Centro de Ciências Naturais e Humanas (CCNH)
Universidade Federal do ABC (UFABC)

Fenômenos Mecânicos

Aula 2

Prof. Marcelo A. Leigui de Oliveira
(leigui@ufabc.edu.br)

15/02/2023

Universidade Federal do ABC

O que veremos hoje...

- Cinemática escalar - continuação
  - Aceleração
  - Movimento retilíneo uniformemente variado
  - Diagramas de movimento
  - Queda livre
  - Movimento bidimensional (projéteis)
- Noções de derivadas e integrais

Aceleração

A **aceleração média** é a razão entre a variação da velocidade e o tempo que se levou para realizar essa variação

$$\bar{a}_x \equiv \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

Aceleração instantânea é o valor da aceleração média quando o intervalo de tempo tende a zero

$$a_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt}$$

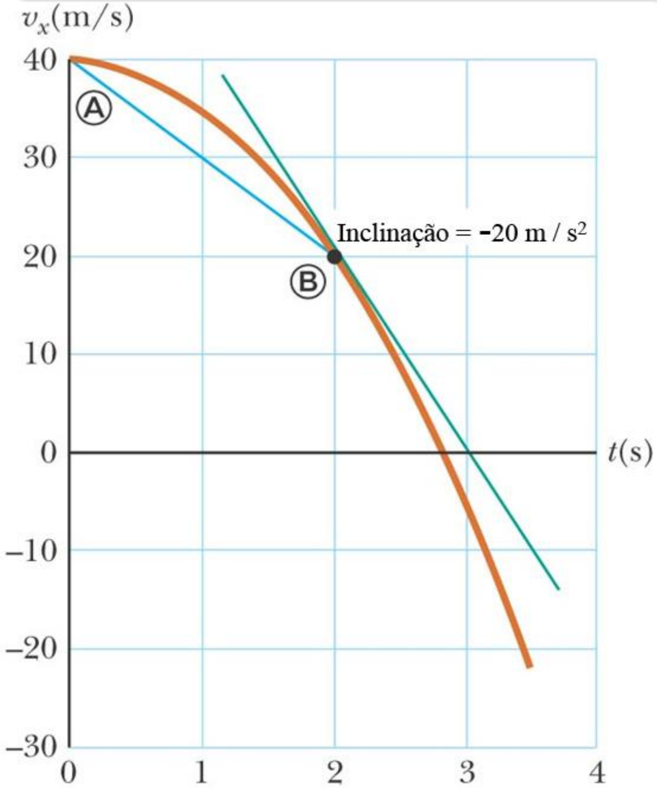
$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad \Rightarrow \quad a_x = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) \quad \Rightarrow \quad a = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

Exemplo 1

A velocidade de uma partícula em movimento ao longo do eixo x varia no tempo de acordo com a expressão $v_x = 40 - 5t^2$, onde t está em segundos.

(a) Qual a aceleração média no intervalo de tempo de $t = 0$ até $t = 2,0$ s?

(b) Qual a aceleração em $t = 2,0$ s?

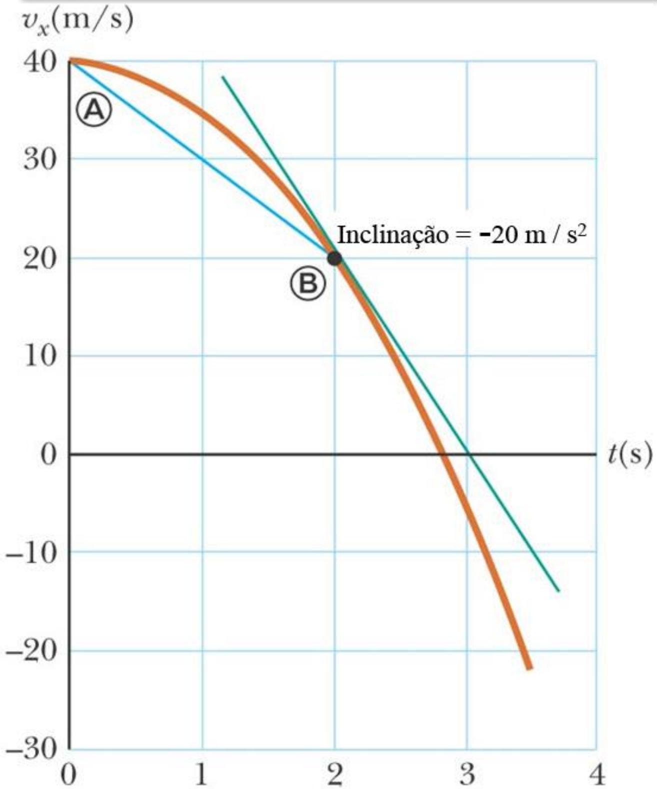


Exemplo 1

A velocidade de uma partícula em movimento ao longo do eixo x varia no tempo de acordo com a expressão $v_x = 40 - 5t^2$, onde t está em segundos.

(a) Qual a aceleração média no intervalo de tempo de $t = 0$ até $t = 2{,}0$ s?

(b) Qual a aceleração em $t = 2{,}0$ s?



(a) Em $t_i = t_A = 0$ e $t_f = t_B = 2{,}0$ s, temos

$$v_{xA} = 40 - 5t_A^{\;2}\ \text{m/s} = 40 - 5(0)^2\ \text{m/s} = 40\ \text{m/s}$$

$$v_{xB} = 40 - 5t_B^{\;2}\ \text{m/s} = 40 - 5(2{,}0)^2\ \text{m/s} = 20\ \text{m/s}$$

Assim, a aceleração média no intervalo de tempo será:

$$\bar{a}_x \equiv \frac{20\ \text{m/s} - 40\ \text{m/s}}{2{,}0\ \text{s}} = -10\ \text{m/s}^2$$

(b) Em um tempo $t + \Delta t$, teremos:

$$v_{xf} = 40 - 5(t + \Delta t)^2 = 40 - 5t^2 - 10t\Delta t - 5(\Delta t)^2$$

A variação de velocidade será:

$$\Delta v_x = v_{xf} - v_{xi} = -10t\Delta t - 5(\Delta t)^2$$

A aceleração instantânea será, então:

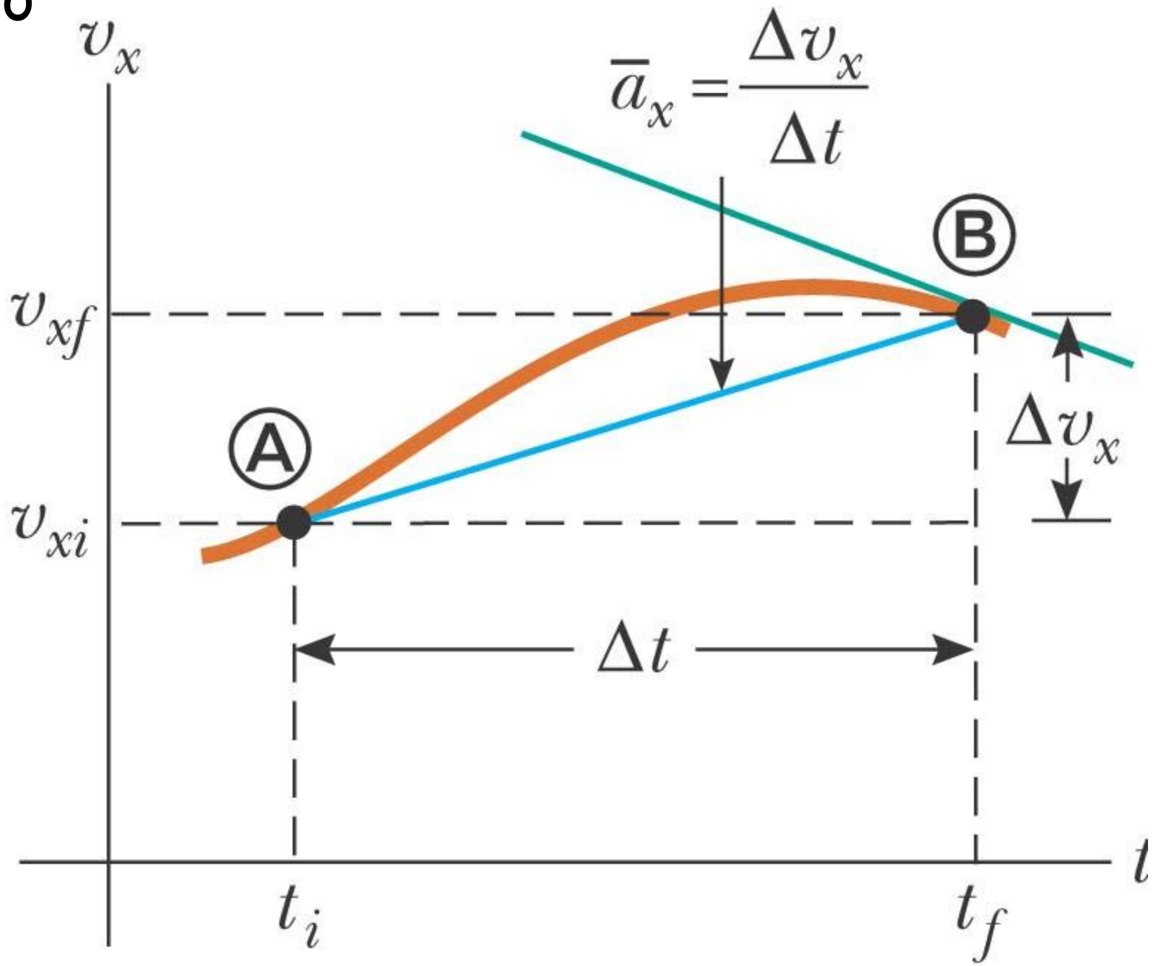
$$a_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0}(-10t - 5\Delta t) = -10t \Rightarrow -20\ \text{m/s}^2$$

Aceleração

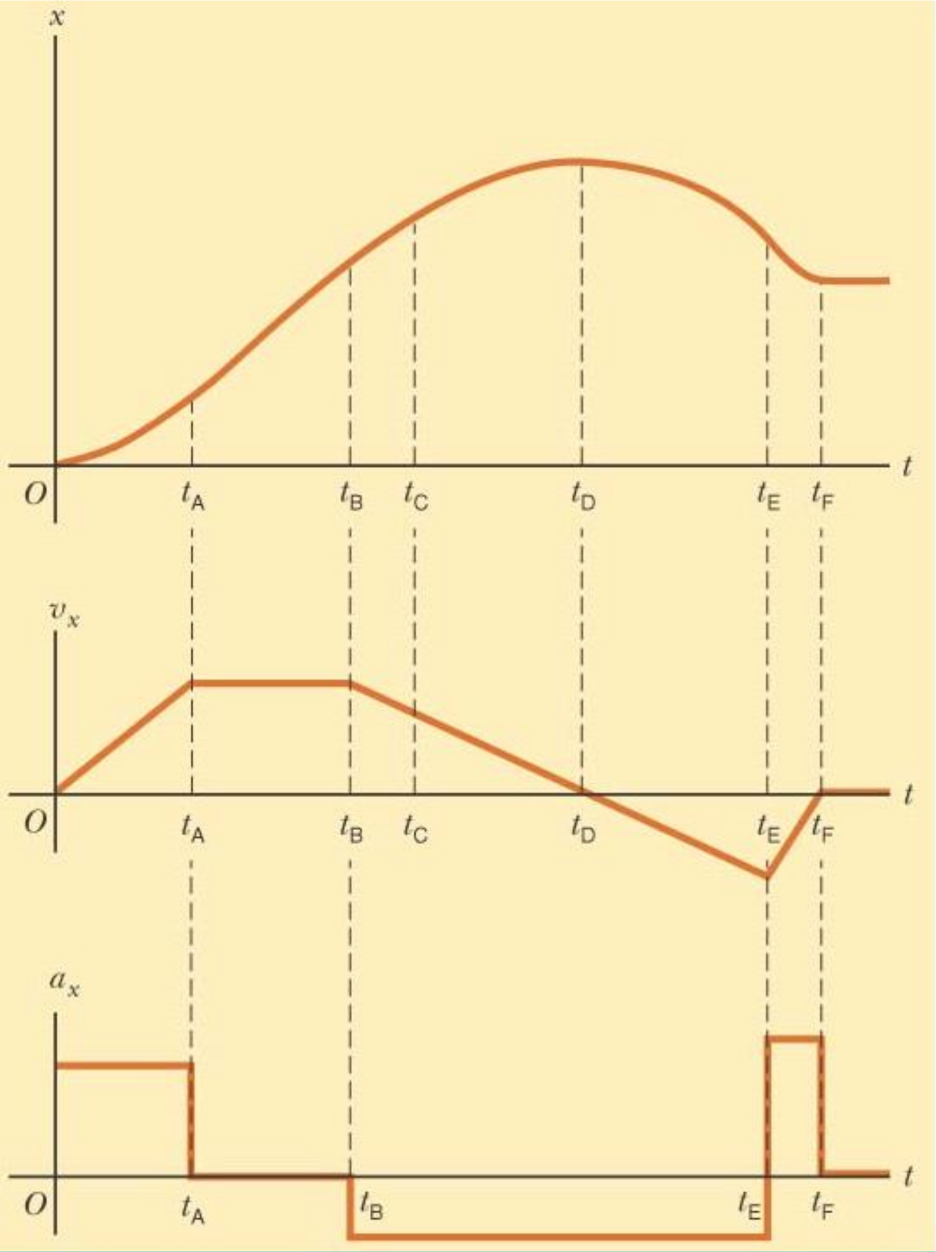
- A inclinação do gráfico de velocidade vs. tempo é a aceleração

- A linha verde representa a **aceleração instantânea**

- A linha azul é a **aceleração média**



Interpretando os gráficos



Diagramas de movimento

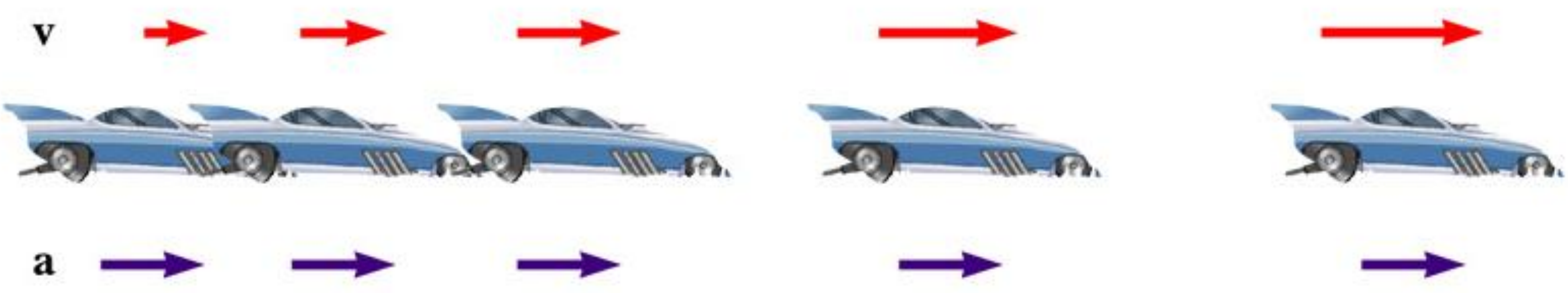
- Quando a velocidade e a aceleração de um objeto estiverem na mesma direção, o objeto se tornará mais rápido nesta direção

- Quando a velocidade e a aceleração de um objeto estiverem em direções opostas, a velocidade escalar do objeto diminuirá no tempo

Diagramas de movimento

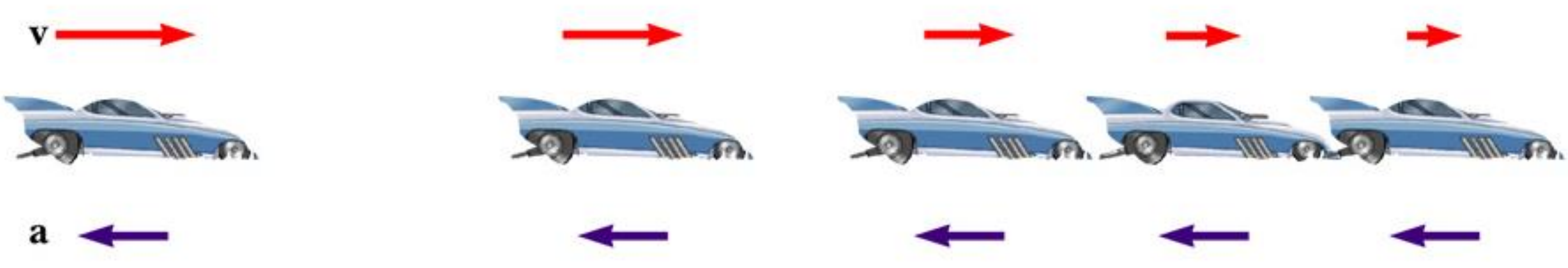
- O carro está se movendo com velocidade constante e positiva (mostrada pelas setas vermelhas de mesmo tamanho)
- A aceleração é nula

Diagramas de movimento



- A velocidade e a aceleração estão na mesma direção
- A aceleração é constante (setas azuis de mesmo tamanho)
- A velocidade está aumentando (setas vermelhas estão aumentando)
- Isto indica aceleração positiva e velocidade positiva

Diagramas de movimento



- A aceleração e a velocidade estão em direções opostas
- A aceleração é constante (setas azuis de mesmo tamanho)
- A velocidade está diminuindo (setas vermelhas estão ficando menores)
- Velocidade é positiva e a aceleração é negativa

Aceleração constante

Se a aceleração é constante então ela é igual à aceleração média

$$a_x = \bar{a}_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i}$$

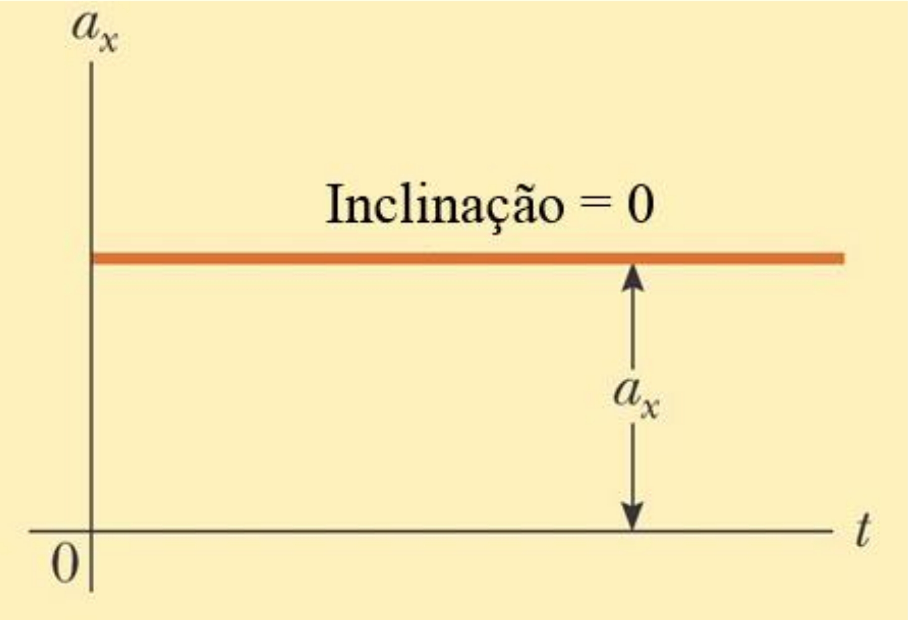
$$t_i = 0 \quad \text{e} \quad t_f = t \Rightarrow \quad a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t} \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{v_{xf} = v_{xi} + a_x t \qquad \text{para } a_x \text{ constante}}$$

podemos prever a velocidade em qualquer *instante de tempo t, caso a velocidade inicial seja conhecida e a aceleração seja constante*

A partícula com aceleração constante

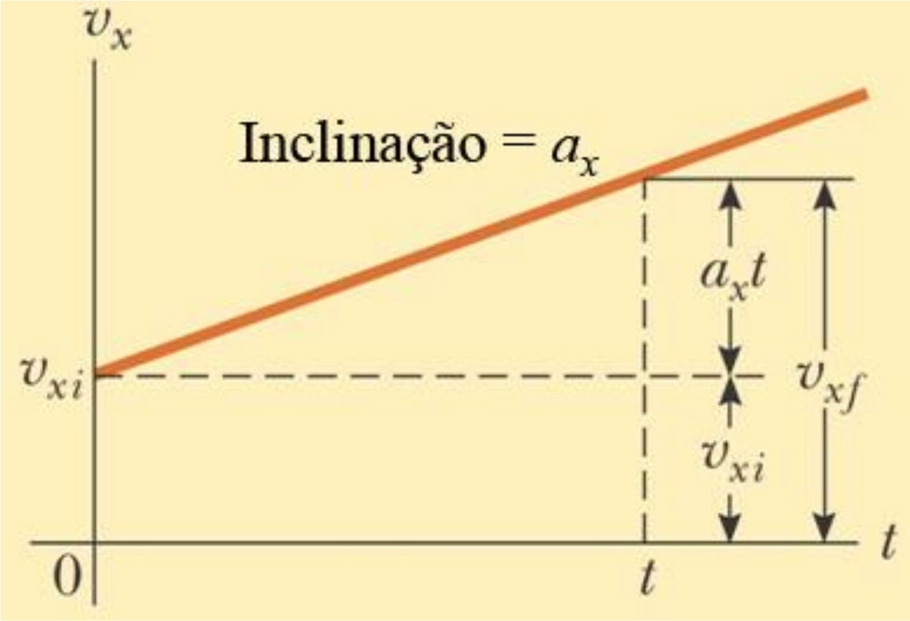
- A linha reta indica que a aceleração é constante



A partícula com aceleração constante

- A inclinação da curva é a aceleração

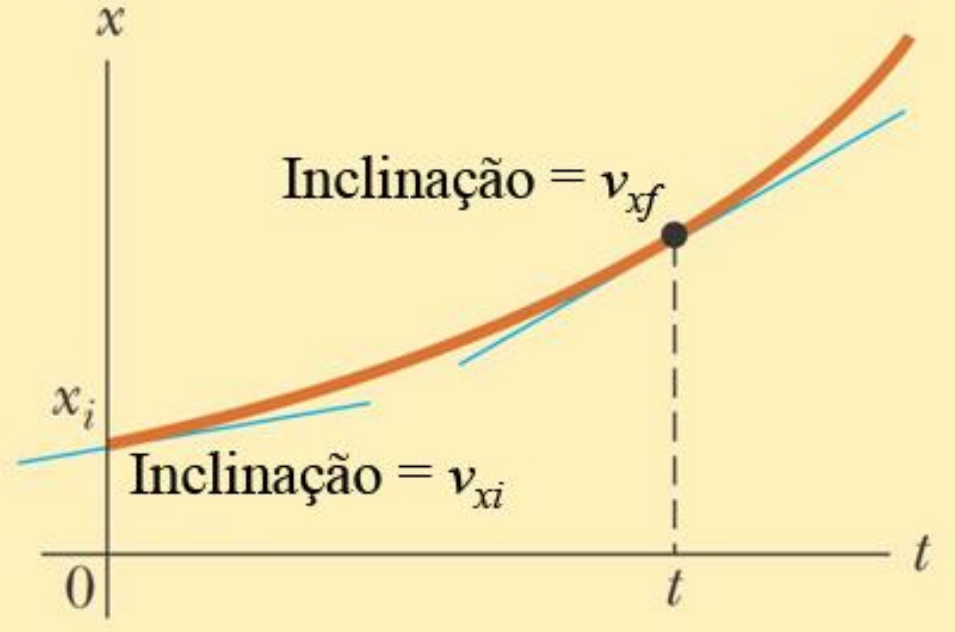
- A linha reta indica que a aceleração é constante



A partícula com aceleração constante

- A inclinação da curva é a velocidade

- A linha curva indica que a velocidade está mudando
  - Assim, há aceleração



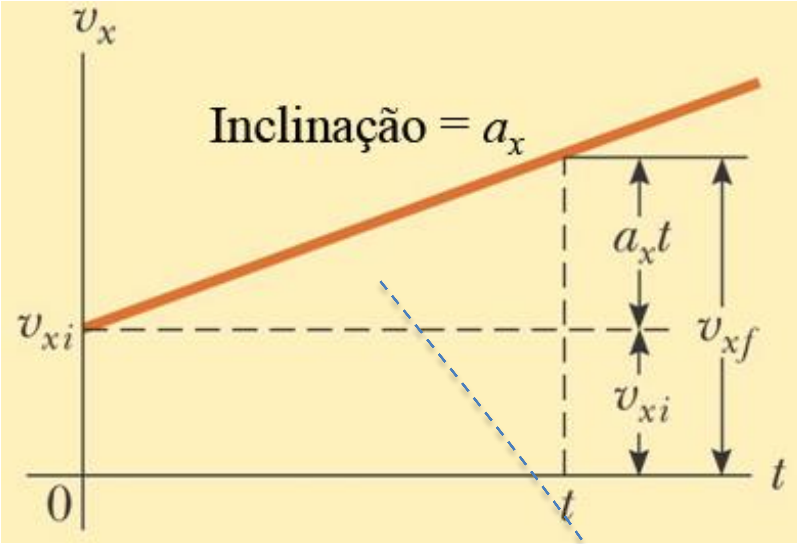
Aceleração constante

$$\Delta x = v_{xi}\Delta t + \tfrac{1}{2}\left(v_{xf} - v_{xi}\right)\Delta t$$

$$\Delta x = \left(v_{xi} + \tfrac{1}{2}v_{xf} - \tfrac{1}{2}v_{xi}\right)\Delta t = \tfrac{1}{2}\left(v_{xi} + v_{xf}\right)\Delta t$$

Mas, como em geral:

$$\Delta x = \bar{v}_x \Delta t$$



Área sob a curva é o deslocamento da partícula

Se a aceleração é constante então a velocidade média é igual à média das velocidades

$$\Delta x = \bar{v}_x \Delta t = \tfrac{1}{2}\left(v_{xi} + v_{xf}\right)t$$

$$x_f = x_i + \tfrac{1}{2}\left(v_{xi} + v_{xf}\right)t \qquad \text{para } a_x \text{ constante}$$

Posição como função da velocidade e do tempo

Aceleração constante

$$x_f = x_i + \tfrac{1}{2}\left[v_{xi} + \left(v_{xi} + a_x t\right)\right]t$$

Posição como função do tempo para uma partícula com aceleração constante

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2$$ para a_x constante

Fazendo outra substituição, encontramos uma equação que não contém o tempo:

$$x_f = x_i + \tfrac{1}{2}\left(v_{xi} + v_{xf}\right)\left(\frac{v_{xf} - v_{xi}}{a_x}\right) = x_i + \frac{v_{xf}^{\,2} - v_{xi}^{\,2}}{2a_x}$$

Velocidade como função da posição para uma partícula com aceleração constante

$$v_{xf}^{\,2} = v_{xi}^{\,2} + 2a_x\left(x_f - x_i\right)$$ para a_x constante

Se ocorre movimento no qual o valor constante da aceleração é *zero*, então

$$\left.\begin{aligned} v_{xf} &= v_{xi} \\ x_f &= x_i + v_{xi}t \end{aligned}\right\} \text{Quando } a_x = 0$$

Equações cinemáticas - resumo

Equações cinemáticas para movimento em uma linha reta com aceleração constante	
Equação	**Informação dada pela equação**
$v_{xf} = v_{xi} + a_x t$	Velocidade como função do tempo
$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t$	Posição como função da velocidade e do tempo
$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$	Posição como função do tempo
$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_f - x_i)$	Velocidade como função da posição

Observação: O movimento ocorre ao longo do eixo x. Em $t = 0$, a posição da partícula é x_i e sua velocidade é v_{xi}.

Relações para aceleração constante

$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t$$

$$x_f = x_i + v_{xi} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

Eliminando ***t:***

$$v_{xf}{}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x (x_f - x_i)$$

Eliminando ***a_x:***

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t$$

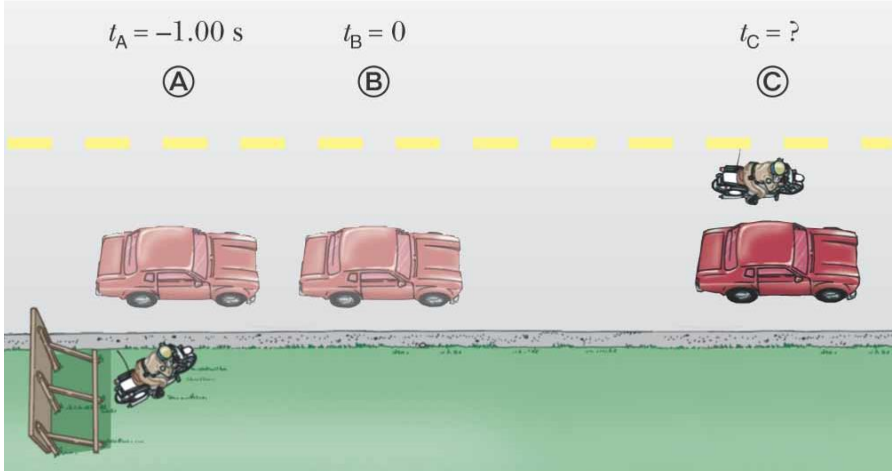
Eliminando ***v_{xi}:***

$$x_f = x_i + v_{xf} t - \frac{1}{2} a_x t^2$$

Exemplo 2

Um motorista distraído, dirigindo com uma velocidade constante de 45,0 m/s, passa sem perceber por um bloqueio da polícia. Um segundo após a passagem do carro, a polícia sai em perseguição a ele, com uma aceleração constante de 3,00 m/s^2.

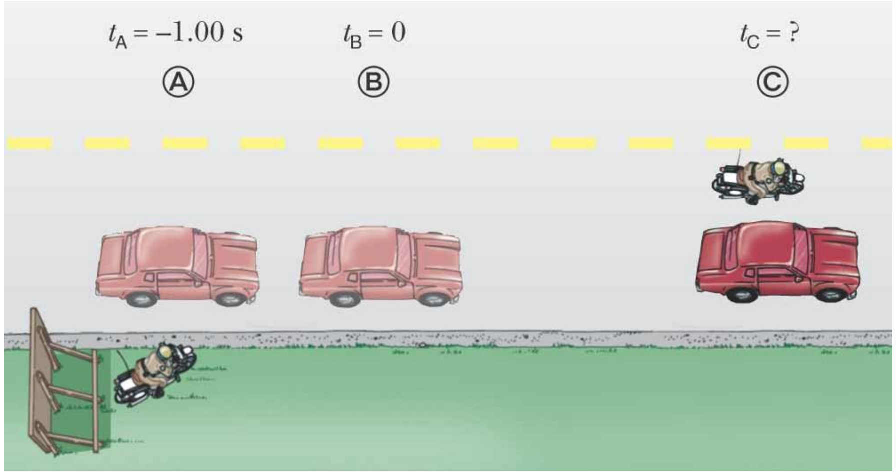
- Depois de quanto tempo o policial alcança o carro perseguido?



Exemplo 2

Um motorista distraído, dirigindo com uma velocidade constante de 45,0 m/s, passa sem perceber por um bloqueio da polícia. Um segundo após a passagem do carro, a polícia sai em perseguição a ele, com uma aceleração constante de 3,00 m/s^2.

- Depois de quanto tempo o policial alcança o carro perseguido?



Equações de Movimento:

- Carro: $x_f{}^C(t) = x_i^C + v_x{}^C t$
- Polícia: $x_f{}^P(t) = x_i^P + v_{xi}{}^P t + \frac{1}{2} a_x{}^P t^2$

Condições Iniciais:

$$\begin{cases} x_i^P = 0\,\text{m} \\ v_{xi}^P = 0\,\text{m/s} \\ a_x{}^P = 3{,}00\,\text{m/s}^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_i^C = 45\,\text{m} \\ v_x^C = 45{,}0\,\text{m/s} \\ a_x{}^C = 0 \end{cases}$$

Solução:

- Encontro $\Rightarrow x^C(t) = x^P(t)$
- Tempo = 31 s

Como é o gráfico da *posição vs tempo* para cada veículo?

Exemplo 3

Um trem-bala viaja a 161 km/h e ao final de uma curva seu maquinista vê, a uma distância de 676 m, uma locomotiva andando no mesmo sentido a apenas 29 km/h. Qual a desaceleração mínima para que não haja colisão?

Exemplo 3

Um trem-bala viaja a 161 km/h e ao final de uma curva seu maquinista vê, a uma distância de 676 m, uma locomotiva andando no mesmo sentido a apenas 29 km/h (em relação ao solo). Qual a desaceleração mínima para que não haja colisão?

Equações de movimento:

- Trem Bala: $x_f{}^B(t) = x_i^B + v_{xi}^B t + a_x{}^B t^2/2$
- Locomotiva: $x_f{}^L(t) = x_i^L + v_{xf}{}^L t$

Condições Iniciais:

$$\begin{cases} x_i^B = 0 \\ v_{xi}^B = 44{,}7\,\mathrm{m/s} \\ a_x{}^B = ? \end{cases} \qquad \begin{cases} x_i^L = 676\,\mathrm{m} \\ v_{xf}^L = 8\,\mathrm{m/s} \end{cases}$$

Solução: Apenas se tocam

$$\begin{cases} x_f{}^B(t_c) = x_f{}^L(t_c) \\ v_{xf}{}^B(t_c) = v_{xf}{}^L(t_c) \end{cases}$$

$$v_{xf}{}^B(t) = \frac{d}{dt} x_f{}^B(\mathrm{t}) \Rightarrow v_{xf}{}^B(t) = v_{xi}^B + a_x{}^B t$$

$$\begin{cases} v_{xi}^B t_c + a_x{}^B t_c{}^2/2 = x_i^L + v_{xf}{}^L t_c \\ v_{xi}^B + a_x{}^B t_c = v_{xf}{}^L \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_i^L - 2(v_{xi}^B - v_{xf}{}^L)t_c - a_x{}^B t_c{}^2 = 0 \\ (v_{xi}^B - v_{xf}{}^L)t_c + a_x{}^B t^2{}_c = 0 \end{cases}$$

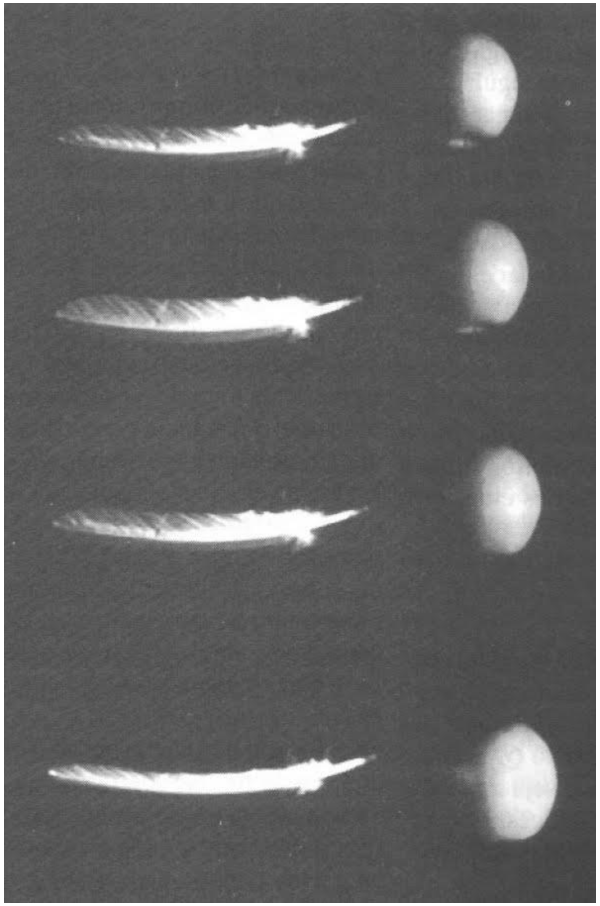
$$2x_i^L - (v_{xi}^B - v_{xf}{}^L)t_c = 0$$

$$t_c = \frac{2x_i^L}{v_{xi}^B - v_{xf}{}^L}$$

$$a_x{}^B = \frac{v_{xf}{}^L - v_{xi}^B}{t_c} \Rightarrow a_x{}^B = \frac{-(v_{xi}^B - v_{xf}{}^L)^2}{2x_i^L}$$

$$a_x{}^B = \frac{-(44{,}7-8)^2}{2*676} \cong \boxed{-1\,\mathrm{m/s^2}}$$

Queda livre



Tomando o referencial com a posição aumentando na direção apontada para cima, teremos

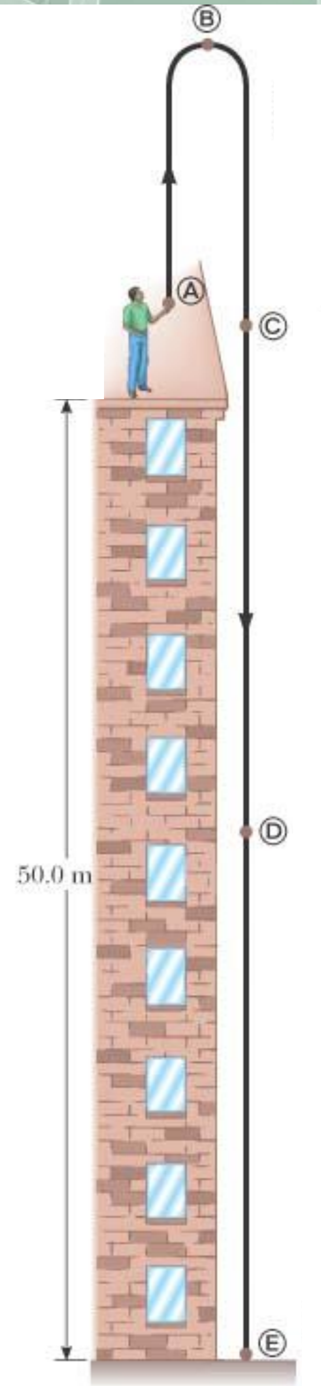
$$a = -g = -9{,}8 m/s^2$$

Onde *g* é o módulo da aceleração da gravidade

$$y_f = y_i + v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_{yf} = v_{yi} - gt$$

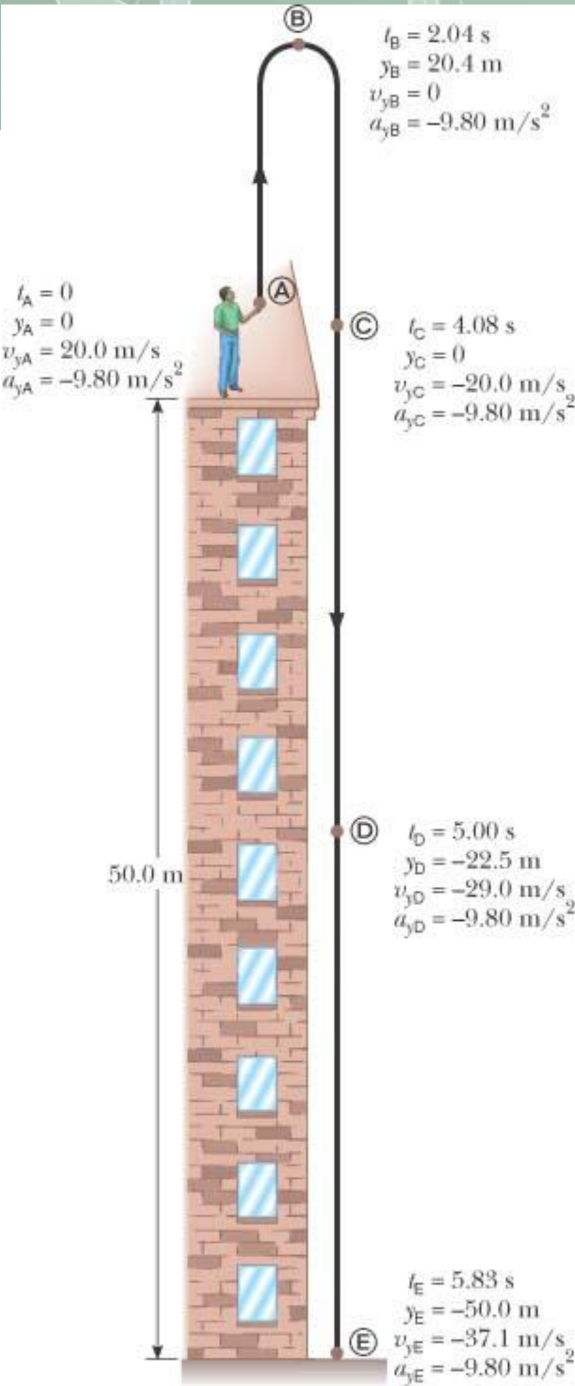
Exemplo 4



Uma pedra é lançada para cima com velocidade inicial de 20 m/s do topo de um prédio, a 50 m do chão.

1. Em quanto tempo ela atinge a altura máxima?
2. Qual a altura máxima atingida, a partir do topo?
3. Em quanto tempo ela volta ao ponto de onde foi lançada?
4. Qual a velocidade com que ela volta de onde foi lançada?
5. Em quanto tempo ela chega no chão?
6. Com que velocidade ela chega no chão?

Exemplo 4



Uma pedra é lançada para cima com velocidade inicial de 20 m/s do topo de um prédio, a 50 m do chão.

1. Em quanto tempo ela atinge a altura máxima?
2. Qual a altura máxima atingida, a partir do topo?
3. Em quanto tempo ela volta ao ponto de onde foi lançada?
4. Qual a velocidade com que ela volta de onde foi lançada?
5. Em quanto tempo ela chega no chão?
6. Com que velocidade ela chega no chão?

Equações de movimento:
$$\begin{cases} y_f(t) = y_i + v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_{yf}(t) = v_{yi} - gt \end{cases}$$

Condições Iniciais:
$$\begin{cases} y_i = 0 \\ v_{yi} = 20\,\mathrm{m/s} \\ g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2} \end{cases}$$

Exemplo 4

1. Na altura máxima, $v_{yf}(t_B) = 0$ $\quad 0 = v_{yi} - gt_B \Rightarrow$ $\boxed{t_B = 2{,}04 \text{ s}}$

2. Na altura máxima, $t = t_B$ $\quad y_f(t_B) = y_i + v_{yi}t_B - \frac{1}{2}gt_B^2 \Rightarrow$ $\boxed{y_B = 20{,}4 \text{ m}}$

3. No ponto de partida, $y_f(t_C) = 0$ $\quad 0 = y_i + v_{yi}t_C - \frac{1}{2}gt_C{}^2 \Rightarrow$ $\boxed{t_C = 4{,}08 \text{ s}}$

4. $v_C = v(t_C)$ $\quad v(t_C) = v_{yi} - gt_C \Rightarrow$ $\boxed{v_C = -20 \text{ m/s}}$

5. No chão, $y(t_E) = -50$ $\quad -50 = v_{yi}t_E - \frac{1}{2}gt_E^2 \Rightarrow$ $\boxed{t_E = 5{,}83 \text{ s}}$

6. $v_E = v(t_E)$ $\quad v_E = v_{yi} - gt_E \Rightarrow$ $\boxed{v_E = -37{,}1 \text{ m/s}}$

Derivadas e Diferenciais

A grosso modo, um diferencial é o limite de uma diferença quando ela tende a zero

$$dx = \lim_{x \to x_0} (x - x_0)$$

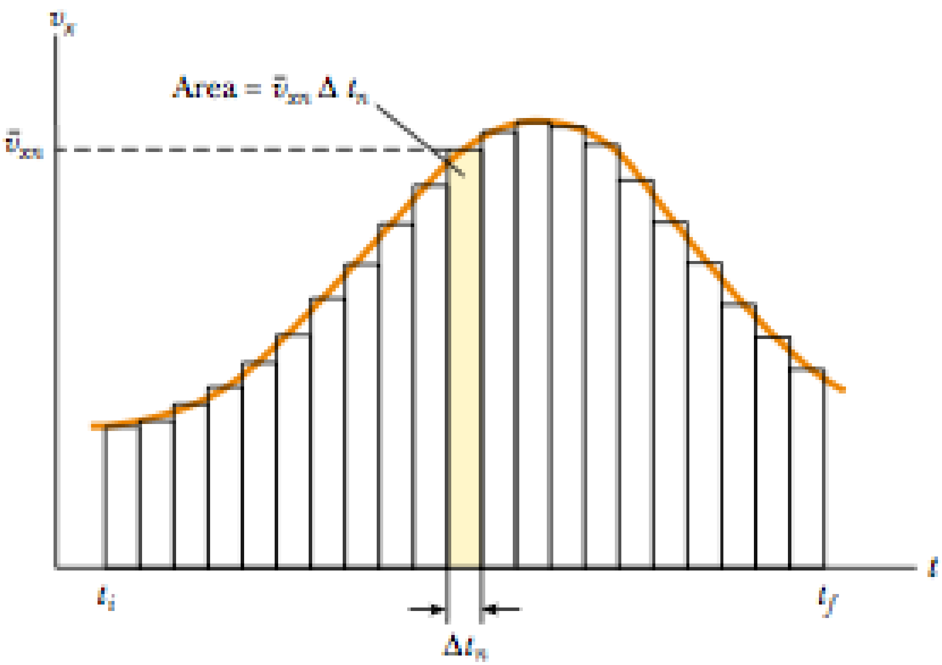
Propriedades e operações básicas de diferenciais

$$\begin{cases} a \to & \text{Constante} \\ u \quad \text{e} \quad v \to & \text{Funções} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} da = 0 \\ d(au) = a\,du \\ d(u+v) = du + dv \\ d(uv) = (du)v + u(dv) \end{cases}$$

Derivada de um polinômio:

$$d(x^n) = nx^{n-1}dx \quad \text{ou} \quad \frac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}$$

Integrais



O deslocamento total será a soma sobre os deslocamentos parciais

$$\Delta x = \sum_n \bar{v}_n \Delta t_n$$

Não importa quão pequeno é o deslocamento parcial

$$\Delta x = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_n \bar{v}_n \Delta t_n$$

Integral Definida entre t_i e t_f

$$\int_{t_i}^{t_f} v\,dt = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_n \bar{v}_n \Delta t_n$$

Integral Indefinida de Polinômio

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1}$$

A Derivada e a Integral são inversas uma da outra

$$\int \frac{d}{dx} f(x)dx = f(x) + C$$

$$\frac{d}{dx} \int f(x)dx = f(x)$$

Relações Cinemáticas

$$v(t) = \frac{d}{dt}x(t)$$

$$a(t) = \frac{d}{dt}v(t)$$

Aceleração Constante

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v(t) = v_0 + at$$

$$a = \mathrm{cte}$$

$$x(t) = \int v(t)dt + C$$

$$v(t) = \int a(t)dt + C$$

Exemplo 5

A posição de um projétil é dada pela equação $x(t) = 50+10t^2$, onde a posição é dada em metros e o tempo em segundos.

a) Qual é a velocidade média do projétil durante os 3 primeiros segundos?
b) Qual é a sua velocidade no instante $t = 3\ s$?
c) Qual é a sua aceleração quando $t = 3\ s$?
d) Indicar graficamente essas respostas

Exemplo 5

A posição de um projétil é dada pela equação $x(t) = 50+10t^2$, onde a posição é dada em metros e o tempo em segundos.

a) Qual é a velocidade média do projétil durante os 3 primeiros segundos?
b) Qual é a sua velocidade no instante $t = 3\ s$?
c) Qual é a sua aceleração quando $t = 3\ s$?
d) Indicar graficamente essas respostas

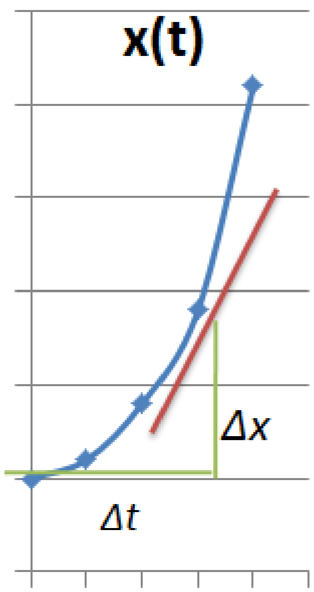
a) $\bar{v} = \dfrac{x(3) - x(0)}{3 - 0} = 30 \text{ m/s}$

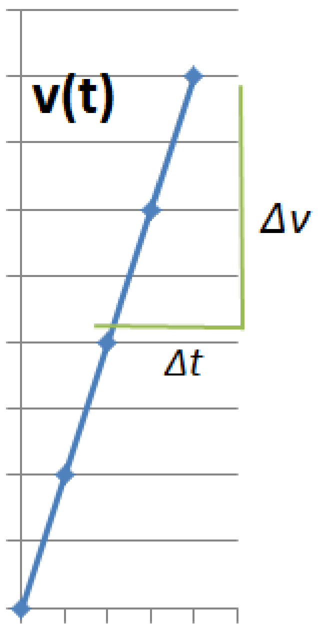
b) $v(t) = \dfrac{d}{dt} x(t) \Rightarrow v(t) = 20t$

$v(3) = 60 \text{ m/s}$

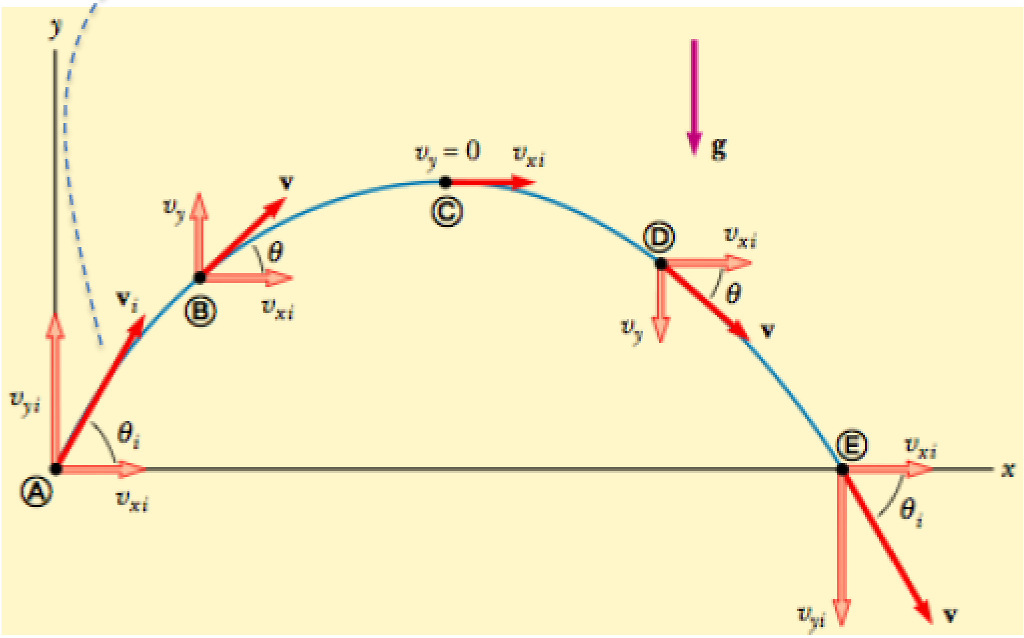
c) $a(t) = \dfrac{d}{dt} v(t) \Rightarrow a(t) = 20$

$a(3) = 20 \text{ m/s}^2$





Movimento bidimensional de um projétil



$$\cos\theta_i = \frac{v_{xi}}{v_i} \quad \text{e} \quad \sin\theta_i = \frac{v_{yi}}{v_i}$$

$$\begin{cases} v_{xi} = v_i \cos\theta_i \\ v_{yi} = v_i \sin\theta_i \end{cases}$$

$$v = \left|\vec{v}\right| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

- Superposição de dois movimentos:
  - Velocidade constante na <u>direção horizontal</u> $\begin{cases} x_f = x_i + v_{xi}t = (v_i \cos\theta_i)t \\ v_{xf} = v_{xi} = v_i \cos\theta_i = \text{ cte} \end{cases}$
  - Aceleração constante na <u>direção vertical</u> $\begin{cases} y_f = y_i + v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2 = (v_i \sin\theta_i)t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_{yf} = v_{yi} - gt = v_i \sin\theta_i - gt \end{cases}$

Equação da trajetória

$$\begin{cases} x_i = 0 \\ y_i = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_f = v_{xi}t \rightarrow t = \dfrac{x}{v_{xi}} \\ y_f = v_{yi}t - \dfrac{1}{2}gt^2 \rightarrow y = v_{yi}\dfrac{x}{v_{xi}} - \dfrac{1}{2}g\left(\dfrac{x}{v_{xi}}\right)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tan\theta_i = \dfrac{v_{yi}}{v_{xi}} \\ v_{xi} = v_i\cos\theta_i \end{cases} \Rightarrow \boxed{y = (\tan\theta_i)x - \dfrac{g}{2(v_i\cos\theta_i)^2}x_f^{\,2}}$$

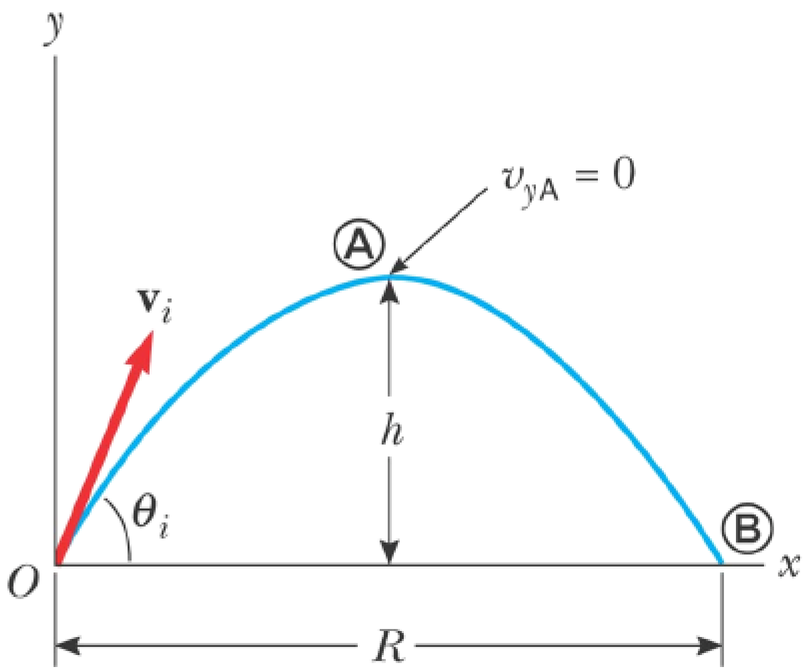
A equação da trajetória é da forma $y = bx - ax^2 \quad \Rightarrow$ Parábola

A trajetória encontra seu ponto de máximo em $x = -b/2a$

$$\begin{cases} b = \tan\theta_i \\ a = \dfrac{-g}{2(v_i\cos\theta_i)^2} \end{cases} \Rightarrow x_{y_{max}} = \dfrac{\tan\theta_i(v_i\cos\theta_i)^2}{g}$$

$$x_{y_{max}} = \frac{v_i^2}{g}\frac{\sin\theta_i}{\cos\theta_i}\cos^2\theta_i \Rightarrow \boxed{x_{y_{max}} = \frac{v_i^2}{2g}\sin 2\theta_i}$$

Alcance horizontal e altura máxima de um projétil



Altura Máxima:

$$v_{yf} = v_{yi} + a_y t$$

$$0 = v_i \sin\theta - g t_A$$

$$t_A = \frac{v_i \sin\theta_i}{g}$$

$$h = (v_i \sin\theta_i)\frac{v_i \sin\theta_i}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_i \sin\theta_i}{g}\right)^2$$

$$h = \frac{v_i^2 \sin^2\theta_i}{2g}$$

Distância atingida: $t_B = 2t_A$

$$R = v_{xi} t_B = (v_i \cos\theta_i) 2t_A$$

$$= (v_i \cos\theta_i)\frac{2v_i \sin\theta_i}{g} = \frac{v_i^2 \boxed{(2\sin\theta_i \cos\theta_i)}}{g} \quad \rightarrow \quad R = \frac{v_i^2 \boxed{\sin 2\theta_i}}{g}$$

Exemplo 6

Um saltador pula com uma velocidade de 11 m/s a um ângulo de 20º.

a)Qual a distância que ele salta?

b)A que altura do solo ele chega?

Exemplo 6

Um saltador pula com uma velocidade de 11 m/s a um ângulo de 20º.
a)Qual a distância que ele salta?
b)A que altura do solo ele chega?

$$\left| \begin{array}{l} x_i = 0 \\ y_i = 0 \end{array} \right| \begin{array}{l} v_i = 11\,\text{m/s} \\ \theta_i = 20^\circ \end{array} \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -9,8\,\text{m/s}^2 \end{array} \right| \begin{array}{l} v_x = v\cos\theta \rightarrow v_{xi} = 10,3\,\text{m/s} \\ v_y = v\sin\theta \rightarrow v_{yi} = 3,8\,\text{m/s} \end{array}$$

a)
$$\begin{cases} x = x_i + v_{xi}t + a_x t^2/2 \rightarrow x = 10,3\,t \\ y = yi + v_{yi}t + a_y t^2/2 \rightarrow y = 3,8\,t - 4,9\,t^2 \end{cases}$$

$$y(t) = 0 \Rightarrow 0 = 3,8\,t - 4,9\,t^2 \rightarrow t = 0,78\,\text{s}$$

$$x(0,78) = 10,3 \times 0,78 = 8 \quad \rightarrow \boxed{d = 8\,\text{m}}$$

b)
$$v_y = v_{yi} + a_y t \rightarrow v_y = 3,8 - 9,8\,t$$

$$v_y = 0 \Rightarrow 0 = 3,8 - 9,8\,t \rightarrow t = 0,39\,\text{s}$$

$$y(0,39) = 3,8 \times 0,39 - 4,9 \times 0,39^2 = 0,74 \quad \rightarrow \boxed{h_{max} = 0,74\,\text{m}}$$

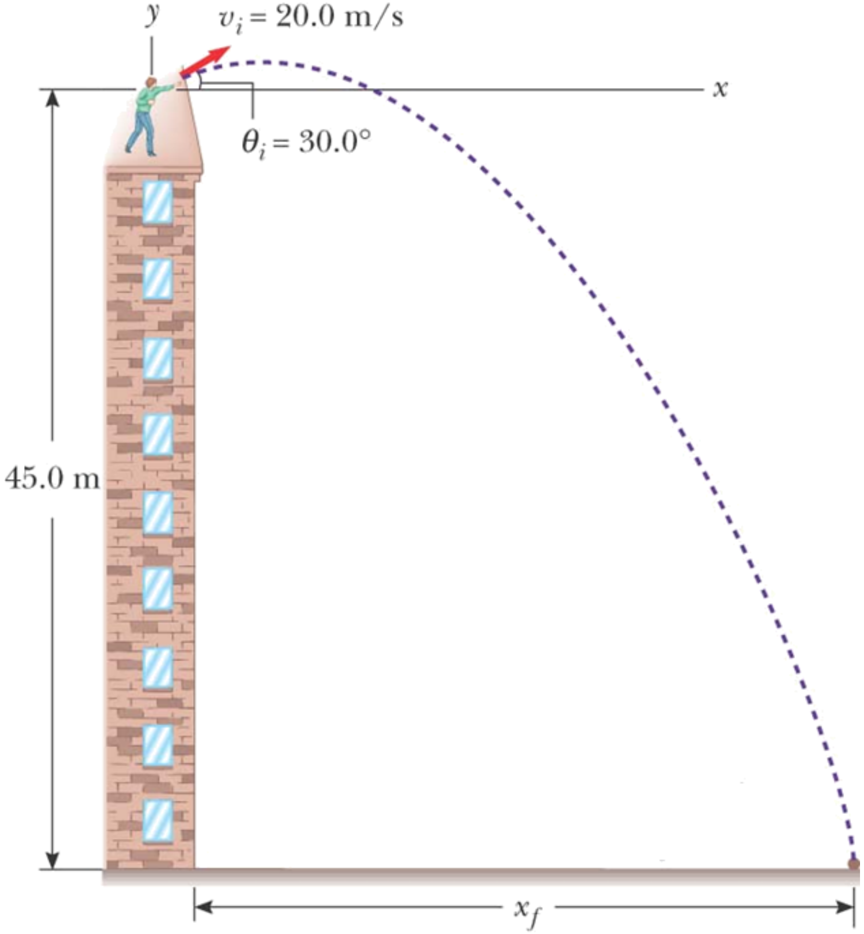
Exemplo 7

Uma pedra é atirada do topo de um prédio de 45 metros de altura a um ângulo de 30º com a horizontal à velocidade de 20 m/s.

a)Quanto tempo ela demora para chegar no chão?

b)Com que velocidade ela bate no chão?

c)A que distância?



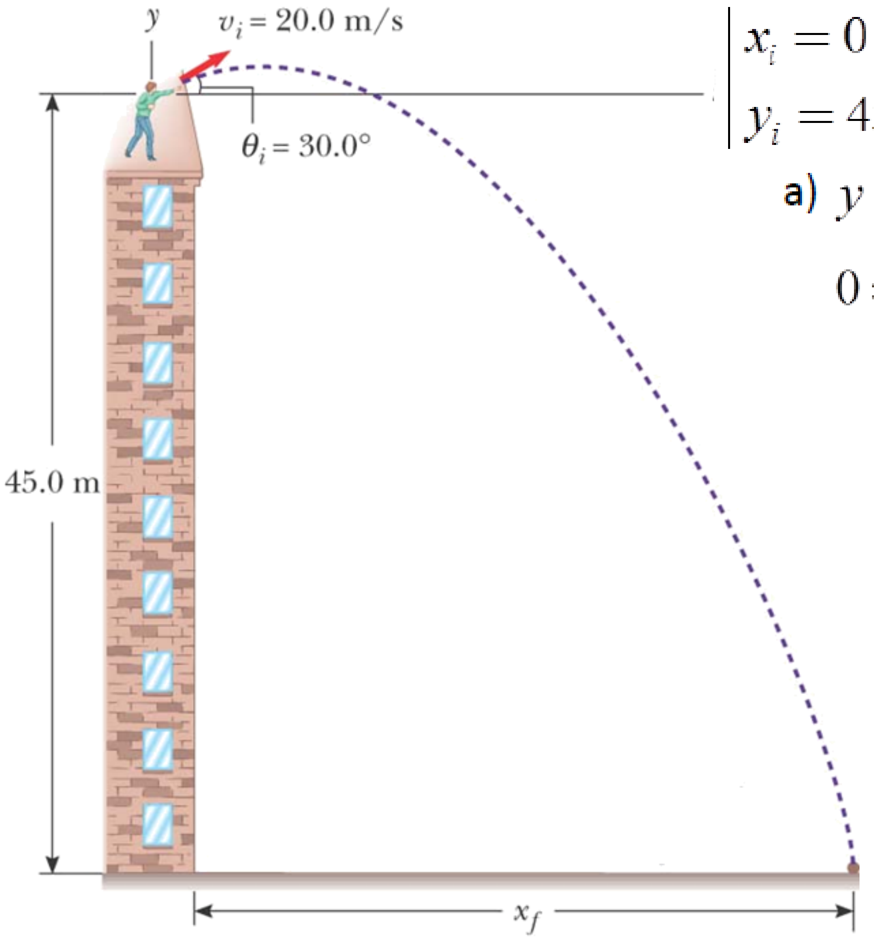
Exemplo 7

Uma pedra é atirada do topo de um prédio de 45 metros de altura a um ângulo de 30º com a horizontal à velocidade de 20 m/s.

a)Quanto tempo ela demora para chegar no chão?

b)Com que velocidade ela bate no chão?

c)A que distância?



$$\left| \begin{array}{l} x_i = 0 \\ y_i = 45 \end{array} \right| \begin{array}{l} v_{xi} = v\cos\theta \rightarrow v_{xi} = 17,3 \\ v_{yi} = v\sin\theta \rightarrow v_{yi} = 10,0 \end{array} \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -9,8 \end{array} \right.$$

a) $y = y_i + v_{yi}t + a_y t^2/2$

$$0 = 45 + 10t - 4,9t^2 \quad \rightarrow \quad \boxed{t = 4,2 \text{ s}}$$

b) $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_{xi}^2 + \left(v_{yi} + a_y t\right)^2}$

$$v(4,2) = \sqrt{17,3^2 + (10 - 9,8 \times 4,2)^2}$$

$$\boxed{v = 36 \text{ m/s}}$$

c) $x = x_i + v_x t$

$$x(4,2) = 17,3 \times 4,2 \quad \rightarrow \quad \boxed{d = 73 \text{ m}}$$

Exemplo 8

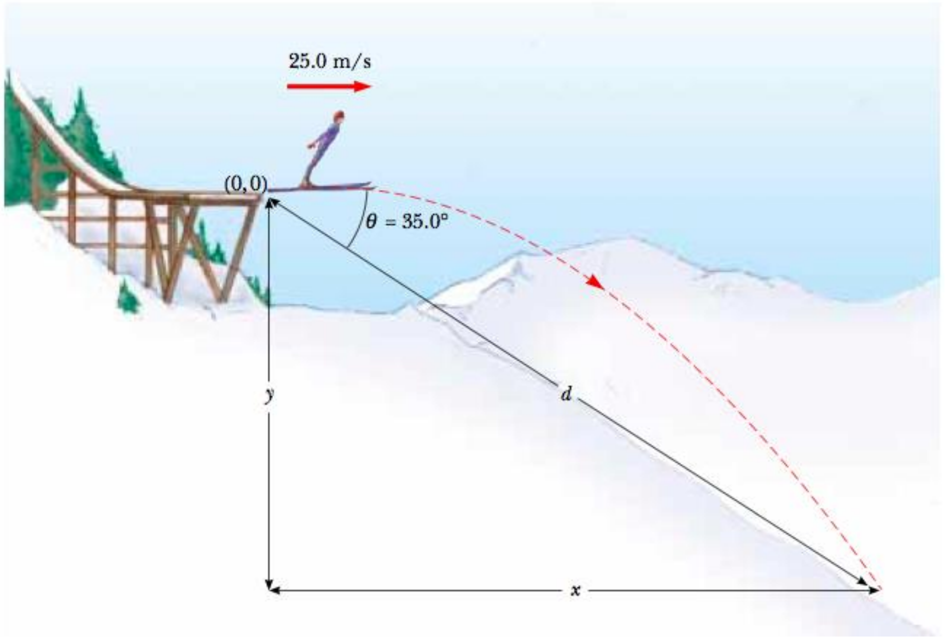
Um esquiador salta de uma rampa na direção horizontal a 25 m/s sobre uma ladeira com inclinação de 35º .

a)Quanto tempo ele fica no ar?

b)A que distância na horizontal ele pousa?

c)Qual a altura do salto?

d)Qual a sua velocidade quando ele pousa?



Exemplo 8

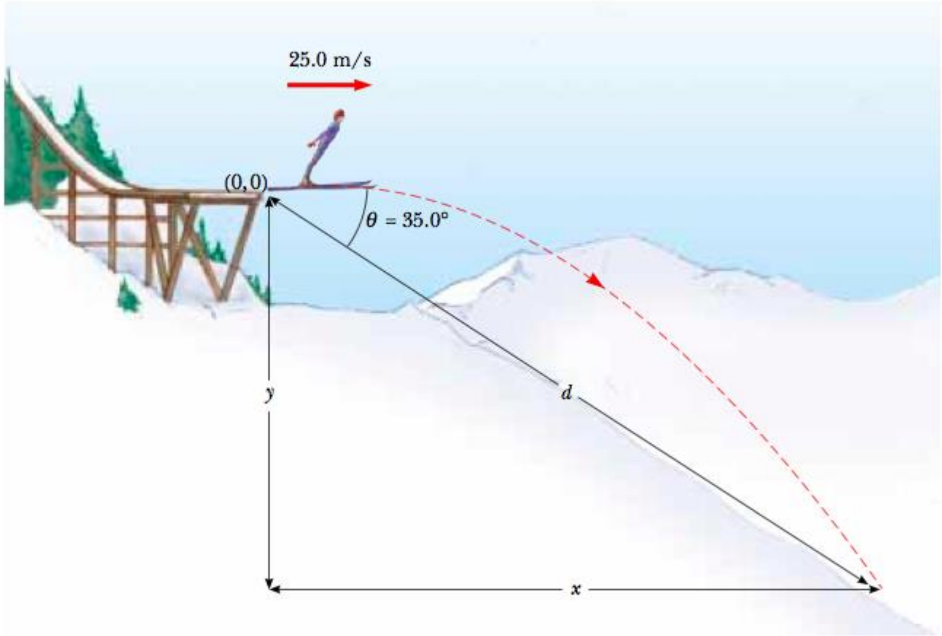
Um esquiador salta de uma rampa na direção horizontal a 25 m/s sobre uma ladeira com inclinação de 35º .

a)Quanto tempo ele fica no ar?

b)A que distância na horizontal ele pousa?

c)Qual a altura do salto?

d)Qual a sua velocidade quando ele pousa?



$$\begin{cases} x_i = 0 \\ y_i = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} v_{xi} = 25 \text{ m/s} \\ v_y i = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 9{,}8 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

$a)$

$$\left.\begin{aligned} x_f &= x_i + v_{xi} t_f = 25 t_f = d\cos\theta \\ y_f &= y_i + v_{yi} t_f + \frac{a_y t_f^2}{2} = 4{,}9 t_f^2 = d\,\text{sen}\theta \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{tg}\theta = \frac{4{,}9 t_f^2}{25 t_f} \Rightarrow tg35^o = 0{,}196 t_f \Rightarrow t_f = 3{,}6 \text{ s}$$

b) $x_f = 25 t_f = 25 \cdot 3{,}6 = 90 \text{ m}$

c) $y_f = 4{,}9 t_f^2 = 4{,}9 \cdot 3{,}6^2 = 63{,}5 \text{ m}$

d) $v_x = v_{xi} = 25 \text{ m/s}$

$v_y = v_{yi} + a_y t = 0 + 9{,}8 \cdot 3{,}6 = 35{,}3 \text{ m/s}$

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{25^2 + 35{,}3^2} \approx \sqrt{1870} \approx 43 \text{ m/s}$

Bibliografia

Serway, R. A.; Jewett Jr., J. W. *Princípios de Física - Mecânica Clássica*, Vol. 1, cap. 2, Cengage Learning, 2004.