Centro de Ciências Naturais e Humanas (CCNH)
Universidade Federal do ABC (UFABC)

Fenômenos Mecânicos
Aula 5

Prof. Marcelo A. Leigui de Oliveira
(leigui@ufabc.edu.br)

08/03/2023

Universidade Federal do ABC

O que veremos hoje...

- Aplicações das Leis de Newton
  - Equilíbrio
  - Plano inclinado
  - Vários objetos (roldanas)
  - Forças de atrito
  - Forças dependentes da velocidade

Objetos em equilíbrio

- Se a aceleração de um objeto que pode ser modelado como uma partícula for zero, o objeto é dito como estando em **equilíbrio**

- Matematicamente, a força resultante atuando no objeto é nula ou igual a zero

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_z = 0 \end{cases}$$

Equilíbrio

- Um lustre está suspenso por uma corrente de massa desprezível
- As forças atuando no lustre são
  - a força da gravidade ($\boldsymbol{F}_g$)
  - a tensão na corrente ($\boldsymbol{T}$)
- O equilíbrio fornece:

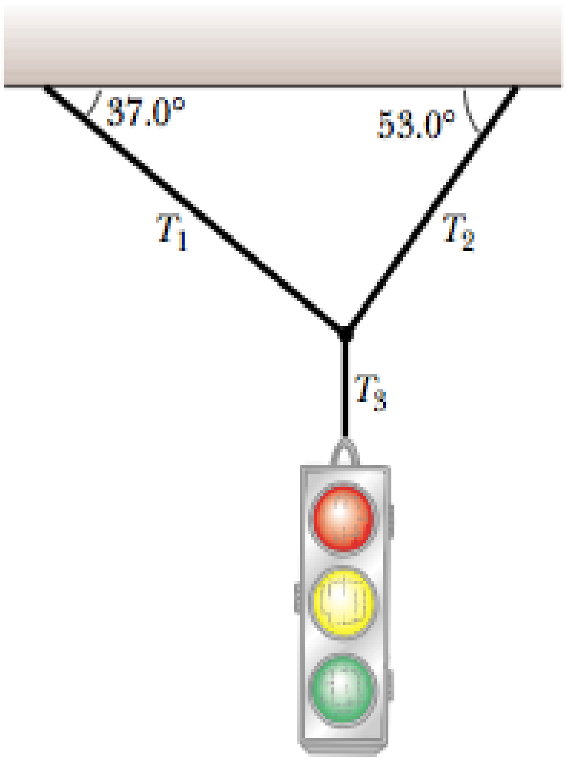
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T - F_g = 0 \Rightarrow \boxed{T = F_g}$$

Equilíbrio

- As forças que atuam na corrente são T' e T''
- T'' é a força exercida pelo teto
- T' é a força exercida pelo lustre
- T' é a força de reação a T
- Somente T está no diagrama de corpo livre do lustre, uma vez que T' e T'' não atuam nele

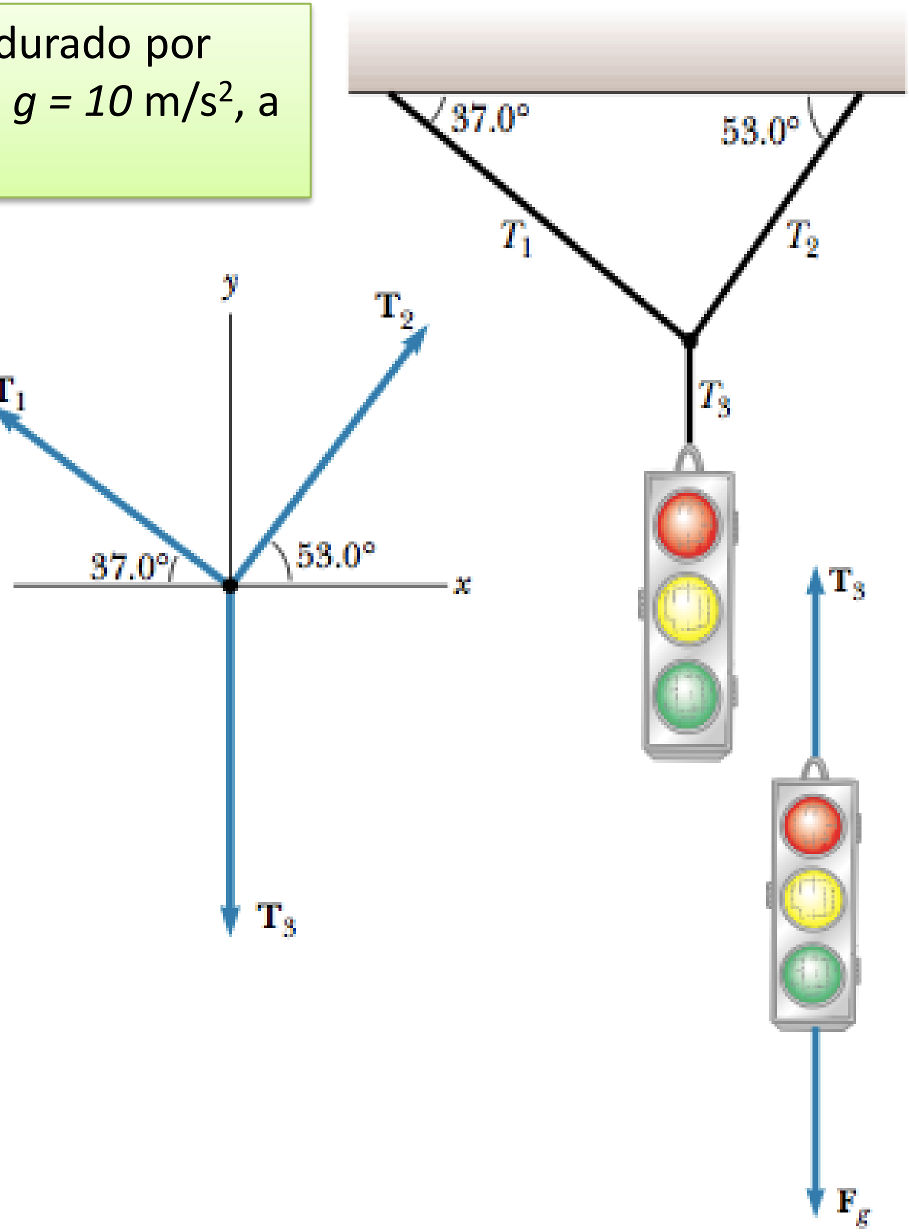
Exemplo de Aplicação 1: tração

Um semáforo com massa de 12,5 kg está pendurado por cabos como mostra a figura. Considerando-se $g = 10$ m/s^2, a força de tração exercida nos cabos será:



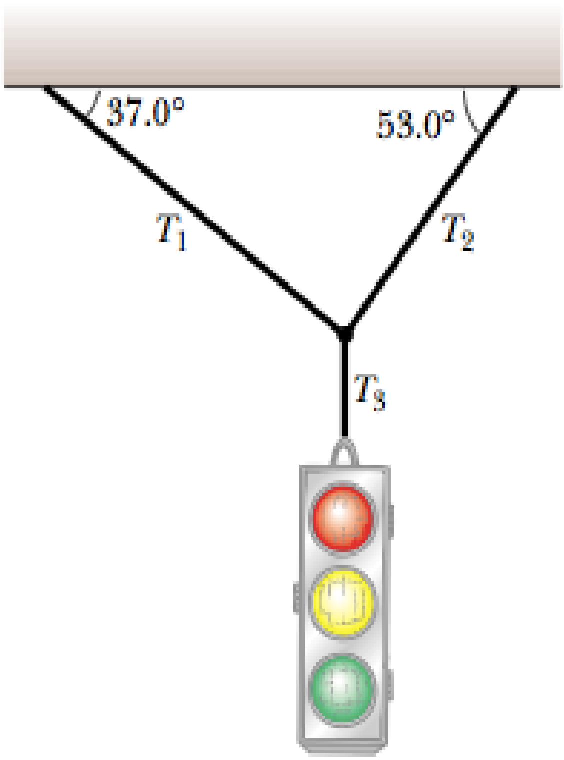
Exemplo de Aplicação 1: tração

Um semáforo com massa de 12,5 kg está pendurado por cabos como mostra a figura. Considerando-se $g = 10$ m/s^2, a força de tração exercida nos cabos será:



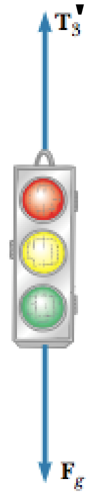
Exemplo de Aplicação 1: tração

Um semáforo com massa de 12,5 kg está pendurado por cabos como mostra a figura. Considerando-se $g = 10$ m/s^2, a força de tração exercida nos cabos será:

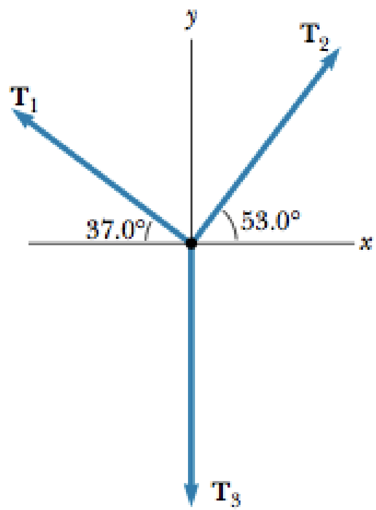


No semáforo:

$$\vec{F}_g = -mg\,\hat{j} = -125\hat{j} = -\vec{T}_3{}'$$



No nó:



$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 = 0$$

$$\vec{T}_1 = -T_1 \cos\theta_1 \hat{i} + T_1 \operatorname{sen}\theta_1 \hat{j}$$

$$\vec{T}_2 = T_2 \cos\theta_2 \hat{i} + T_2 \operatorname{sen}\theta_2 \hat{j}$$

$$\vec{T}_3 = \vec{F}_g = -125\hat{j}$$

$$\begin{cases} -T_1\cos\theta_1 + T_2\cos\theta_2 = 0 \\ T_1\operatorname{sen}\theta_1 + T_2\operatorname{sen}\theta_2 - 125 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -T_1\cos\theta_1\operatorname{sen}\theta_1 + T_2\cos\theta_2\operatorname{sen}\theta_1 = 0 \\ T_1\operatorname{sen}\theta_1\cos\theta_1 + T_2\operatorname{sen}\theta_2\cos\theta_1 - 125\cos\theta_1 = 0 \end{cases} \oplus$$

$$\Rightarrow T_2\left(\operatorname{sen}\theta_2\cos\theta_1 + \cos\theta_2\operatorname{sen}\theta_1\right) - 125\cos\theta_1 = 0 \Rightarrow$$

$$T_2 = {}^{125\cos\theta_1}\!/\!_{\operatorname{sen}(\theta_1+\theta_2)} = {}^{125\cos 37^{\text{o}}}\!/\!_{\operatorname{sen}(90^{\text{o}})} \approx 125\cdot 0{,}799 \Rightarrow \boxed{T_2 = 99{,}8N}$$

$$T_1 = {}^{T_2\cos\theta_2}\!/\!_{\cos\theta_1} = {}^{99{,}8\cos 53^{\text{o}}}\!/\!_{\cos 37^{\text{o}}} \approx {}^{99{,}8\cdot 0{,}602}\!/\!_{0{,}799} \Rightarrow \boxed{T_1 = 75{,}2N}$$

Objetos sob a ação de uma força resultante

- Se um objeto que pode ser modelado como uma partícula sofre uma aceleração, deve haver uma força resultante não nula atuando sobre ele

- Desenhe o diagrama de forças

- Aplique a 2ª lei de Newton na forma de componentes

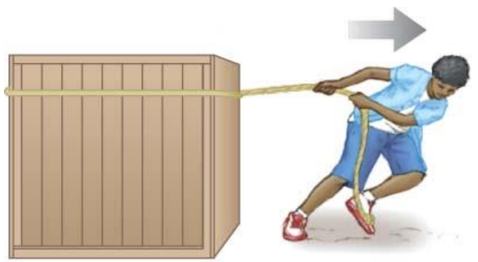
2ª Lei de Newton

- Forças atuando numa caixa:

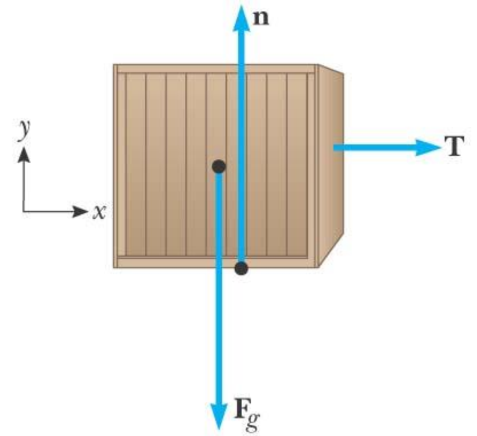
  - A tensão, com módulo de força **T**

  - A força gravitacional, $\boldsymbol{F}_g$

  - A força normal, **n**, exercida pelo chão



(a)



2ª Lei de Newton

- Aplicar a 2ª lei de Newton para as componentes x e y:

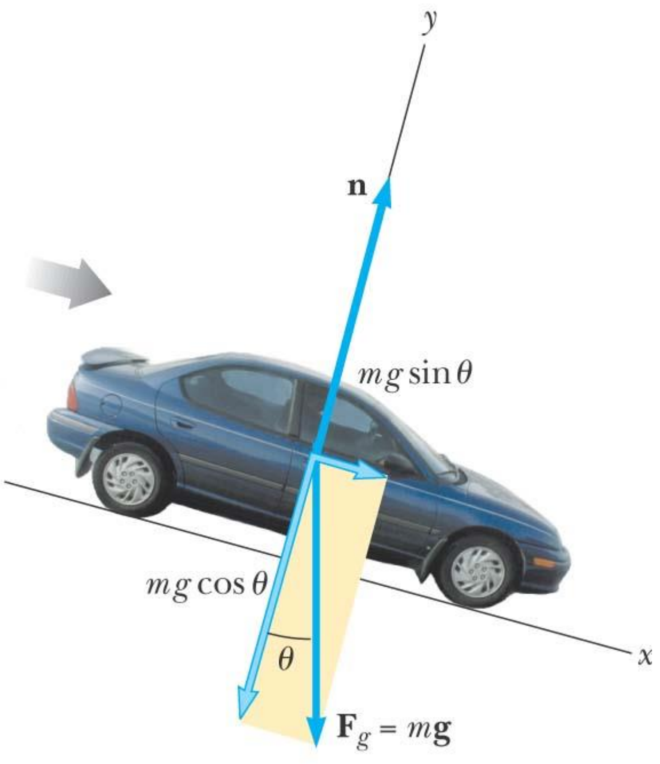
$$\sum F_x = T = ma_x$$
$$\sum F_y = n - F_g = 0 \rightarrow n = F_g$$

- Encontrar a(s) incógnita(s)

- Se T é constante, então a é constante e as equações de movimento podem ser usadas para melhor descrever o movimento da caixa

Planos inclinados

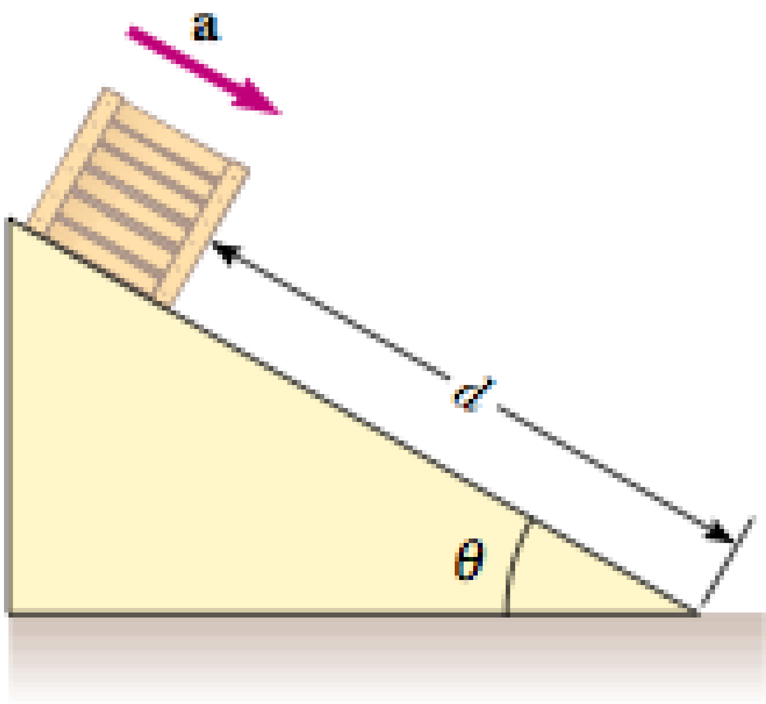
- Forças atuando no objeto:
  - A força normal, $\boldsymbol{n}$, atua perpendicularmente ao plano
  - A força gravitacional, $\boldsymbol{F}_g$, atua em linha reta para baixo
- Escolha o sistema de coordenadas de modo que x aponte na direção do plano inclinado e y seja perpendicular à inclinação
- Substitua a força gravitacional por suas componentes



Exemplo de Aplicação 2: plano inclinado

Uma caixa de massa m desliza em um plano inclinado sem atrito.

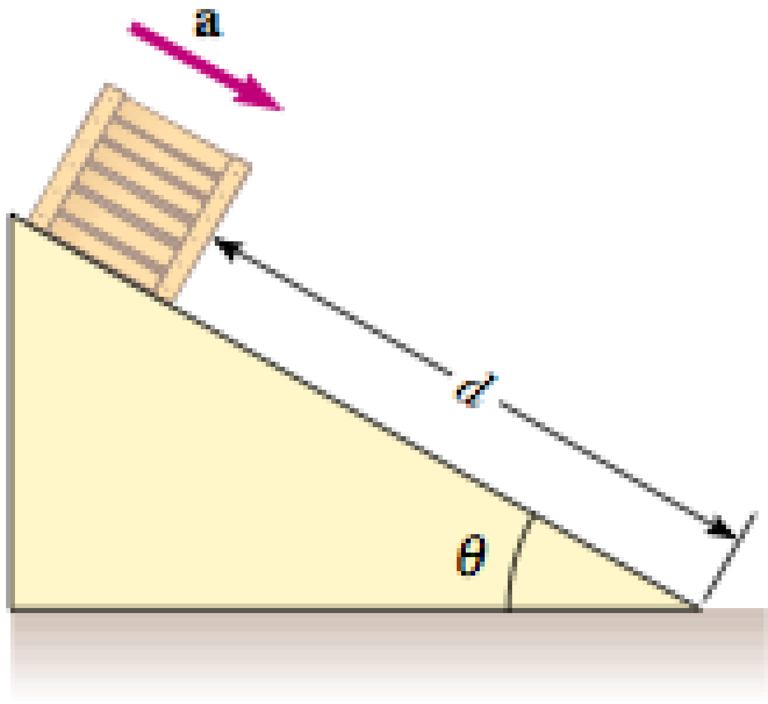
a) Qual a sua aceleração?
b) Qual sua velocidade após percorrer uma distância *d*?
c) Em quanto tempo ela percorre essa distância?

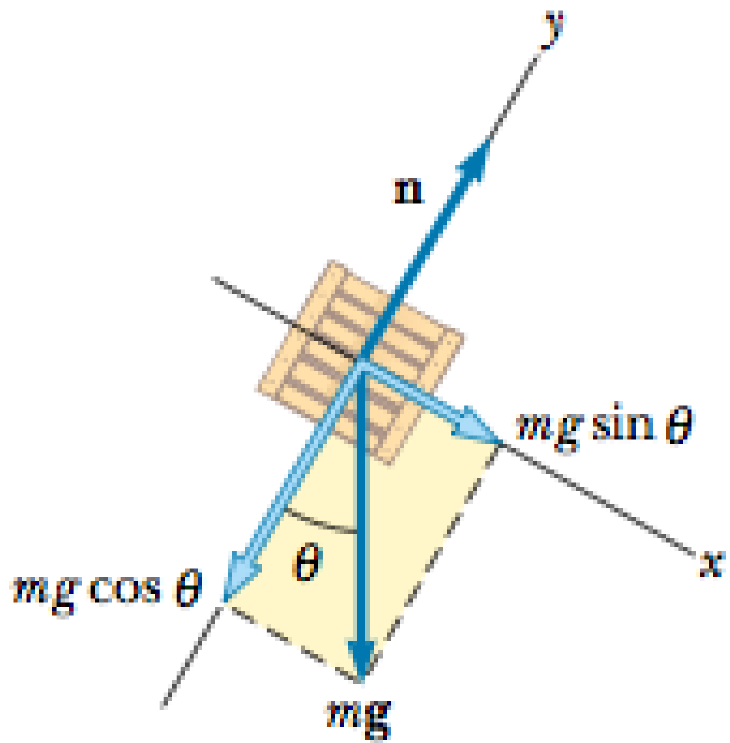


Exemplo de Aplicação 2: plano inclinado

Uma caixa de massa m desliza em um plano inclinado sem atrito.

a) Qual a sua aceleração?
b) Qual sua velocidade após percorrer uma distância *d*?
c) Em quanto tempo ela percorre essa distância?





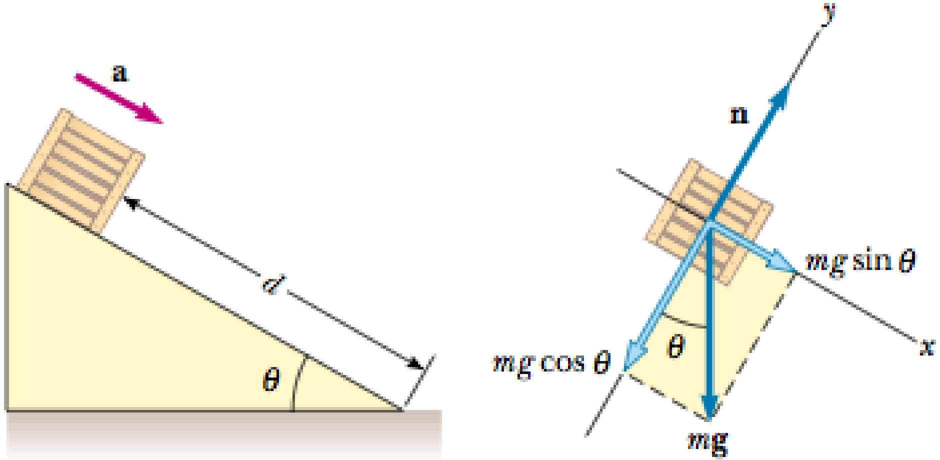
Exemplo de Aplicação 2: plano inclinado

Uma caixa de massa m desliza em um plano inclinado sem atrito.

a) Qual a sua aceleração?

b) Qual sua velocidade após percorrer uma distância *d*?

c) Em quanto tempo ela percorre essa distância?



a)

$$\vec{F}_R = \vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} = mg\,\mathrm{sen}\,\theta\,\hat{i} - mg\cos\theta\,\hat{j}$$

$$\vec{N} = mg\cos\theta\,\hat{j}$$

$$\vec{F}_R = mg\,\mathrm{sen}\,\theta\,\hat{i} = m\vec{a} \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{a} = g\,\mathrm{sen}\,\theta\,\hat{i}} \Rightarrow \begin{cases} a_x = g\,\mathrm{sen}\,\theta \\ a_y = 0 \end{cases}$$

b)

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) = 2ad \Rightarrow$$

$$\boxed{v = \sqrt{2dg\,\mathrm{sen}\,\theta}}$$

c) $v = v_0 + at \Rightarrow$

$$t = \frac{v}{a} = \frac{\sqrt{2dg\,\mathrm{sen}\,\theta}}{g\,\mathrm{sen}\,\theta} \Rightarrow$$

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2d}{g\,\mathrm{sen}\,\theta}}}$$

Vários objetos

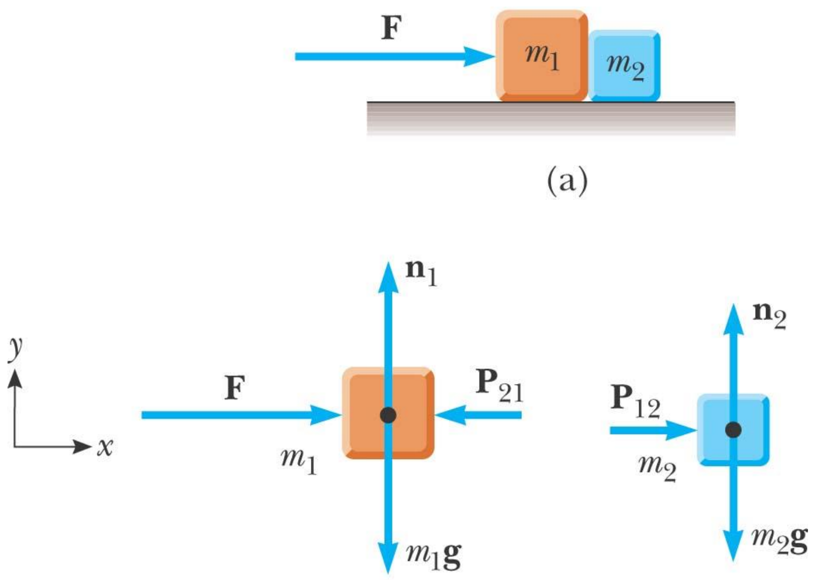
- Quando dois ou mais objetos são conectados ou estão em contato, as leis de Newton podem ser aplicadas ao sistema como um todo e/ou a cada objeto individualmente

- Qualquer que seja a estratégia que você use para resolver o problema, a outra pode ser usada para conferir se o que você fez está certo!

Vários objetos

- Primeiro, trate o sistema como um todo:

$$\sum F_x = m_{\text{sistema}} a_x$$



- Aplique as leis de Newton aos blocos individuais
- Encontre a(s) incógnita(s)
- Verifique: $|\mathbf{P}_{21}| = |\mathbf{P}_{12}|$

Exemplo de Aplicação 3: força de contato

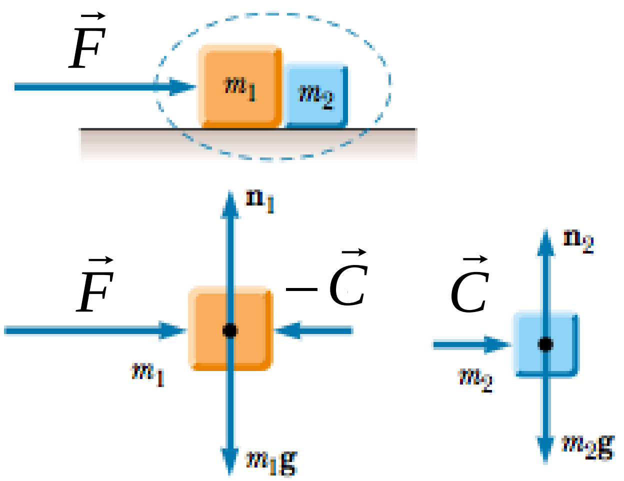
Uma certa força de 100 N é aplicada sobre um bloco de 9 kg em contato com outro bloco de 1 kg sobre uma superfície sem atrito.

a) Qual a aceleração total do sistema?
b) Qual a força com que o bloco 1 empurra o bloco 2 e vice-versa?
c) Se uma força externa fosse aplicada sobre o bloco 2, qual seria a força com que os blocos se empurram?

Exemplo de Aplicação 3: força de contato

Uma certa força de 100 N é aplicada sobre um bloco de 9 kg em contato com outro bloco de 1 kg sobre uma superfície sem atrito.

a) Qual a aceleração total do sistema?
b) Qual a força com que o bloco 1 empurra o bloco 2 e vice-versa?
c) Se uma força externa fosse aplicada sobre o bloco 2, qual seria a força com que os blocos se empurram?



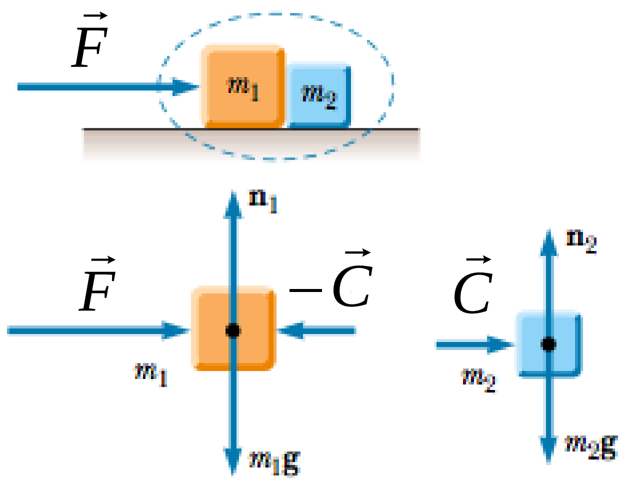
Exemplo de Aplicação 3: força de contato

Uma certa força de 100 N é aplicada sobre um bloco de 9 kg em contato com outro bloco de 1 kg sobre uma superfície sem atrito.

a) Qual a aceleração total do sistema?

b) Qual a força com que o bloco 1 empurra o bloco 2 e vice-versa?

c) Se a força externa fosse aplicada sobre o bloco 2, qual seria a força com que os blocos se empurram?



a)

$$\vec{F} = (m_1 + m_2)\vec{a} \Rightarrow F\,\hat{i} = (m_1 + m_2)a\,\hat{i}$$

$$\Rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{10}{9+1} \Rightarrow \boxed{a = 10\,\mathrm{m/s^2}}$$

b)

$$C = m_2 a = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right)F = \left(\frac{1}{9+1}\right)100 \Rightarrow$$

$$\boxed{C = 10\ \mathrm{N}}$$

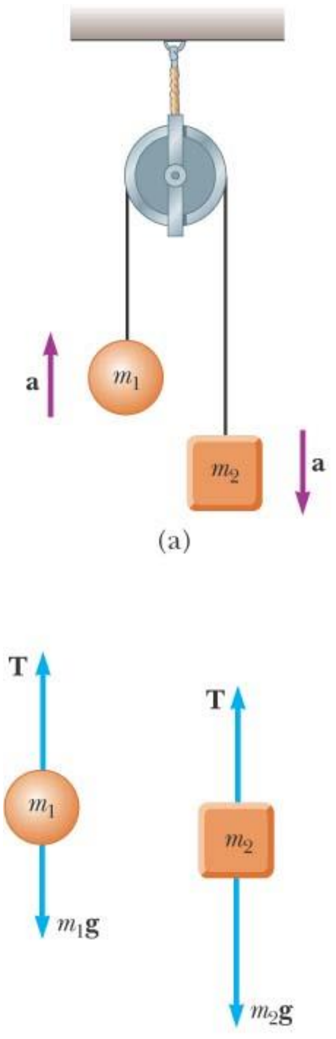
c) $F' = -F \quad \text{e} \quad a' = -a$

$$C' = m_1 a = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)F' = -\left(\frac{9}{9+1}\right)100 \Rightarrow$$

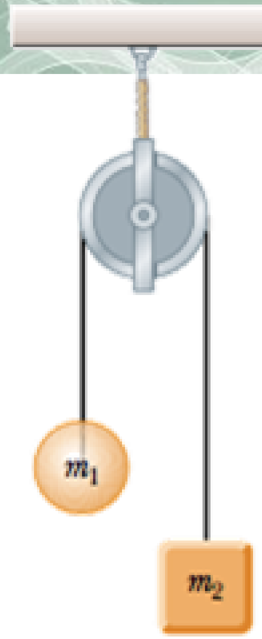
$$\boxed{C' = -90\ \mathrm{N}}$$

Vários objetos

- Forças atuando nos objetos:
  - Tensão (mesma para ambos os objetos, uma corda)
  - Força gravitacional
- Cada objeto tem a mesma aceleração uma vez que eles estão conectados
- Desenhe os diagramas de forças
- Aplique as leis de Newton
- Encontre a(s) incógnita(s)

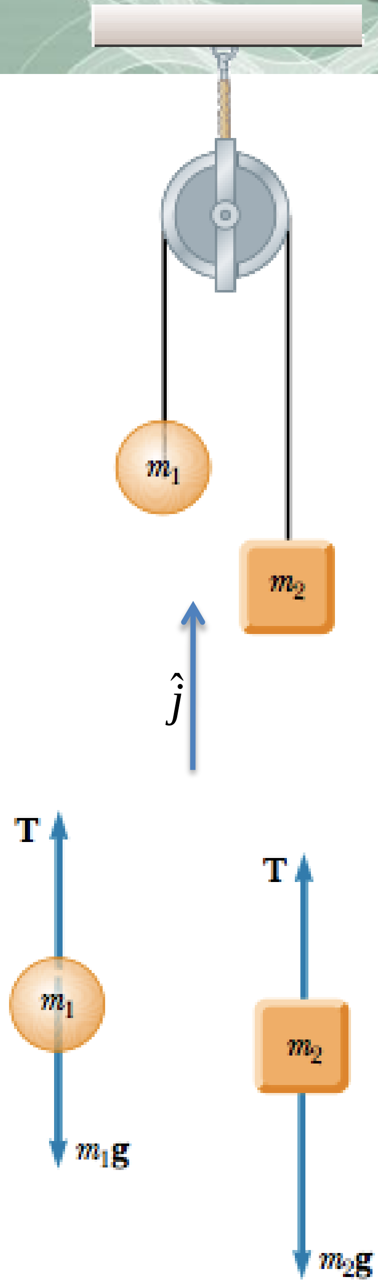


Exemplo de Aplicação 4: máquina de Atwood



Dois objetos estão pendurados por um cabo de massa desprezível que passa por uma polia de massa também desprezível que gira sem atrito. Determine a aceleração dos dois objetos e a tração exercida na corda.

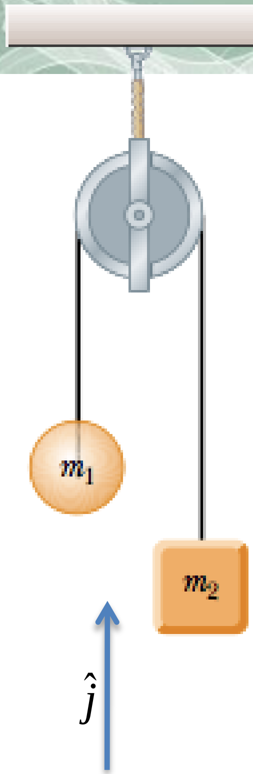
Exemplo de Aplicação 4: máquina de Atwood

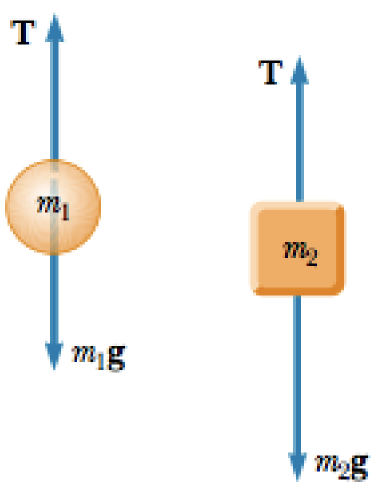


Dois objetos estão pendurados por um cabo de massa desprezível que passa por uma polia de massa também desprezível que gira sem atrito. Determine a aceleração dos dois objetos e a tração exercida na corda.

Exemplo de Aplicação 4: máquina de Atwood

Dois objetos estão pendurados por um cabo de massa desprezível que passa por uma polia de massa também desprezível que gira sem atrito. Determine a aceleração dos dois objetos e a tração exercida na corda.





$$\vec{F}_1 = \vec{T}_1 + \vec{P}_1 = (T - m_1 g)\,\hat{j} = m_1 a_1\,\hat{j}$$

$$\vec{F}_2 = \vec{T}_2 + \vec{P}_2 = (T - m_2 g)\,\hat{j} = m_2 a_2\,\hat{j}$$

$$a_1 = -a_2 \Rightarrow \frac{T - m_1 g}{m_1} = -\frac{T - m_2 g}{m_2} \Rightarrow$$

$$m_2(T - m_1 g) = -m_1(T - m_2 g) \Rightarrow$$

$$\boxed{T = \left(\frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right) g}$$

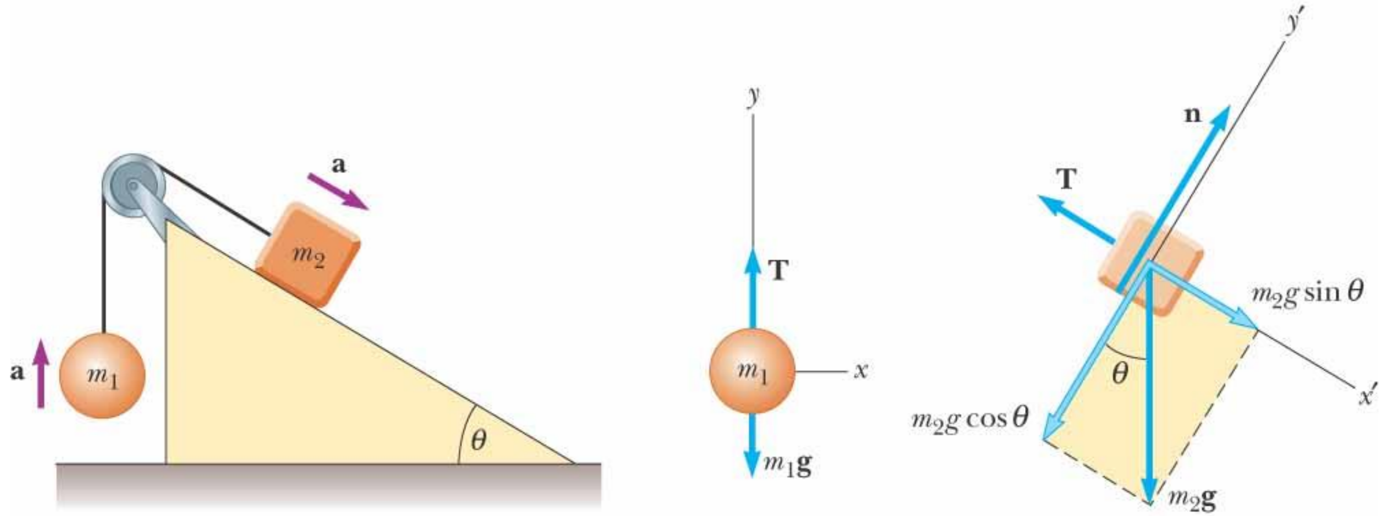
$$\vec{a}_1 = \frac{1}{m_1}\left(\frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} - m_1\right) g\,\hat{j} \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{a}_1 = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) g\,\hat{j}}$$

$$\vec{a}_2 = \frac{1}{m_2}\left(\frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} - m_2\right) g\,\hat{j} \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{a}_2 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) g\,\hat{j}} = -\vec{a}_1$$

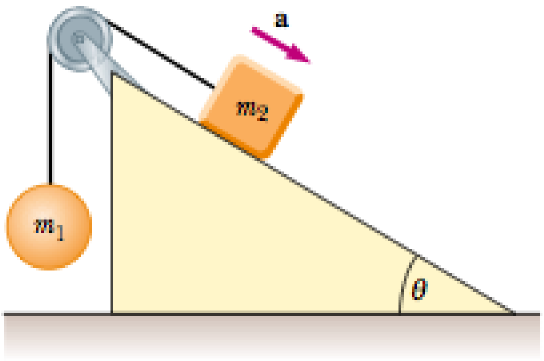
Vários objetos



- Desenhe o diagrama de forças para cada objeto
  - Ligados por uma corda, então a tensão é a mesma para ambos os objetos
  - Em contato, então a aceleração é a mesma para ambos os objetos
- Aplique as leis de Newton
- Encontre a(s) incógnita(s)

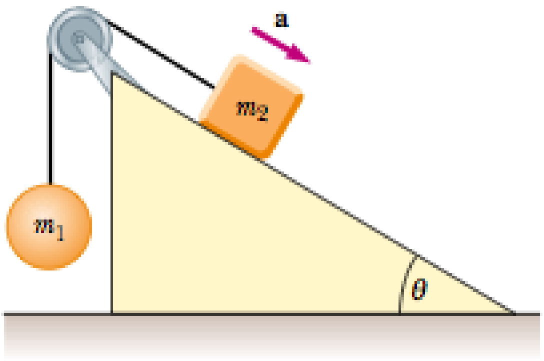
Exemplo de Aplicação 5: objetos conectados

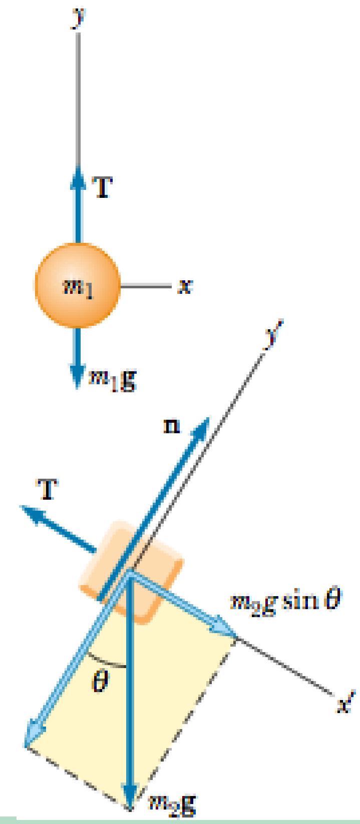
Uma bola de massa m_1 e um bloco de massa m_2 estão conectados através de uma corda inextensível, de massa desprezível, conforme mostra a figura. Considerando que o bloco desliza sem atrito, calcule o módulo da aceleração dos objetos e a tensão na corda.



Exemplo de Aplicação 5: objetos conectados

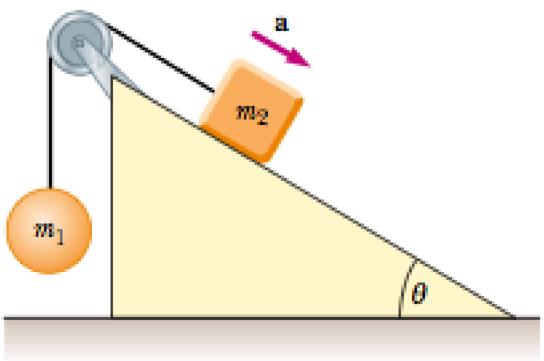
Uma bola de massa m_1 e um bloco de massa m_2 estão conectados através de uma corda inextensível, de massa desprezível, conforme mostra a figura. Considerando que o bloco desliza sem atrito, calcule o módulo da aceleração dos objetos e a tensão na corda.





Exemplo de Aplicação 5: objetos conectados

Uma bola de massa m_1 e um bloco de massa m_2 estão conectados através de uma corda inextensível, de massa desprezível, conforme mostra a figura. Considerando que o bloco desliza sem atrito, calcule o módulo da aceleração dos objetos e a tensão na corda.



$$\vec{F}_1^R = \vec{T}_1 + \vec{P}_1 = (T - m_1 g)\,\hat{\imath}$$

$$\vec{F}_2^R = \vec{T}_2 + \vec{P}_2 + \vec{N} =$$

$$= -T\,\hat{l} + m_2 g\,\mathrm{sen}\,\theta\,\hat{l} - m_2 g\cos\theta\,\hat{n} + N\,\hat{n}$$

$$\text{Como } F_2^R\,\hat{n} = 0 \Rightarrow \begin{cases} N = m_2 g\cos\theta \\ \vec{F}_2^R = (m_2 g\,\mathrm{sen}\,\theta - T)\,\hat{l} \end{cases}$$

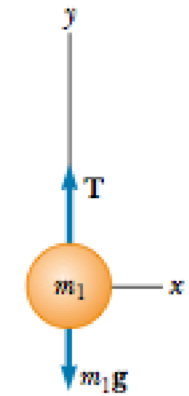
$$|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| \Rightarrow \frac{|\vec{F}_1^R|}{m_1} = \frac{|\vec{F}_2^R|}{m_2} \Rightarrow m_2 F_1^R = m_1 F_2^R$$

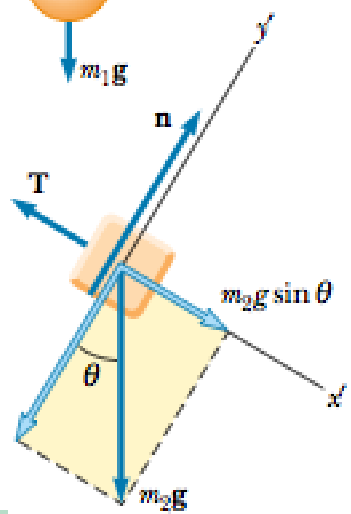
$$m_2(T - m_1 g) = m_1(m_2 g\,\mathrm{sen}\,\theta - T) \Rightarrow$$

$$\boxed{T = \frac{m_1 m_2 g(\mathrm{sen}\,\theta + 1)}{m_1 + m_2}}$$

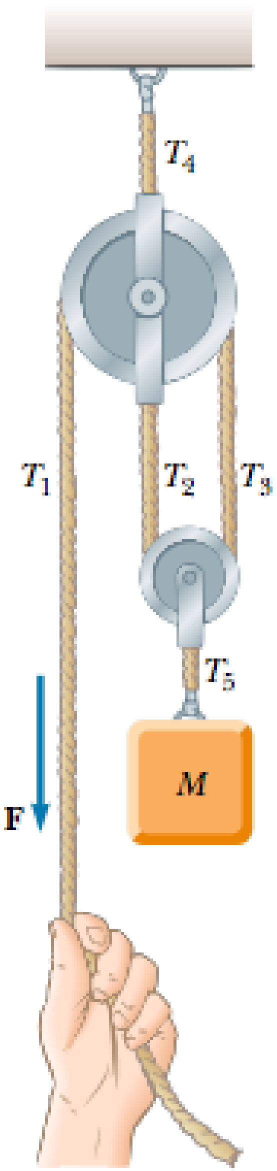
$$a_1 = \frac{1}{m_1}(T - m_1 g)$$

$$a_1 = a_2 = \boxed{a = \left(\frac{m_2\,\mathrm{sen}\,\theta - m_1}{m_1 + m_2}\right) g}$$



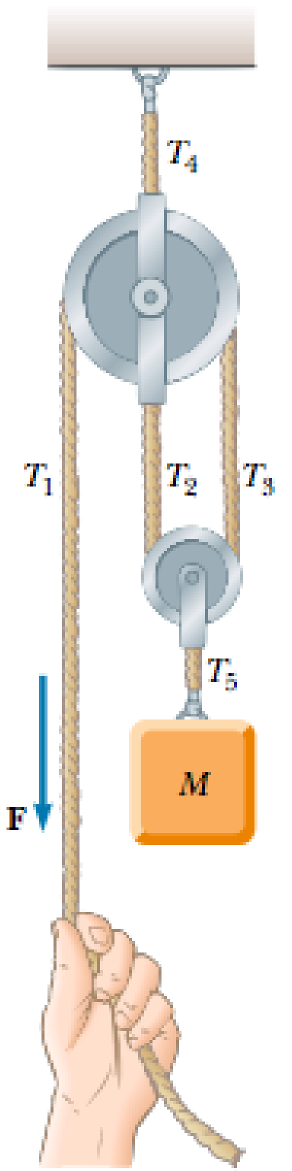


Exemplo de Aplicação 6: roldanas



Um objeto de massa *M* é seguro por uma força *F* através de um sistema de roldanas conforme mostrado na figura. Qual o valor de cada uma das trações? Qual o valor de *F*?

Exemplo de Aplicação 6: roldanas



Um objeto de massa *M* é seguro por uma força *F* através de um sistema de roldanas conforme mostrado na figura. Qual o valor de cada uma das trações? Qual o valor de *F*?

$$T_1 = F$$

$$T_2 + T_3 = T_5$$

$$T_1 + T_2 + T_3 = T_4$$

$$T_1 = T_2 = T_3 = T$$

$$T_5 = mg \Rightarrow 2T = mg$$

$$T_1 = T_2 = T_3 = \frac{1}{2} mg$$

$$T_4 = \frac{3}{2} mg$$

$$F = \frac{1}{2} mg$$

Exemplo 7

Um garoto de 32 kg sentado sobre um banco de 16 kg, se suspende conforme mostra a figura, fazendo uma força de 250 N. Qual a sua aceleração? Qual a força que ele faz sobre o banco? Use $g = 10\ m/s^2$.

Exemplo 7

Um garoto de 32 kg sentado sobre um banco de 16 kg, se suspende conforme mostra a figura, fazendo uma força de 250 N. Qual a sua aceleração? Qual a força que ele faz sobre o banco? Use *g = 10 m/s²*.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Garoto}: F_G^R = T + N - P_G = m_G a \\ \text{Banco}: F_B^R = T - N - P_B = m_B a\end{array}\right\}$$

Somando:

$$(m_G + m_B)a = 2T - (m_G + m_B)g \Rightarrow$$

$$a = \frac{2T}{m_G + m_B} - g = \frac{2 \cdot 250}{32 + 16} - 10 \Rightarrow \boxed{a = 0{,}42\,\text{m/s}^2}$$

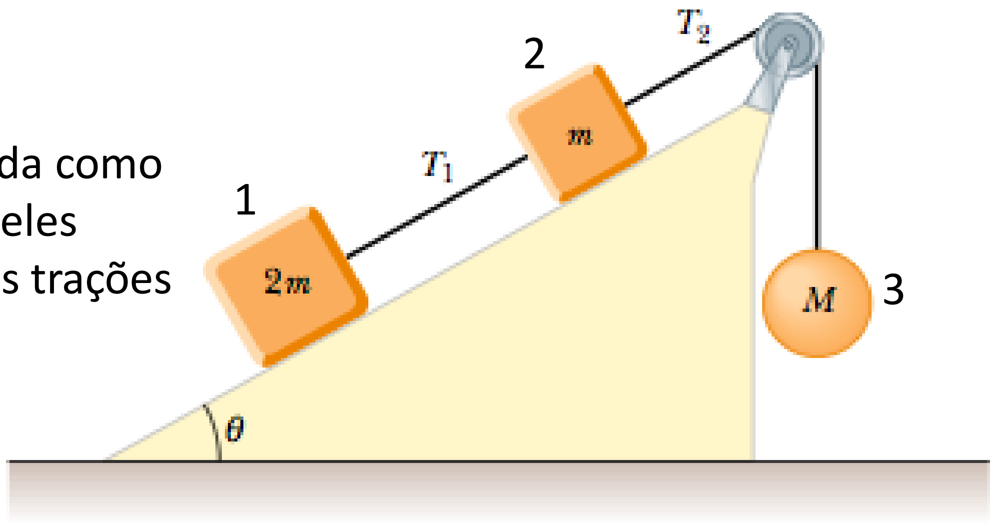
Subtraindo:

$$(m_G - m_B)a = 2N - (m_G - m_B)g \Rightarrow$$

$$N = \frac{1}{2}(m_G - m_B)(a + g) \Rightarrow \boxed{N = 83{,}4\,\text{N}}$$

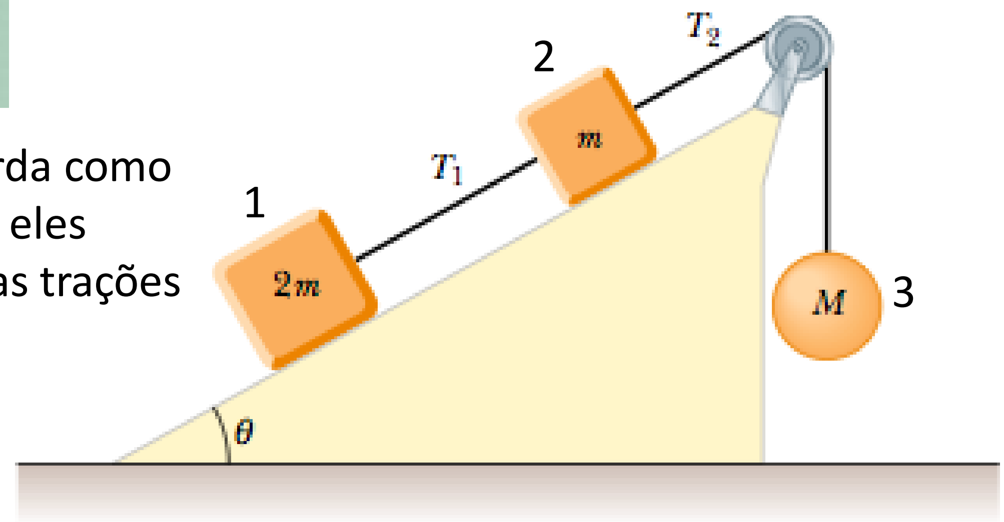
Exemplo 8

Três objetos estão conectados por uma corda como mostra a figura ao lado. Considerando que eles deslizam em um plano sem atrito, calcule as trações T_1 e T_2 e a aceleração do sistema.



Exemplo 8

Três objetos estão conectados por uma corda como mostra a figura ao lado. Considerando que eles deslizam em um plano sem atrito, calcule as trações T_1 e T_2 e a aceleração do sistema.



$$\vec{F}_1^R = \vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 + = m_1\vec{a}_1$$

$$\vec{F}_2^R = \vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}_2$$

$$\vec{F}_3^R = \vec{P}_3 + \vec{T}_3 = m_3\vec{a}_3$$

$$\begin{cases} \vec{P}_1 = -m_1 g\cos\theta\,\hat{n} + m_1 g\mathrm{sen}\theta\,\hat{l} \\ \vec{N}_1 = m_1 g\cos\theta\,\hat{n} \\ \vec{T}_1 = -T_1\,\hat{l} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{P}_2 = -m_2 g\cos\theta\,\hat{n} + m_2 g\mathrm{sen}\theta\,\hat{l} \\ \vec{N}_2 = m_2 g\cos\theta\,\hat{n} \\ \vec{T}_1 = T_1\,\hat{l} \\ \vec{T}_2 = -T_2\,\hat{l} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{P}_3 = -m_3 g\,\hat{i} \\ \vec{T}_3 = T_2\,\hat{i} \end{cases}$$

(1) $\quad m_1 a_1 = m_1 g\mathrm{sen}\theta - T_1 \Rightarrow T_1 = m_1(g\mathrm{sen}\theta - a_1)$

(2) $\quad m_2 a_2 = m_2 g\mathrm{sen}\theta + T_1 - T_2$

(3) $\quad m_3 a_3 = T_2 - m_3 g \Rightarrow T_2 = m_3(a_3 + g)$

$a = a_1 = a_2 = a_3$

$m_1 = 2m, \quad m_2 = m, \quad m_3 = M$

Subst. tudo em (2):

$$ma = mg\mathrm{sen}\theta + 2m(g\mathrm{sen}\theta - a) - M(a+g) \Rightarrow$$

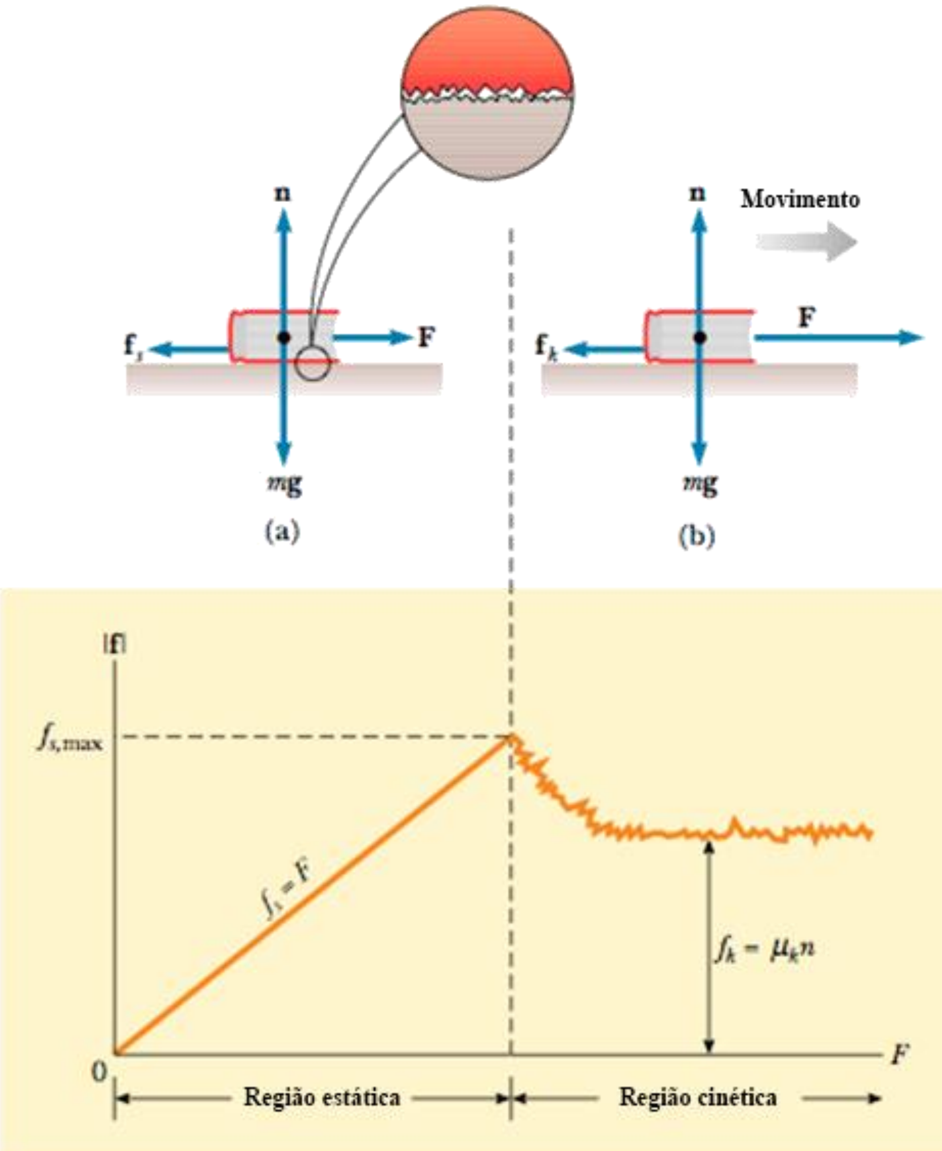
$$a(m + 2m + M) = g(3m\mathrm{sen}\theta - M) \Rightarrow \boxed{a = \left(\frac{3m\mathrm{sen}\theta - M}{3m + M}\right)g}$$

$$\boxed{T_1 = \frac{3mM(\mathrm{sen}\theta + 1)g}{3m + M}}, \quad \boxed{T_2 = \frac{2mM(\mathrm{sen}\theta + 1)g}{3m + M}}$$

Forças dissipativas

- Causadas pelo movimento de um corpo em relação a outro ou em relação ao ambiente
- Sempre apontam no sentido contrário ao movimento (frenagem)
- Força de atrito:
  - Ocorre entre sólidos devido às imperfeições da superfície de contato
  - Direção longitudinal à tangente do ponto de contato entre as superfícies dos sólidos
- Força de arrasto:
  - Força que um líquido ou gás aplica sobre um objeto que se move imerso nele
  - Sempre em direção contrária ao movimento

Força de atrito



- Direção longitudinal à superfície de contato
- Proporcional à intensidade da força normal à superfície de contato
- Direção contrária à força aplicada
- Direção contrária à velocidade
- O coeficiente de atrito (μ) depende da superfície e independe da área de contato

$$\begin{cases} f_s = F \quad \text{se } f_s \le \mu_s n \text{ e } v = 0 \\ f_k = \mu_k n \quad \text{se } f_k > \mu_s n \end{cases}$$

$\mu_s \rightarrow$ Coeficiente de Atrito Estático

$\mu_k \rightarrow$ Coeficiente de Atrito Cinético

Table 5.2

Coefficients of Friction[a]

	μ_s	μ_k
Steel on steel	0.74	0.57
Aluminum on steel	0.61	0.47
Copper on steel	0.53	0.36
Rubber on concrete	1.0	0.8
Wood on wood	0.25–0.5	0.2
Glass on glass	0.94	0.4
Waxed wood on wet snow	0.14	0.1
Waxed wood on dry snow	—	0.04
Metal on metal (lubricated)	0.15	0.06
Ice on ice	0.1	0.03
Teflon on Teflon	0.04	0.04
Synovial joints in humans	0.01	0.003

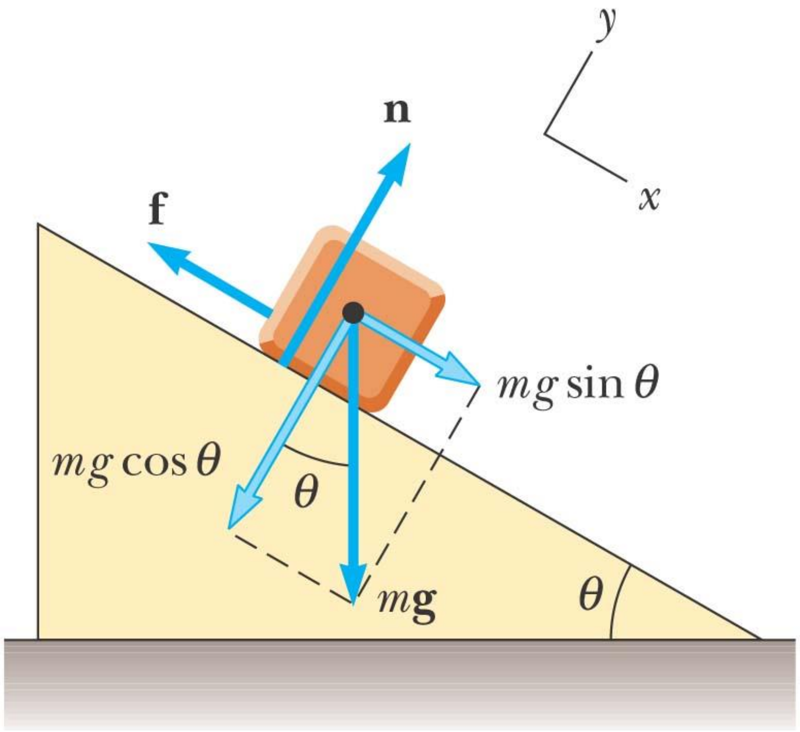
[a] All values are approximate. In some cases, the coefficient of friction can exceed 1.0.

Força de atrito em problemas

- Atrito é uma força, de modo que ela deve ser incluída na ΣF nas leis de Newton
- As regras para o atrito permitem que sejam determinados a direção e o módulo da força de atrito

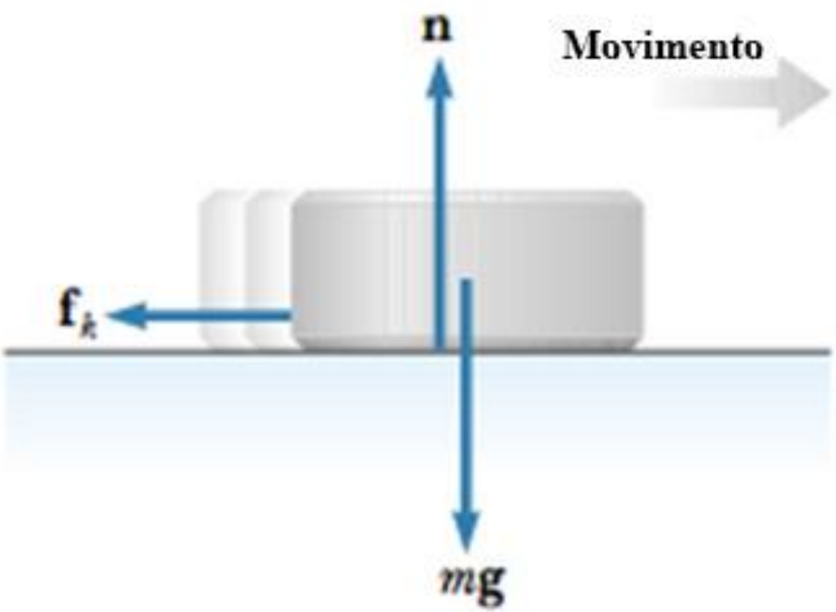
Força de atrito - exemplo 1

- O bloco é posto em um plano inclinado, de modo que a força de atrito atua para cima do plano
- Este arranjo pode ser usado para determinar experimentalmente o coeficiente de atrito
- $\mu = \text{tg}\ \theta$
  - Para μ_s, use o ângulo máximo onde bloco permanece em repouso
  - Para μ_k, use o ângulo onde o bloco desliza para baixo com velocidade constante

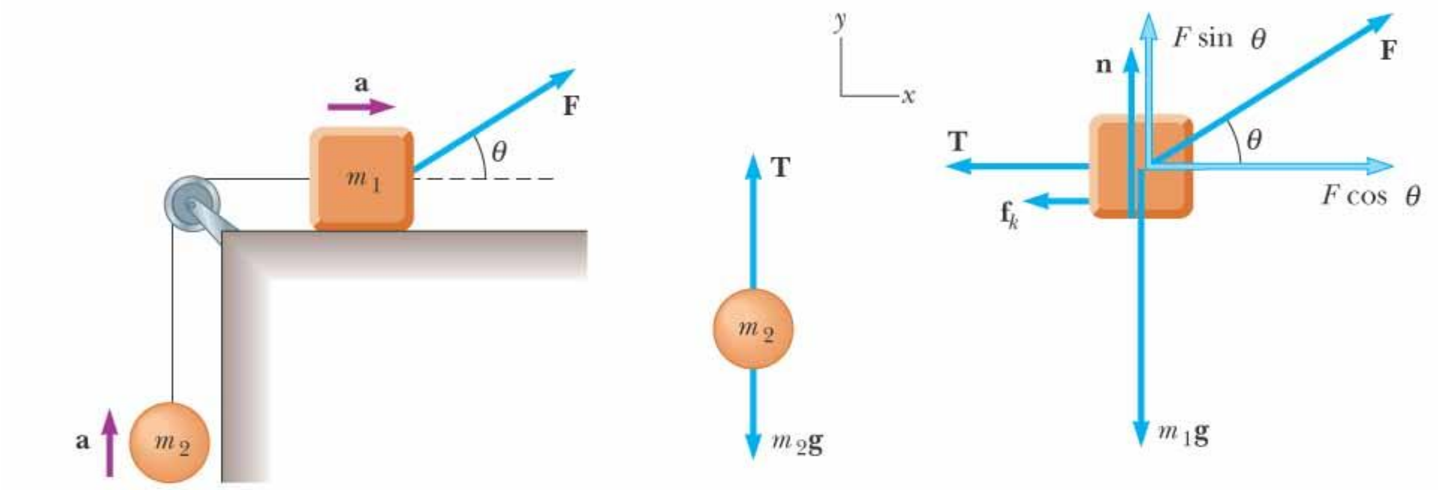


Força de atrito - exemplo 2

- Desenhe o diagrama de corpo livre, incluindo a força de atrito cinético
  - Contrária ao movimento
  - Paralela à superfície de contato
- Continue com a solução de maneira similar a outros problemas envolvendo as leis de Newton



Força de atrito - exemplo 3



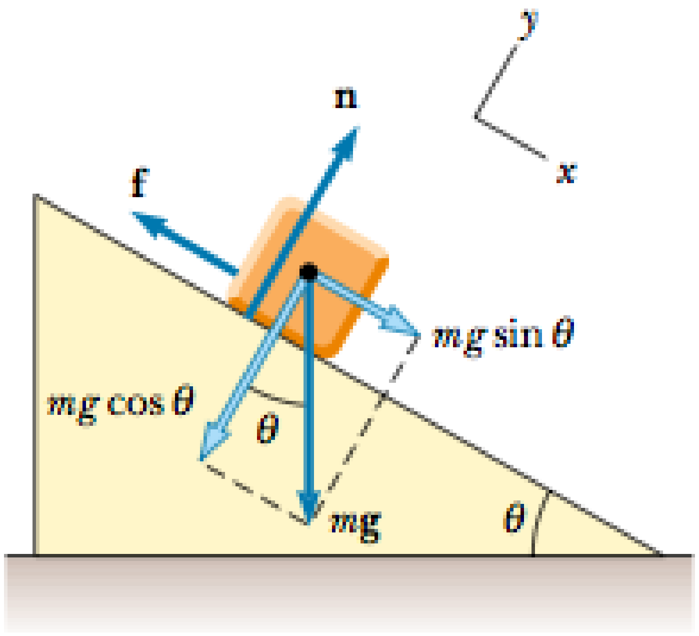
- Atrito atua somente no objeto em contato com uma superfície
- Desenhe os diagramas de corpo livre
- Aplique as leis de Newton como em qualquer outro problema de um sistema de muitos objetos

Determinação experimental dos coeficientes de atrito

Um bloco é colocado em repouso sobre uma superfície inclinável. O ângulo de inclinação é aumentado até que o bloco comece a deslizar.

(a) Determinar o coeficiente de atrito estático em função desse ângulo crítico, θ_c.

(b) Como podemos encontrar o coeficiente de atrito cinético?

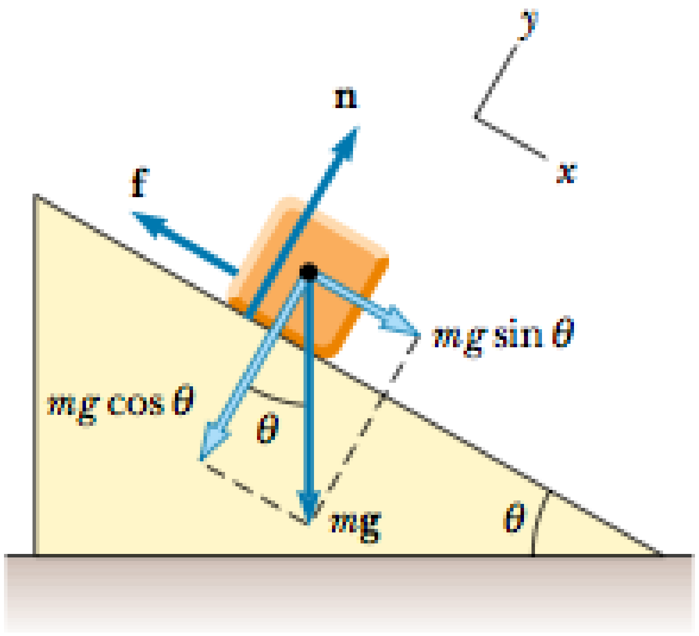


Determinação experimental dos coeficientes de atrito

Um bloco é colocado em repouso sobre uma superfície inclinável. O ângulo de inclinação é aumentado até que o bloco comece a deslizar.

(a) Determinar o coeficiente de atrito estático em função desse ângulo crítico, θ_c.

(b) Como podemos encontrar o coeficiente de atrito cinético?



$$\sum F_x = mg \operatorname{sen}\theta - f_s = 0$$

$$\sum F_y = n - mg\cos\theta = 0$$

Estas equações são válidas para qualquer ângulo de inclinação θ. Quando $\theta = \theta_c$, o bloco está na iminência de deslizar $\rightarrow \vec{f}_{s_{\max}} = \mu_s \vec{n}$

$$mg \operatorname{sen}\theta_c = \mu_s n$$

$$mg \cos\theta_c = n$$

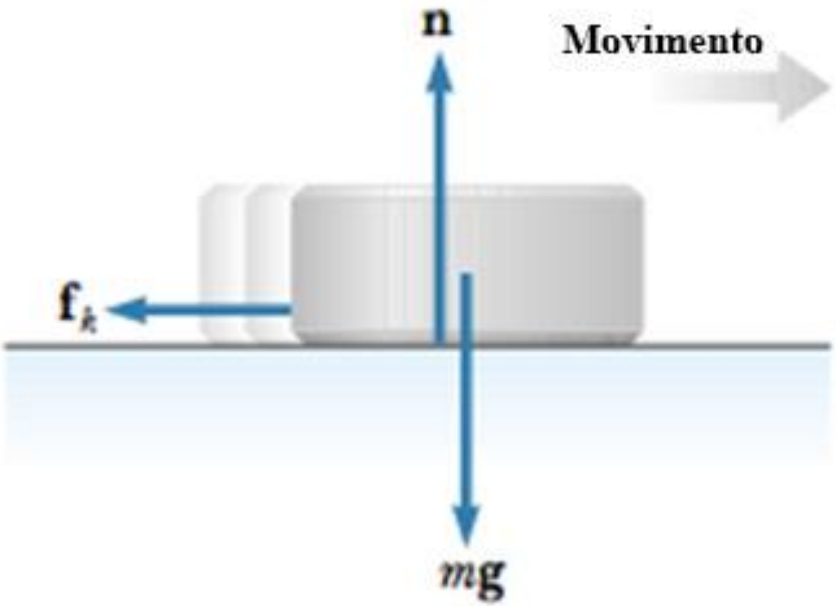
$$\boxed{\operatorname{tg}\theta_c = \mu_s}$$

(b) Quando o bloco começa a se deslocar, o módulo da força de atrito é o valor cinético $\mu_k n$, que é menor que o valor da força de atrito estático. Deve-se diminuir a inclinação ($\theta'_c < \theta_c$) tal que o bloco deslize com velocidade escalar constante:

$$\boxed{\operatorname{tg}\theta'_c = \mu_k}$$

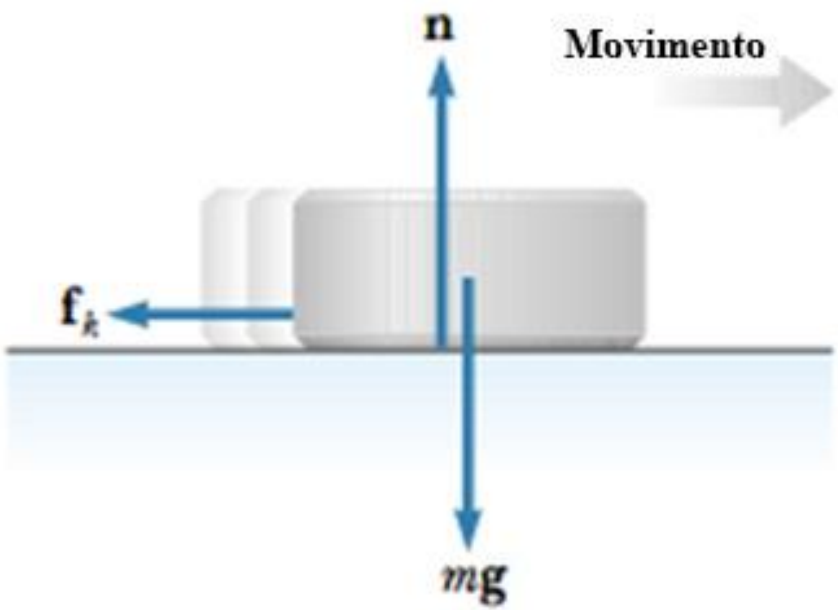
Coeficiente de atrito cinético

Um bloco é colocado para deslizar a uma velocidade inicial de 20,0 m/s e para depois de andar 115 m. Qual o coeficiente de atrito cinético?



Coeficiente de atrito cinético

Um bloco é colocado para deslizar a uma velocidade inicial de 20,0 m/s e para depois de andar 115 m. Qual o coeficiente de atrito cinético?



$$\sum \vec{F} = \vec{f}_k + \vec{n} + \vec{F}_g$$

$$\begin{cases} \vec{F}_g = -mg\,\hat{j} \\ \vec{n} = mg\,\hat{j} \\ \vec{f}_k = -\mu_k n\,\hat{i} \end{cases}$$

$$\sum \vec{F} = -\mu_k mg\,\hat{i} = ma\,\hat{i} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ma = -\mu_k mg$$

$$\Rightarrow \mu_k = -\frac{a}{g}$$

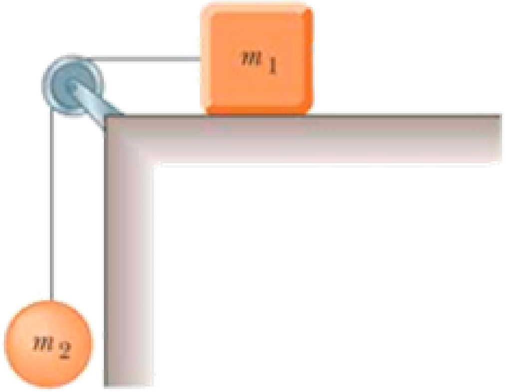
$$v^2 = v_0^2 + 2a\,(x - x_0) \Longrightarrow$$

$$v_0^2 = -2ax = 2\mu_k g x \Longrightarrow$$

$$\mu_k = \frac{v_0^2}{2gx} = \frac{20^2}{2 \cdot 9{,}8 \cdot 115} = 0{,}177$$

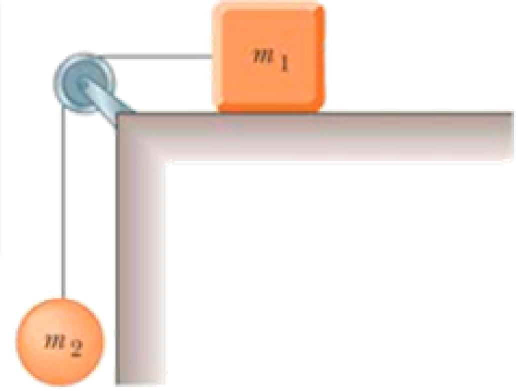
Corpos ligados

Um cubo de massa m_1 = 4,0 kg e uma bola de massa m_2 = 7,0 kg estão ligados por um fio que passa por uma polia leve sem atrito. O coeficiente de atrito cinético entre o cubo e a superfície é de 0,30. Encontre a aceleração dos dois corpos e a tensão no fio.



Corpos ligados

Um cubo de massa m_1 = 4,0 kg e uma bola de massa m_2 = 7,0 kg estão ligados por um fio que passa por uma polia leve sem atrito. O coeficiente de atrito cinético entre o cubo e a superfície é de 0,30. Encontre a aceleração dos dois corpos e a tensão no fio.



$$\sum F_x = m_1 a \Rightarrow T - f_k = m_1 a$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow n - m_1 g = 0$$

Como $f_k = \mu_k n$ e $n = m_1 g$, obtemos :

$$f_k = \mu_k m_1 g$$

$$T = \mu_k m_1 g + m_1 a$$

A bola se desloca para baixo enquanto o cubo se desloca para a esquerda, então, vamos adotar a direção para baixo como positiva para a bola :

$$\sum F_y = m_2 a \Rightarrow m_2 g - T = m_2 a \Rightarrow$$

$$m_2 g - (\mu_k m_1 g + m_1 a) = m_2 a$$

$$a = \frac{m_2 - \mu_k m_1}{m_1 + m_2} g$$

Substituindo os valores :

$$a = \frac{7{,}0 - 0{,}30 \cdot 4{,}0}{7{,}0 + 4{,}0}(9{,}8) = 5{,}2 \text{ m/s}^2$$

$$T = 0{,}30(4{,}0)(9{,}8) + 4{,}0(5{,}2) = 33 \text{ N}$$

Freios ABS

Table 5.2

Coefficients of Friction[a]	μ_s	μ_k
Steel on steel	0.74	0.57
Aluminum on steel	0.61	0.47
Copper on steel	0.53	0.36
Rubber on concrete	1.0	0.8
Wood on wood	0.25–0.5	0.2
Glass on glass	0.94	0.4
Waxed wood on wet snow	0.14	0.1
Waxed wood on dry snow	—	0.04
Metal on metal (lubricated)	0.15	0.06
Ice on ice	0.1	0.03
Teflon on Teflon	0.04	0.04
Synovial joints in humans	0.01	0.003

[a] All values are approximate. In some cases, the coefficient of friction can exceed 1.0.

Table 5.3

Data for a Toyota Corolla:

Initial Speed (mi/h)	Initial Speed (m/s)	Stopping Distance (ft)	Stopping Distance (m)	Acceleration (m/s^2)
30	13.4	34	10.4	−8.63
60	26.8	143	43.6	−8.24
80	35.8	251	76.5	−8.38

[6] *AutoWeek* magazine, **48**:22–23, 1998.

Table 5.4

Stopping Distance With and Without Skidding

Initial Speed (mi/h)	Stopping Distance: no skid (m)	Stopping Distance: skidding (m)
30	10.4	13.9
60	43.6	55.5
80	76.5	98.9

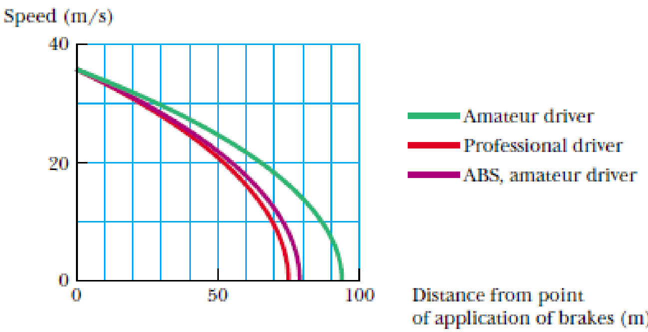


Figure 5.22 This plot of vehicle speed versus distance from the location at which the brakes were applied shows that an antilock braking system (ABS) approaches the performance of a trained professional driver.

Movimento com forças resistivas

- O movimento através de um meio
  - Pode ser um líquido ou um gás
- O meio exerce uma *força resistiva*, $\boldsymbol{R}$, num objeto se movendo através do meio
- O módulo de $\boldsymbol{R}$ depende do meio
- A direção de $\boldsymbol{R}$ é em sentido contrário à direção de movimento do objeto em relação ao meio
- $\boldsymbol{R}$ quase sempre aumenta com o aumento de velocidade

Movimento com forças resistivas, cont.

- O módulo de $\boldsymbol{R}$ pode depender da velocidade de maneira complexa
- Iremos discutir somente duas:
  - $\boldsymbol{R}$ proporcional a $\boldsymbol{v}$
    - Boa aproximação para movimentos lentos de objetos pequenos
  - $\boldsymbol{R}$ proporcional a $\boldsymbol{v}^2$
    - Boa aproximação para objetos grandes

R proporcional a v

- A força resistiva pode ser expressa por

$\boldsymbol{R} = - b\boldsymbol{v}$

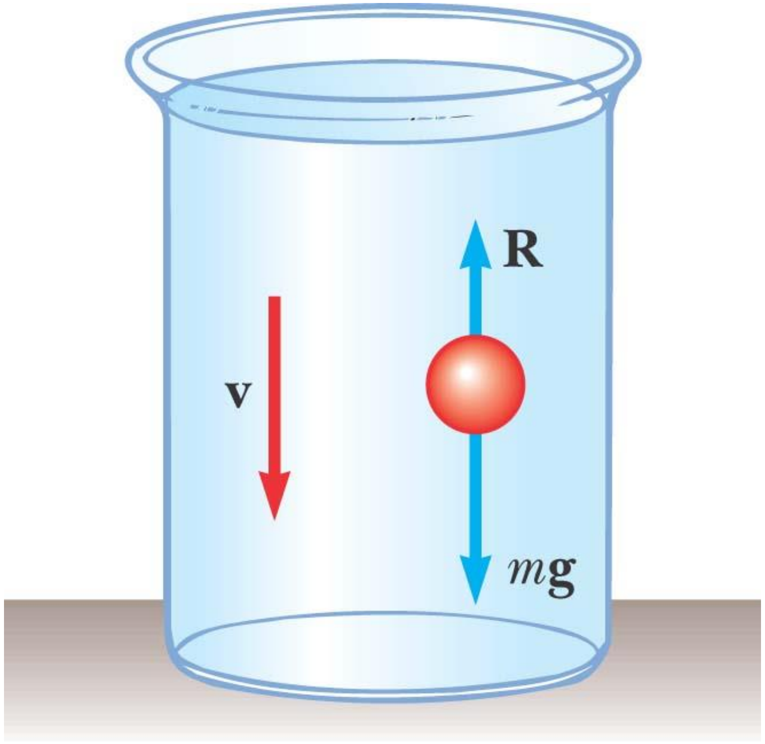
- b depende da propriedade do meio, da forma e das dimensões do objeto
- O sinal negativo indica que $\boldsymbol{R}$ está em direção oposta a $\boldsymbol{v}$

R proporcional a v, exemplo

- Analisando o movimento, temos:

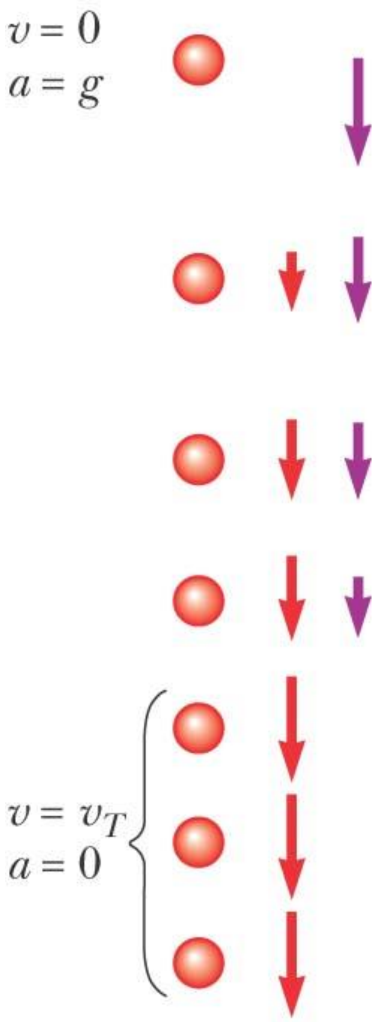
$$mg - bv = ma = m\frac{dv}{dt}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m}v$$



R proporcional a v, exemplo, cont.

- Inicialmente, $v = 0$ e $dv/dt = g$
- À medida que t aumenta, R aumenta e a diminui
- A aceleração se aproxima de 0 quando $R \rightarrow mg$
- Neste ponto, v atinge a **velocidade terminal** do objeto



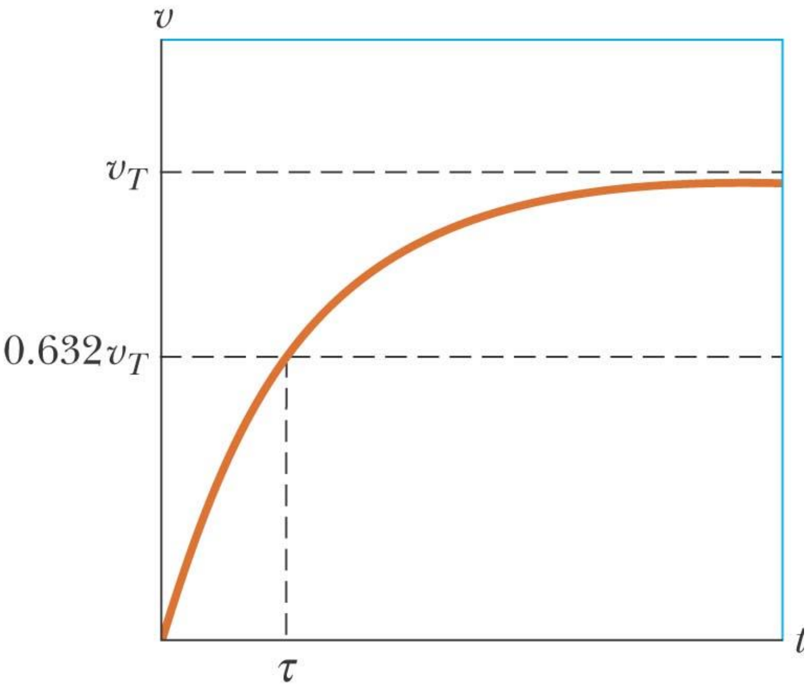
Velocidade terminal

- Para encontrar a velocidade terminal, seja $a = 0$

$$v_T = \frac{mg}{b}$$

- Resolvendo a equação diferencial, temos:

$$v = \frac{mg}{b}\left(1 - e^{-bt/m}\right) = v_T\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$



- τ é a **constante de tempo** e $\tau = m/b$

R proporcional a v^2

- Para objetos se movendo a altas velocidades através do ar, a força resistiva é aproximadamente igual ao quadrado da velocidade

$$R = \frac{1}{2} C\rho A v^2$$

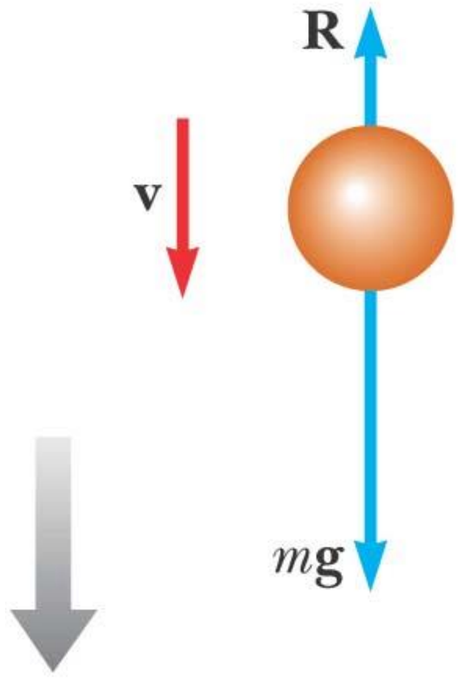
  - C é uma quantidade empírica adimensional chamada de coeficiente de arraste
  - ρ é a densidade do ar
  - A é a área da seção transversal do objeto
  - v é a velocidade do objeto

R proporcional a v^2, exemplo

- Análise de um objeto caindo no ar levando em conta a resistência do ar

$$\sum F = mg - \frac{1}{2}C\rho A v^2 = ma$$

$$a = g - \left(\frac{C\rho A}{2m}\right)v^2$$

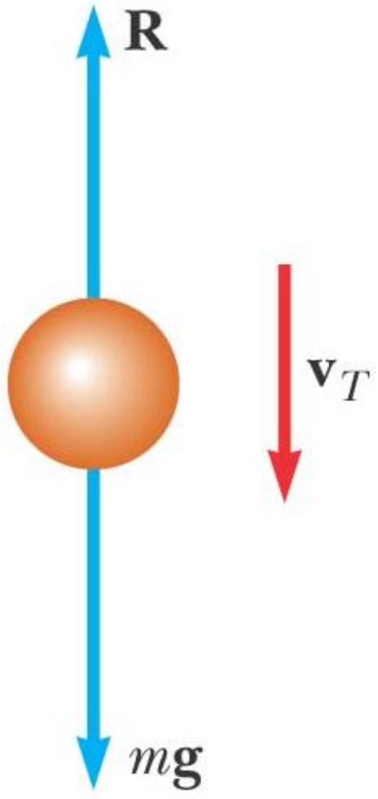


R proporcional a v^2, velocidade terminal

- A velocidade terminal será atingida quando a aceleração for a zero

- Resolvendo a equação

$$v_T = \sqrt{\frac{2mg}{C\rho A}}$$



Forças de arraste

- Força de resistência do meio ao movimento
- Depende da velocidade, do meio e da forma do objeto

Força de Resistência do Ar

$$R = \frac{1}{2} C\rho A v^2$$

C Coeficiente de Arrasto

ρ Densidade do ar

A Área transversal efetiva

Table 6.1

Terminal Speed for Various Objects Falling Through Air

Object	Mass (kg)	Cross-Sectional Area (m^2)	v_T (m/s)
Sky diver	75	0.70	60
Baseball (radius 3.7 cm)	0.145	4.2×10^{-3}	43
Golf ball (radius 2.1 cm)	0.046	1.4×10^{-3}	44
Hailstone (radius 0.50 cm)	4.8×10^{-4}	7.9×10^{-5}	14
Raindrop (radius 0.20 cm)	3.4×10^{-5}	1.3×10^{-5}	9.0

Velocidade Terminal no Ar

$$\vec{F}_R = \vec{R} + \vec{F}_g$$

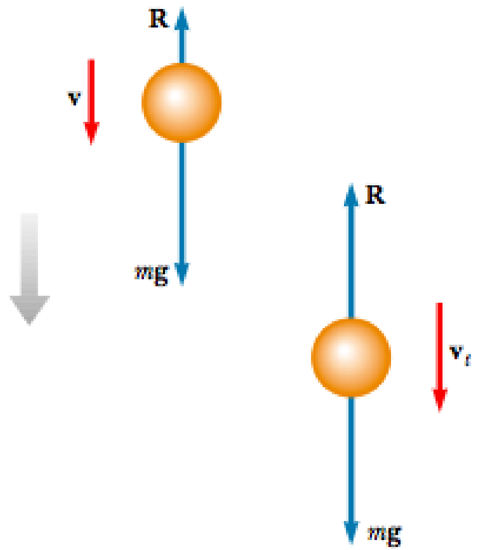
$$\vec{R} = \frac{1}{2} C\rho A v^2 \,\hat{j}$$

$$\vec{F}_g = -mg\,\hat{j}$$

$$\vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{R} + \vec{F}_g = 0$$

$$\frac{1}{2} C\rho A v^2 = mg$$

$$v_T = \sqrt{\frac{2mg}{C\rho A}}$$



Bibliografia

Serway, R. A.; Jewett Jr., J. W. *Princípios de Física - Mecânica Clássica*, Vol. 1, cap. 5, Cengage Learning, 2004.

Young, H. D.; Freedman, R. A. *Sears & Zemansky, Física I - Mecânica*, vol. 1, Pearson Education do Brasil, 2008.