fonte” J. Pomilio.

- ✓ $Tu(s)$ tem uma fase de aproximadamente -180° para 5kHz, então será necessário projetar um compensador de avanço de fase (*Lead Compensator - PD*) para uma margem de fase de 52° em 5kHz.
- ✓ $Tu(s)$ tem uma magnitude de -20.6 dB em 5kHz.
- ✓ O compensador PD deve ter uma magnitude de +20.6 dB de forma a garantir um ganho de 0 dB na frequência de cruzamento ($f_c = 5\text{kHz}$).

Compensador de Avanço de Fase (PD)

$$G_c(s) = G_{c0} \frac{\left(1 + \frac{s}{\omega_z}\right)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_p}\right)}$$

Improves phase margin



Máximo Avanço de Fase

$$G_c(s) = G_{c0} \frac{\left(1 + \frac{s}{\omega_z}\right)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_p}\right)} \quad \longrightarrow \quad G_c(j\omega) = G_{c0} \frac{\left(1 + \frac{j\omega}{\omega_z}\right)\left(1 - \frac{j\omega}{\omega_p}\right)}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2}$$

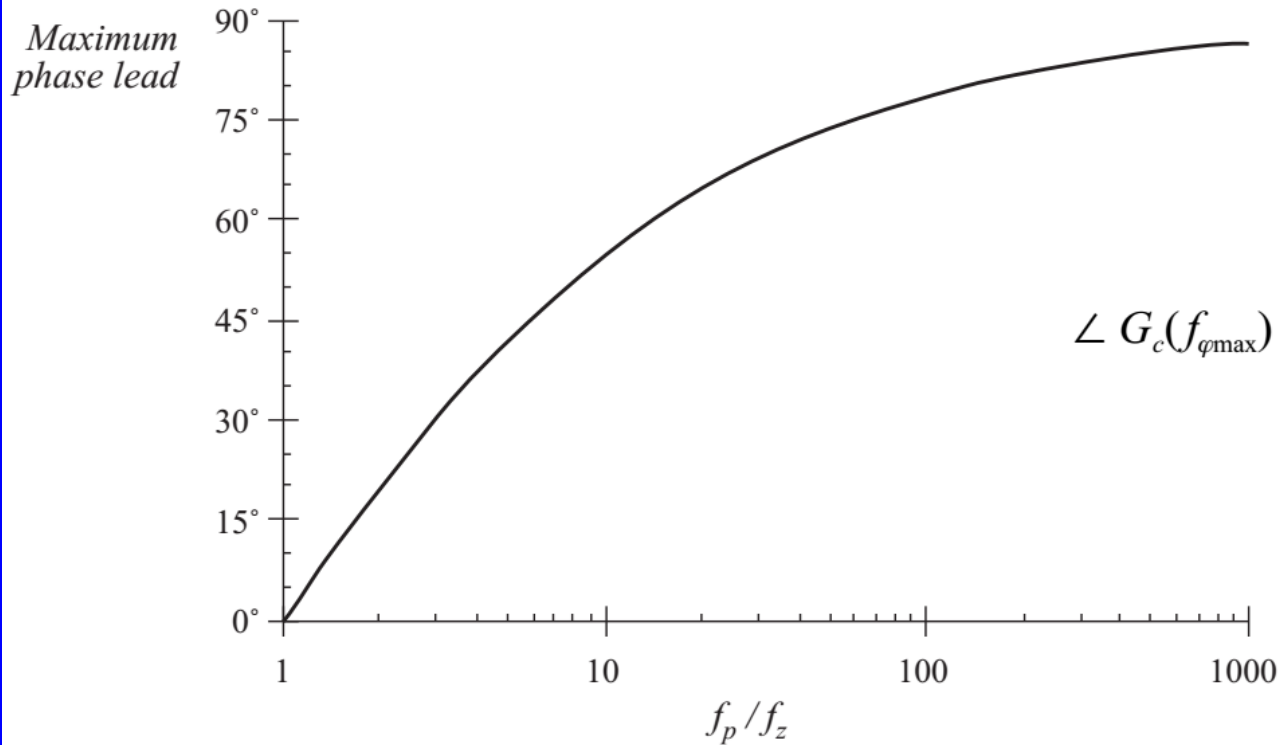
$$G_c(j\omega) = G_{c0} \frac{\left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_p \omega_z}\right) + j\left(\frac{\omega}{\omega_z} - \frac{\omega}{\omega_p}\right)}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2}$$

$$\angle G_c(j\omega) = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{\omega \omega_p - \omega \omega_z}{\omega_z \omega_p}}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_z \omega_p}} \right)$$

Considerando que $f_{\varphi_{\max}} = \sqrt{f_z f_p}$, tem-se:

$$\angle G_c(j2\pi f_{\varphi_{\max}}) = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{\sqrt{f_z f_p} f_p - \sqrt{f_z f_p} f_z}{f_z f_p}}{1 + \frac{(\sqrt{f_z f_p})^2}{f_z f_p}} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{\frac{f_p}{f_z}} - \sqrt{\frac{f_z}{f_p}}}{2} \right)$$

Máximo Avanço de Fase



$$f_{\varphi_{\max}} = \sqrt{f_z f_p}$$

$$\angle G_c(f_{\varphi_{\max}}) = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{\frac{f_p}{f_z}} - \sqrt{\frac{f_z}{f_p}}}{2} \right)$$

$$\frac{f_p}{f_z} = \frac{1 + \sin(\theta)}{1 - \sin(\theta)}$$

Projeto do Compensador de Avanço de Fase

- ✓ As frequências dos pólos e zeros devem ser escolhidos de acordo com: (considerando que $f_c = f_{\varphi max} = \sqrt{f_z f_p}$)

$$f_z = f_c \sqrt{\frac{1 - \sin(\theta)}{1 + \sin(\theta)}}$$

$$f_p = f_c \sqrt{\frac{1 + \sin(\theta)}{1 - \sin(\theta)}}$$

- ✓ Se a magnitude desejada do compensador na frequência de cruzamento é UM (0dB), então G_{c0} deve ser escolhido de acordo com:

$$G_{c0} = \sqrt{\frac{f_z}{f_p}}$$

Projeto do Compensador de Avanço de Fase

- ✓ As frequências do polo e do zero são:

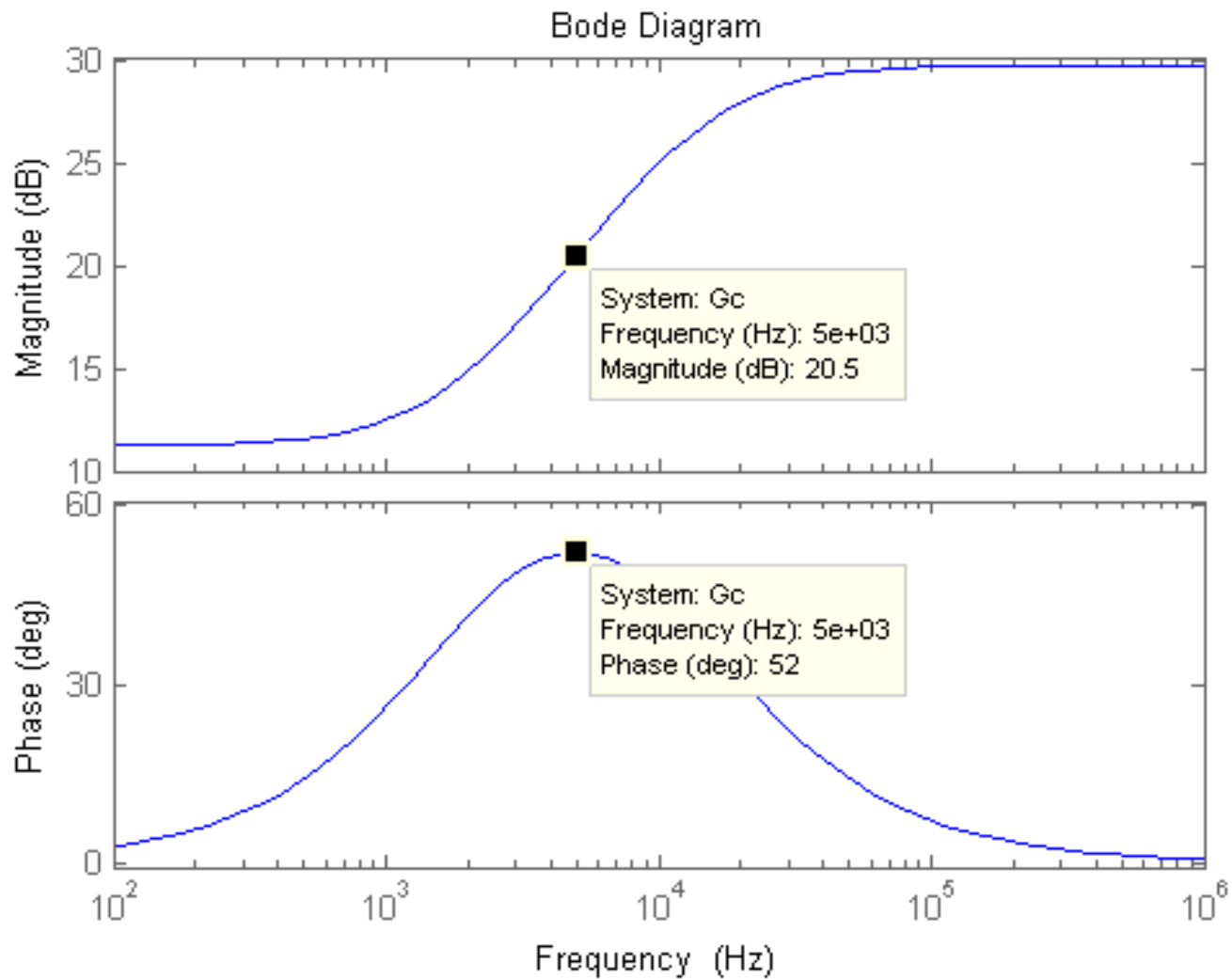
$$f_z = (5\text{kHz}) \sqrt{\frac{1 - \sin(52^\circ)}{1 + \sin(52^\circ)}} = 1.7\text{kHz}$$

$$f_p = (5\text{kHz}) \sqrt{\frac{1 + \sin(52^\circ)}{1 - \sin(52^\circ)}} = 14.5\text{kHz}$$

- ✓ O ganho CC do compensador deverá ser:

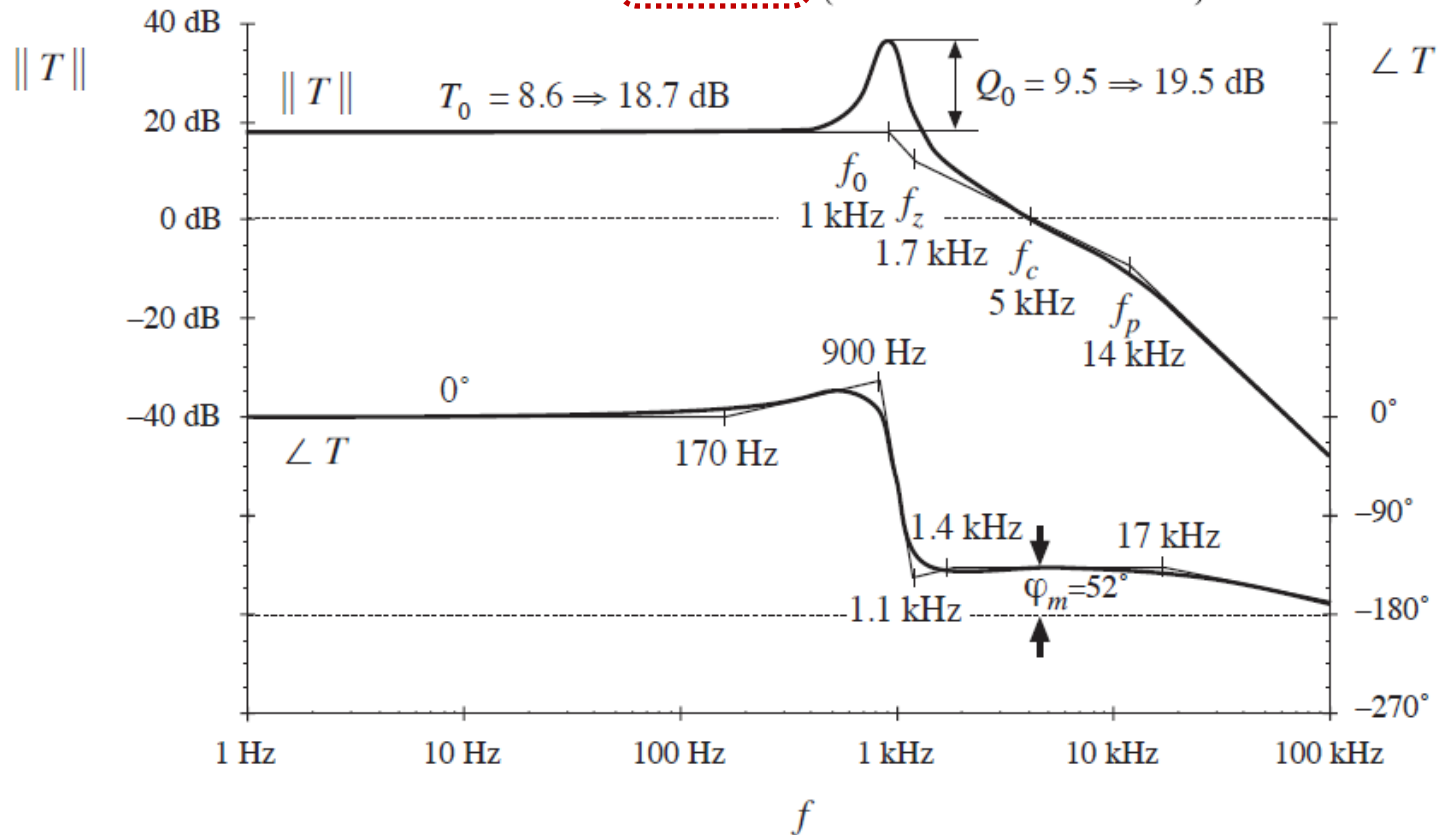
$$G_{c0} = \left(\frac{f_c}{f_0}\right)^2 \frac{1}{T_{u0}} \sqrt{\frac{f_z}{f_p}} = 3.7 \Rightarrow 11.3\text{dB}$$

Diagrama de Bode do Compensador PD

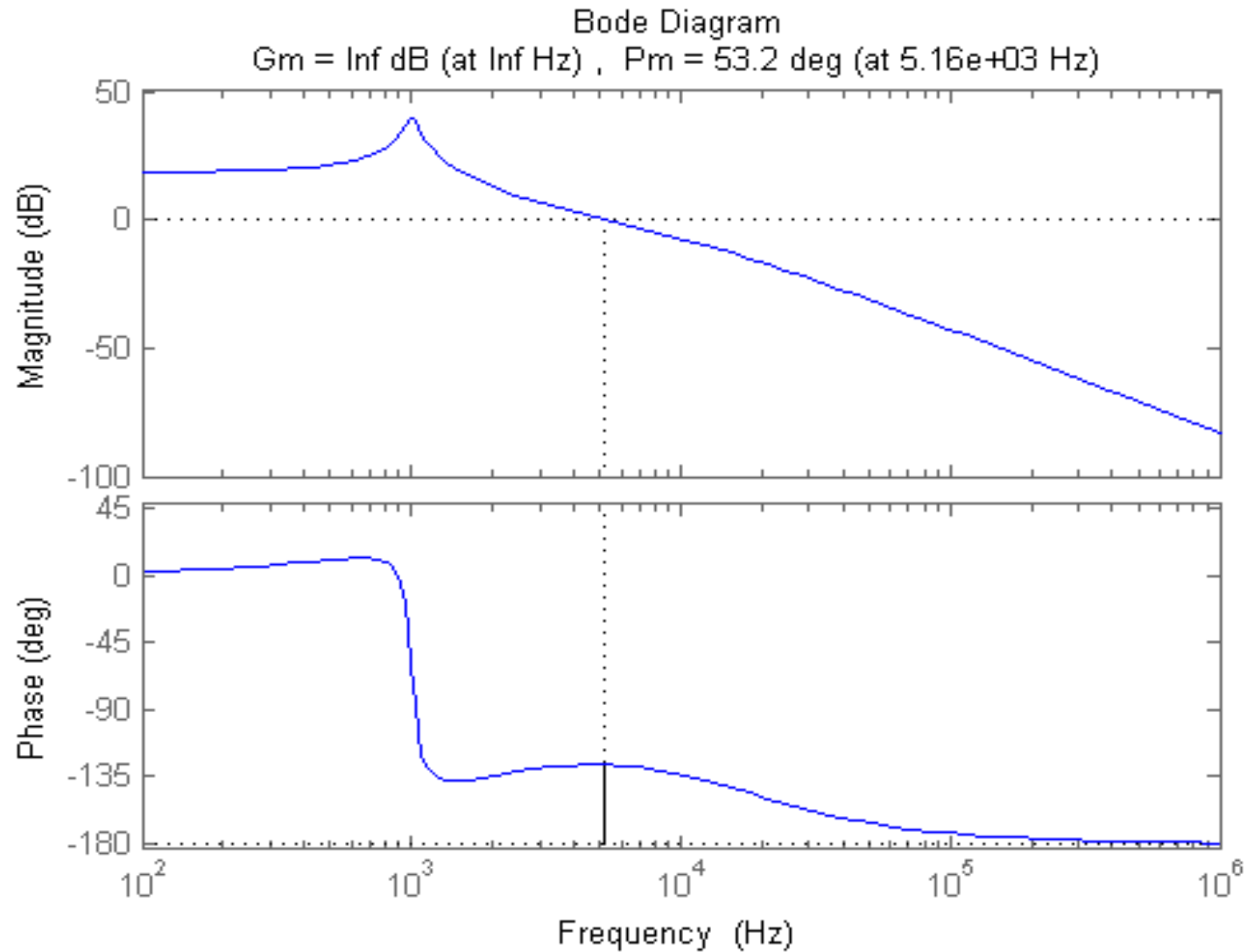


Laço $T_u(s)$ com o Compensador PD

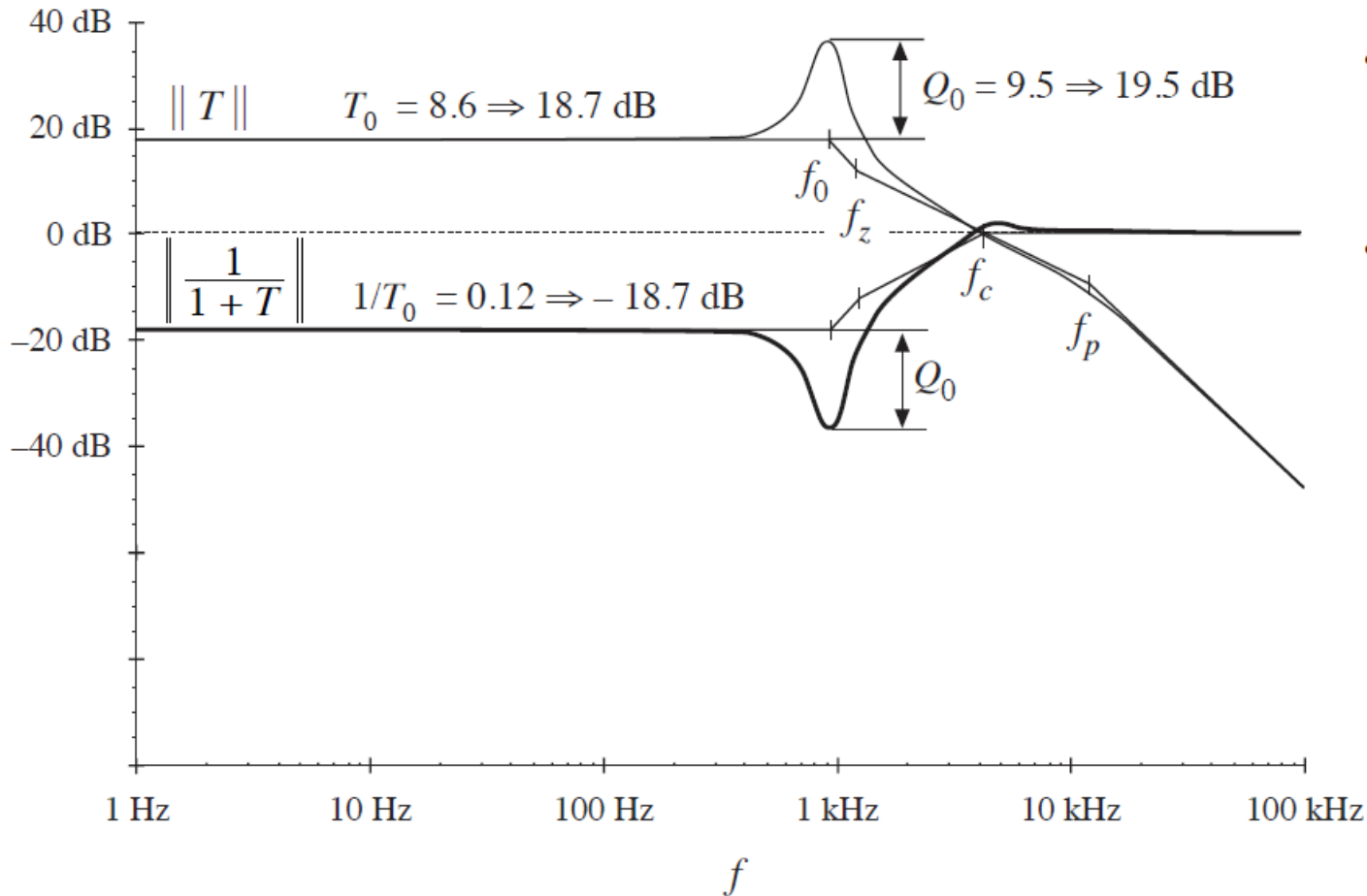
$$T(s) = T_{u0} G_{c0} \frac{\left(1 + \frac{s}{\omega_z}\right)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_p}\right) \left(1 + \frac{s}{Q_0 \omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2\right)}$$



Laço $T_u(s)$ com Compensador PD

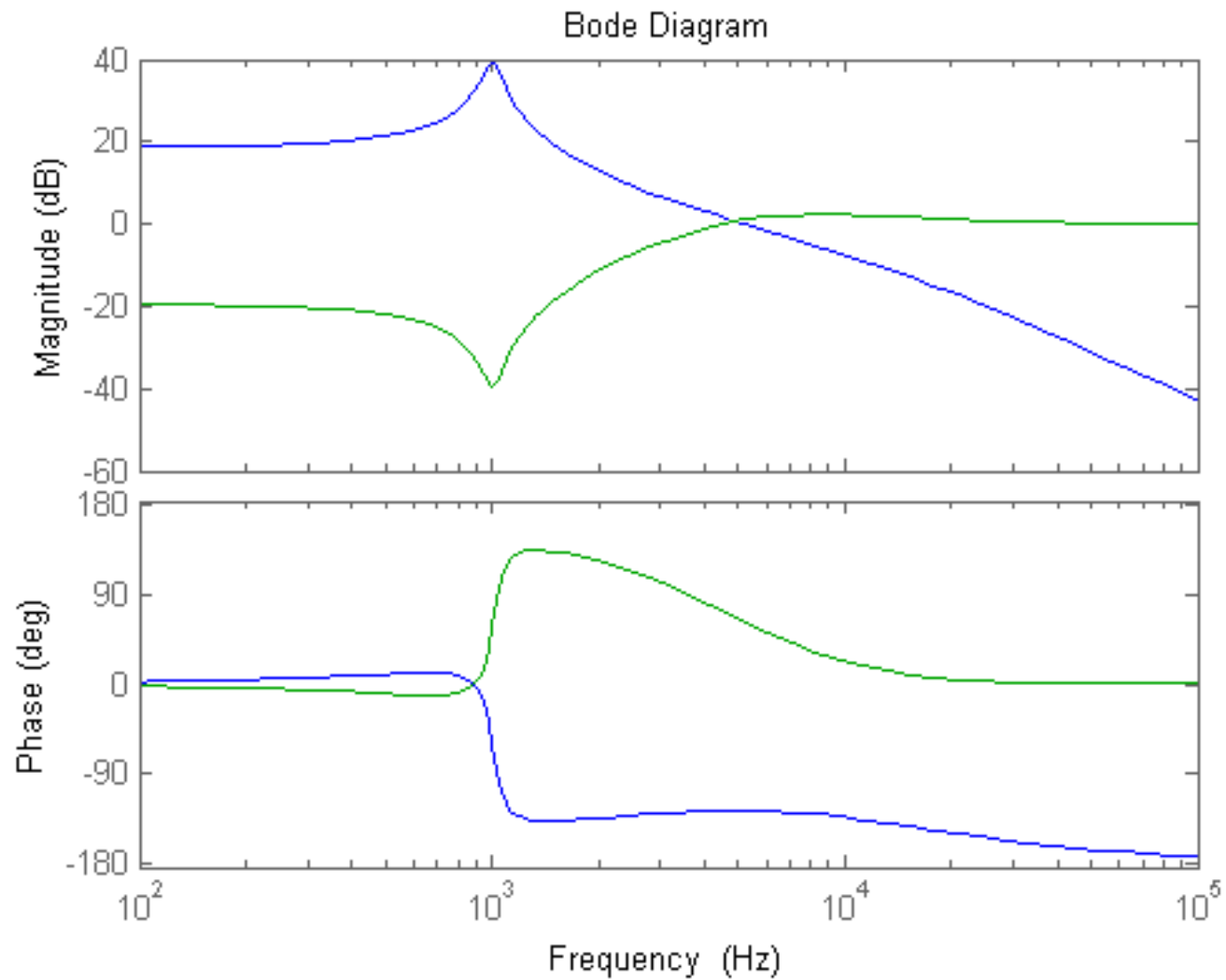


$T_u(s)$ e $1/(1+T_u(s))$, com Compensador PD

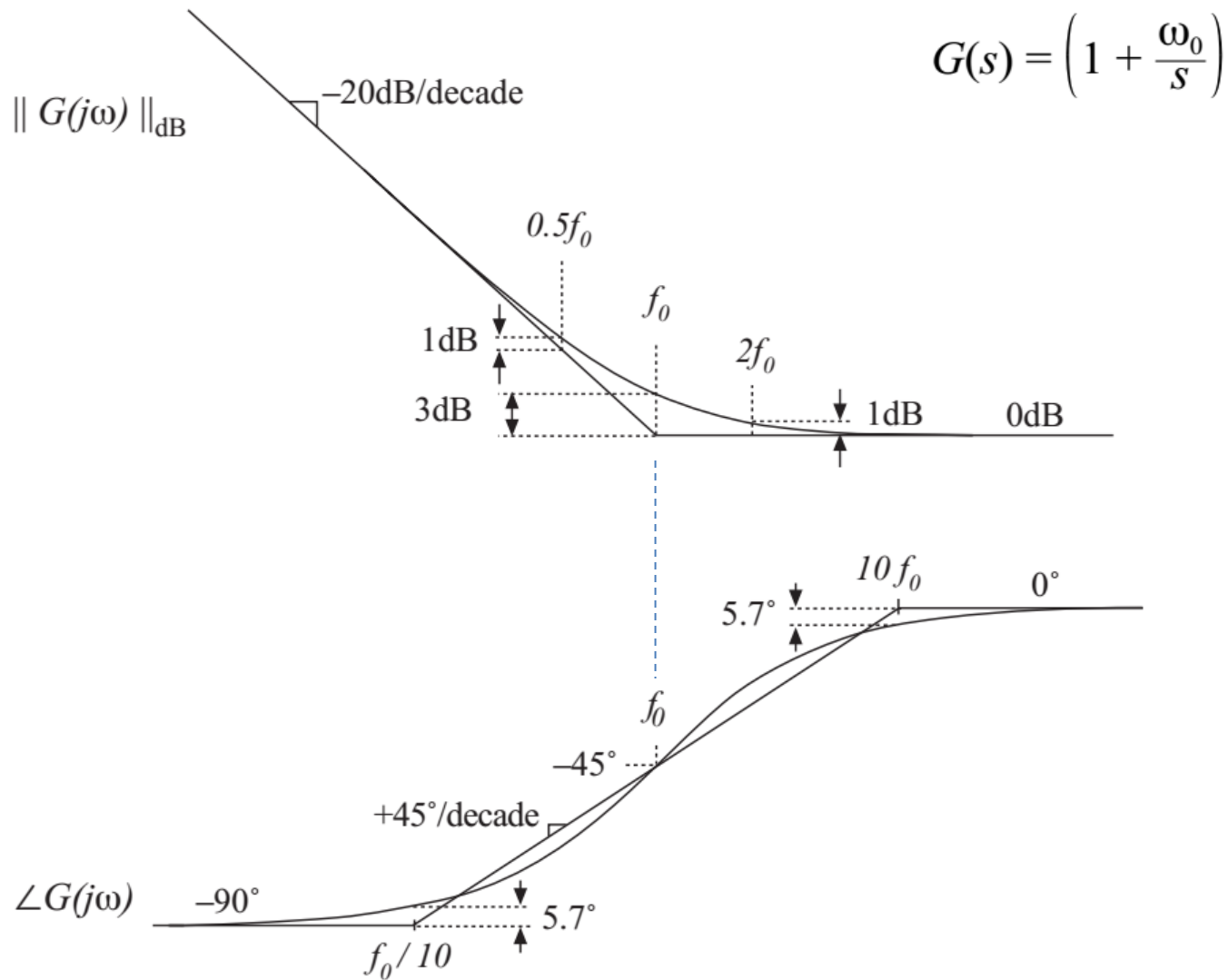


- need more low-frequency loop gain
- hence, add inverted zero (PID controller)

$T_u(s)$ e $1/(1+T_u(s))$, com Compensador PD

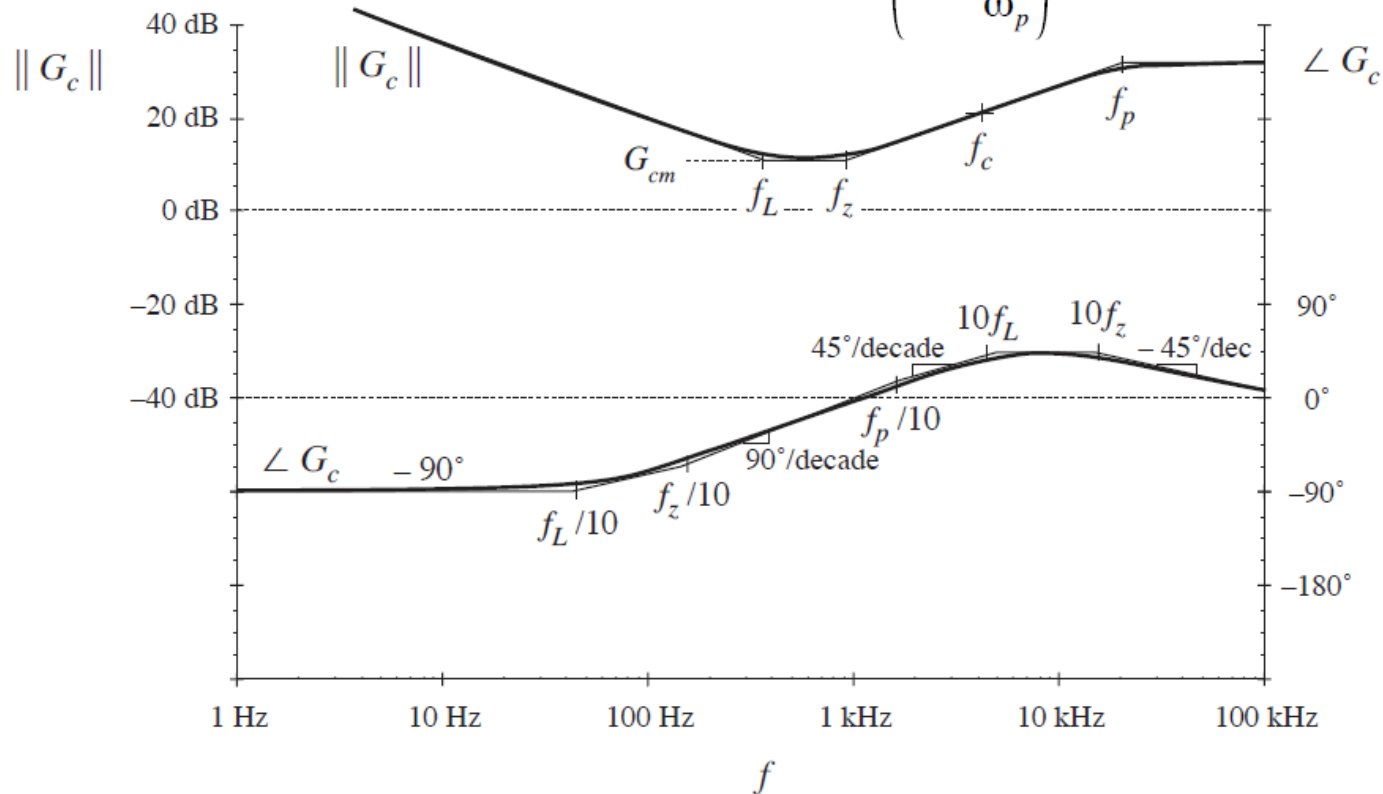


Assíntotas - zero invertido (PI)



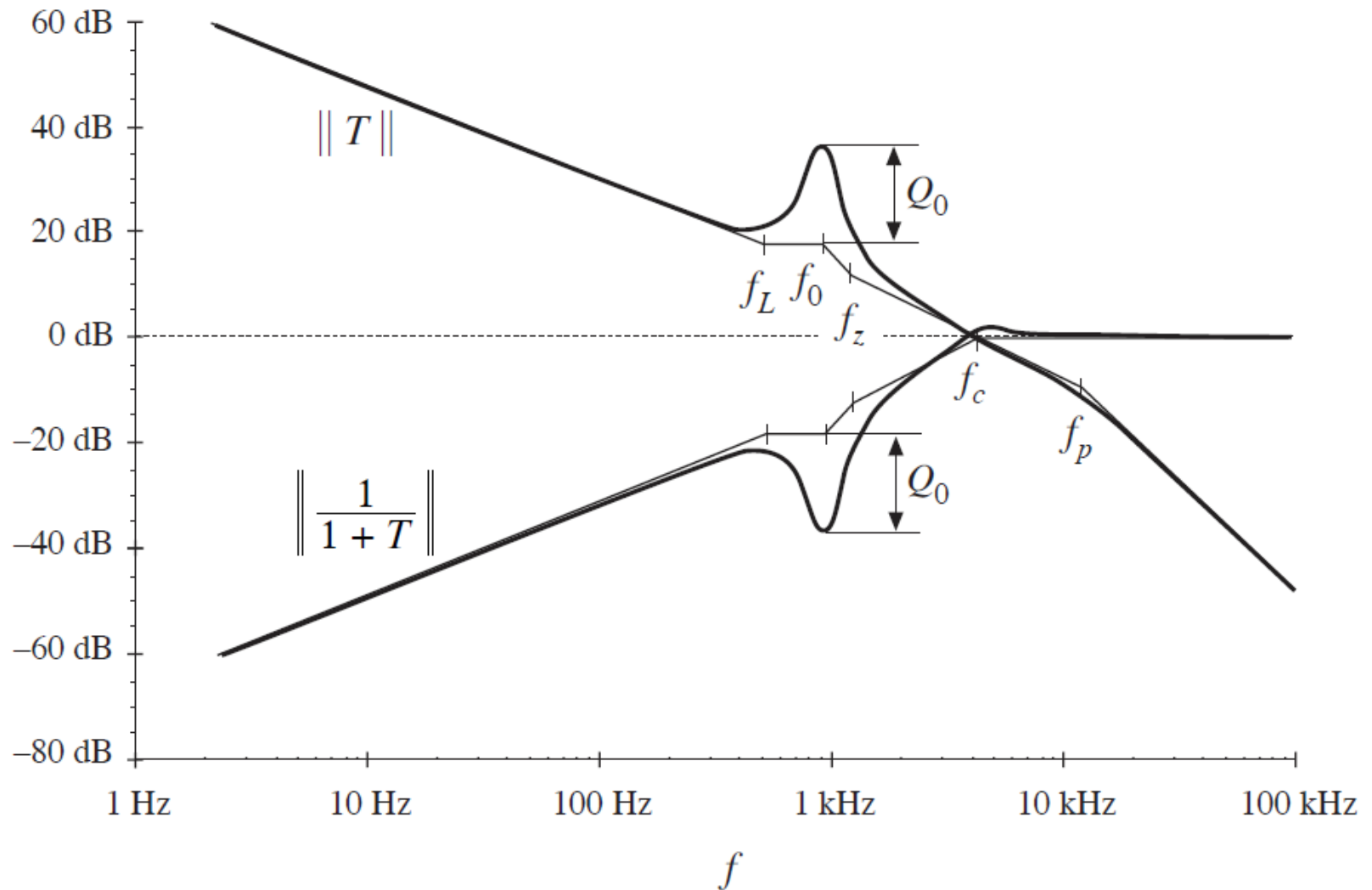
Compensator PID

$$G_c(s) = G_{cm} \frac{\left(1 + \frac{s}{\omega_z}\right) \left(1 + \frac{\omega_L}{s}\right)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_p}\right)}$$

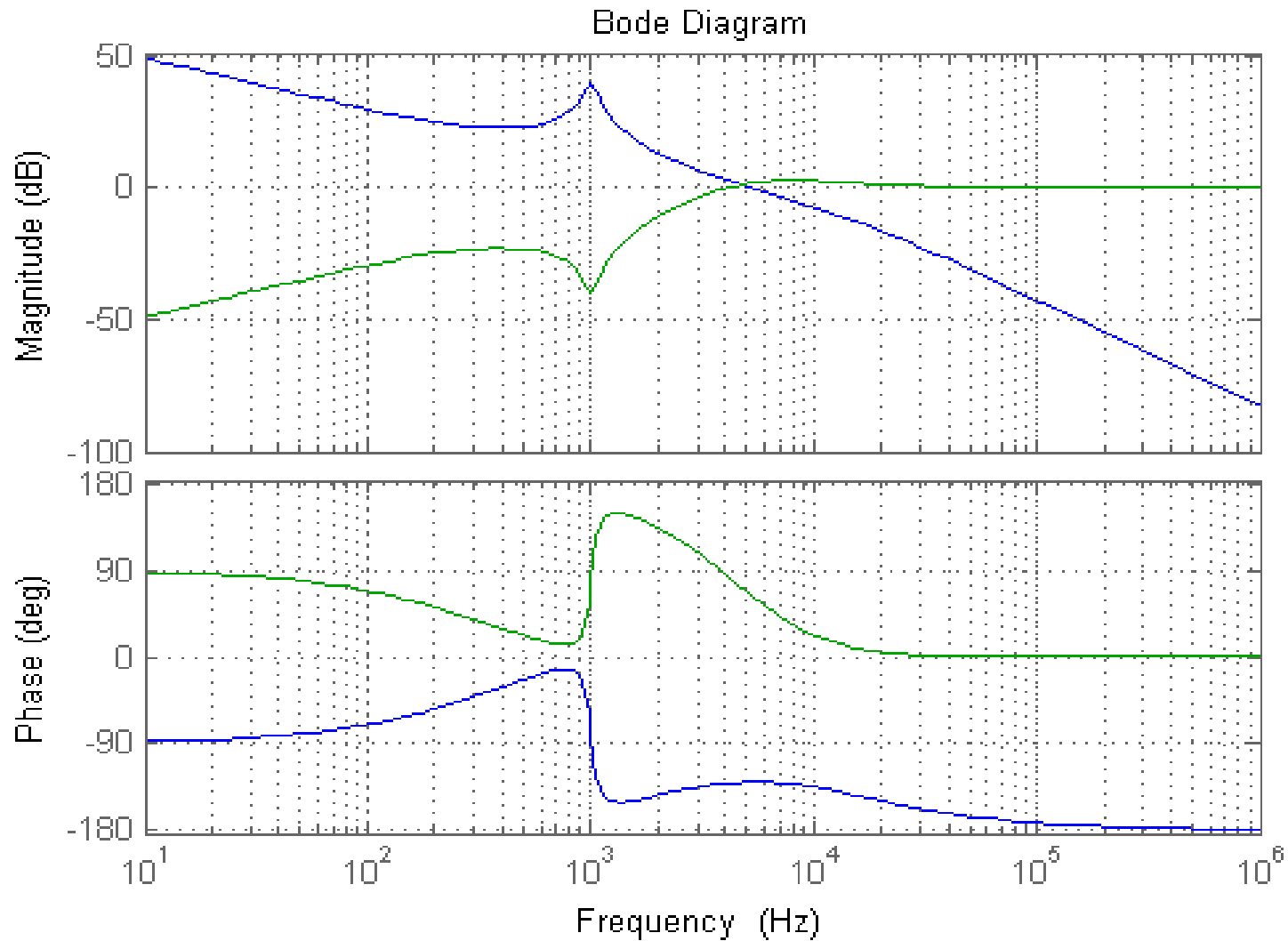


- add inverted zero to PD compensator, without changing dc gain or corner frequencies
- choose f_L to be $f_c/10$, so that phase margin is unchanged

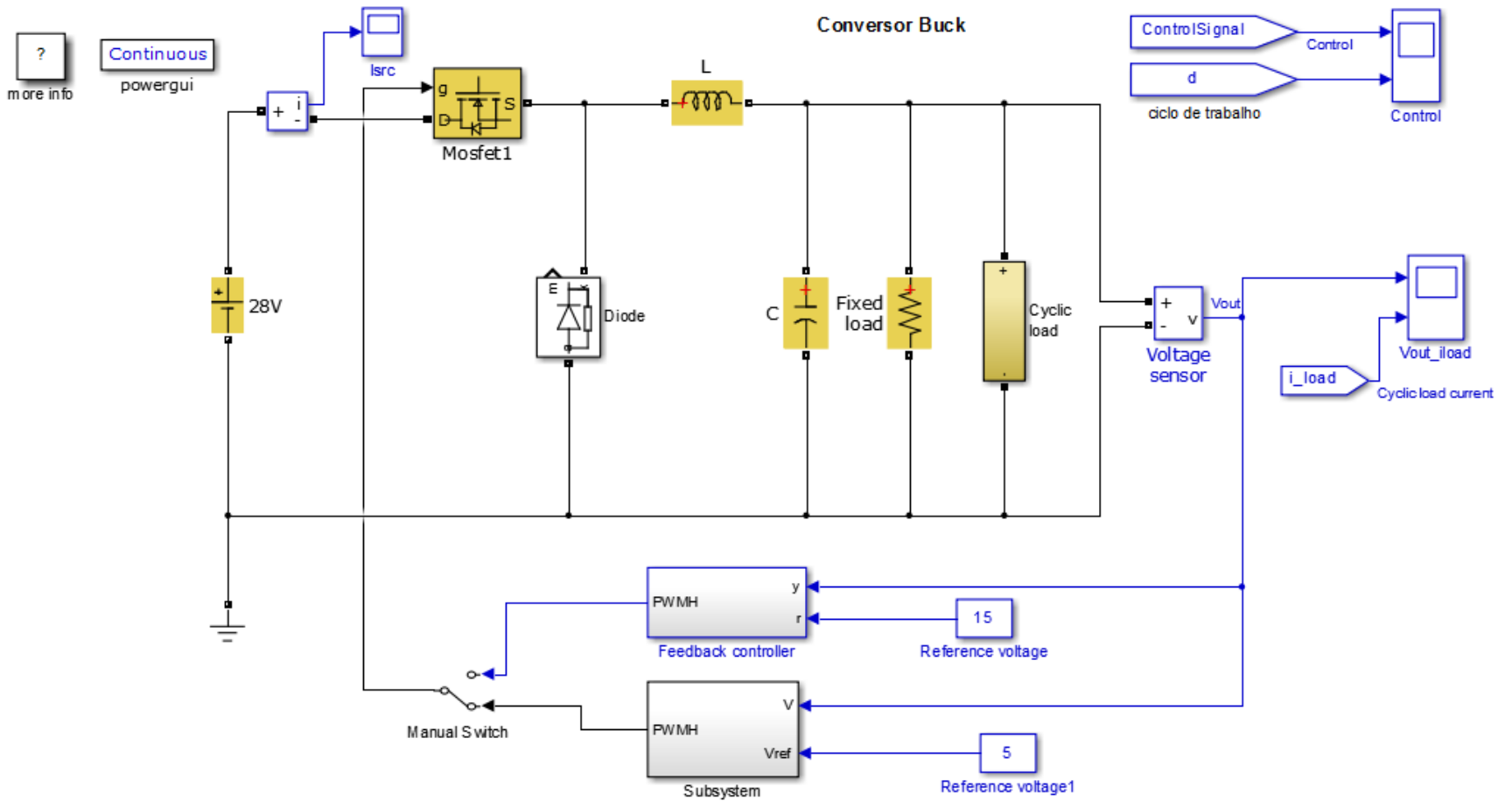
$T_u(s)$ e $1/(1+T_u(s))$, com Compensador PID



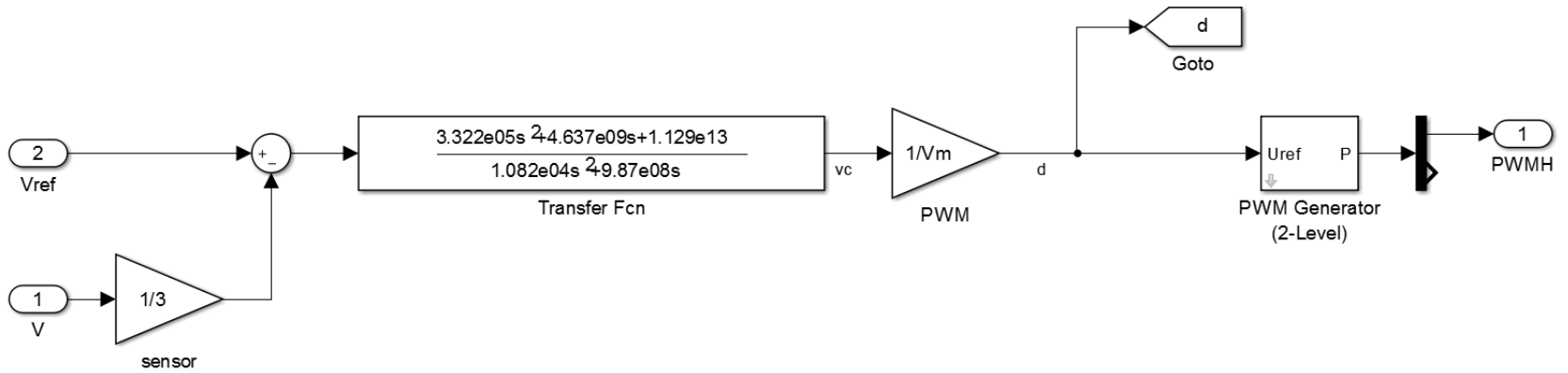
$T_u(s)$ e $1/(1+T_u(s))$, com Compensador PID



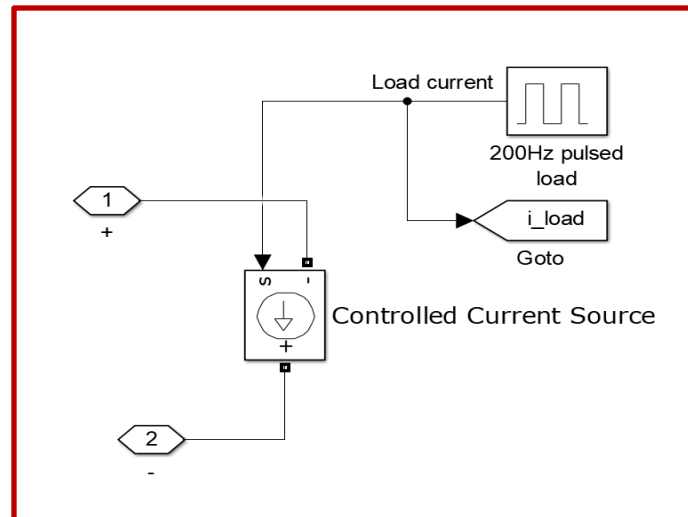
Conversor Buck



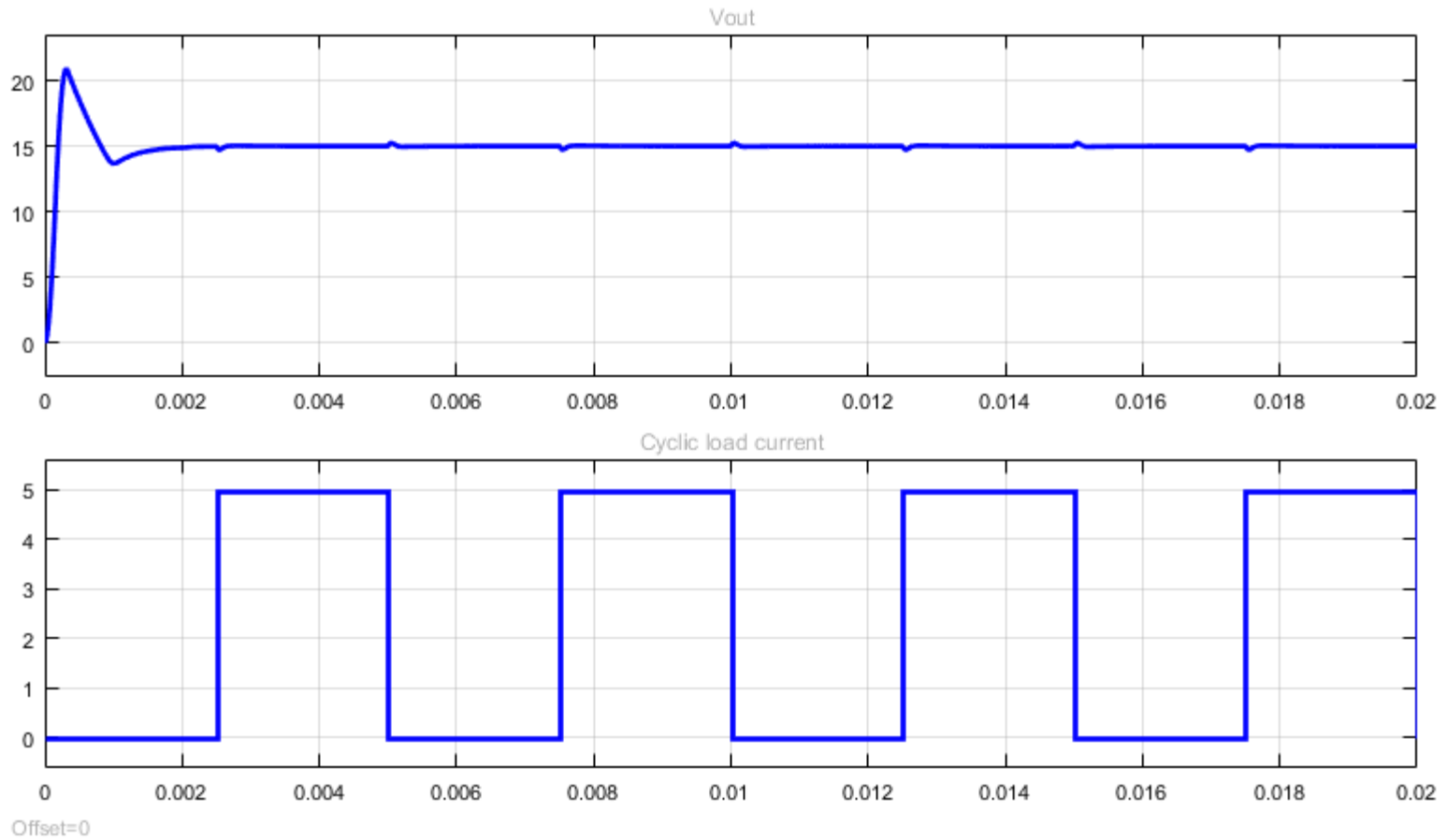
Conversor Buck



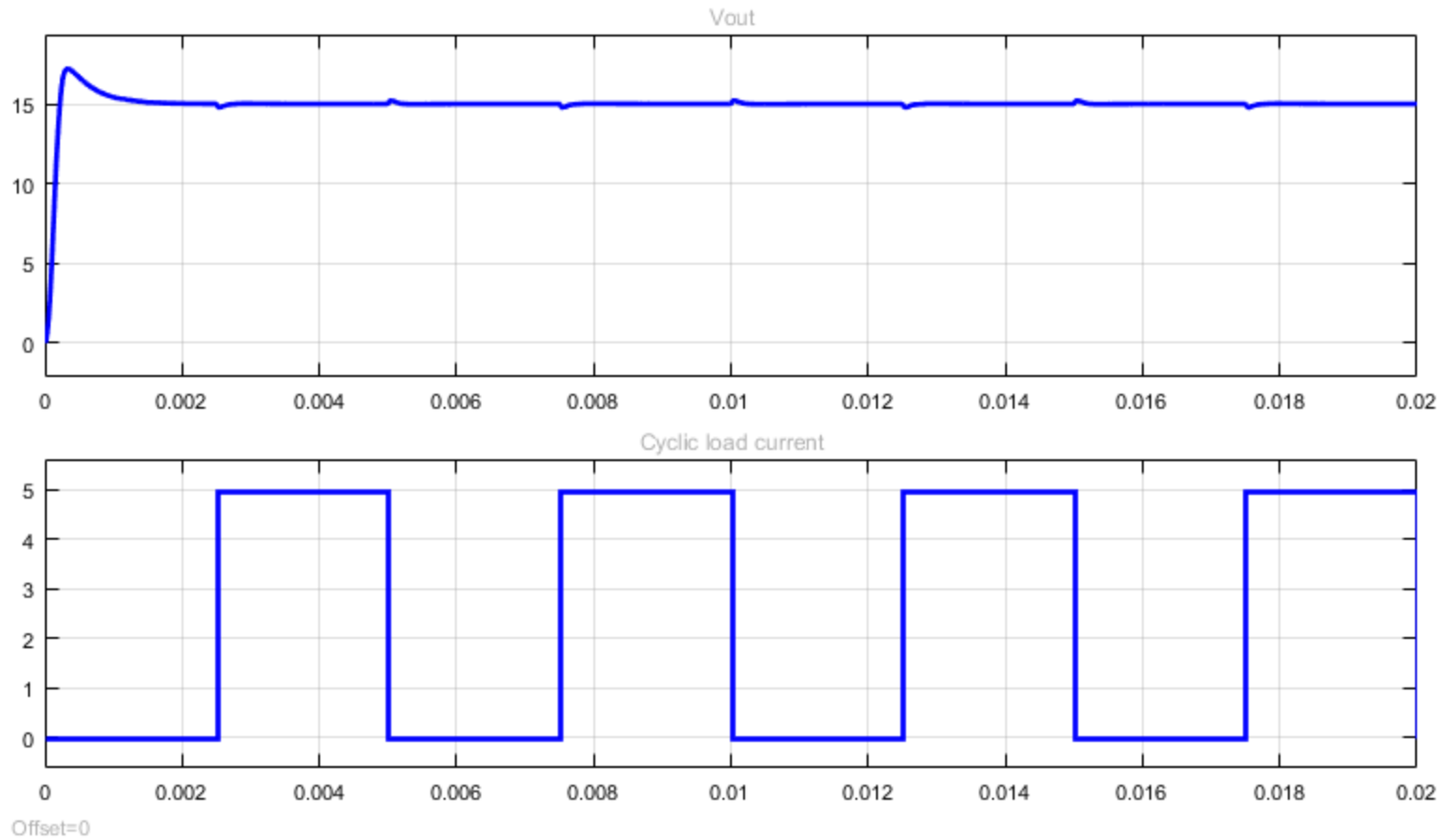
Cyclic load



Conversor Buck ($\varphi_m = 52^\circ$, $f_c = 5kHz$)



Conversor Buck ($\varphi_m = 72^\circ$, $f_c = 6\text{kHz}$)



Próxima Aula

1. Conversores CC/CA (inversores)

Referências Bibliográficas

1. **Erickson, R.W.; Fundamentals of power electronics, 2 Ed. Kluwer Academic Publisher, 2001.**
2. RASHID, M.H. Eletrônica de Potência - Circuitos, Dispositivos e Aplicações. Ed. São Paulo: Makron Books, 1999.
3. MOHAN, N.; UNDELAND, T.M.; ROBBINS, W.P. Power Electronics: Converters Applications and Design 2. Ed. New York: Editora John Wiley & Sons, 1995.
4. Pomilio, J.A.; Apostilas da disciplina de Eletrônica de Potência, <http://www.dsce.fee.unicamp.br/~antenor/>
5. Rech, C.; Slides da disciplina Controle de Conversores Estáticos, <http://www.joinville.udesc.br/portal/professores/cassiano>