Centro de Ciências Naturais e Humanas (CCNH)
Universidade Federal do ABC (UFABC)

Fenômenos Mecânicos

Aula 6

Prof. Marcelo A. Leigui de Oliveira
(leigui@ufabc.edu.br)

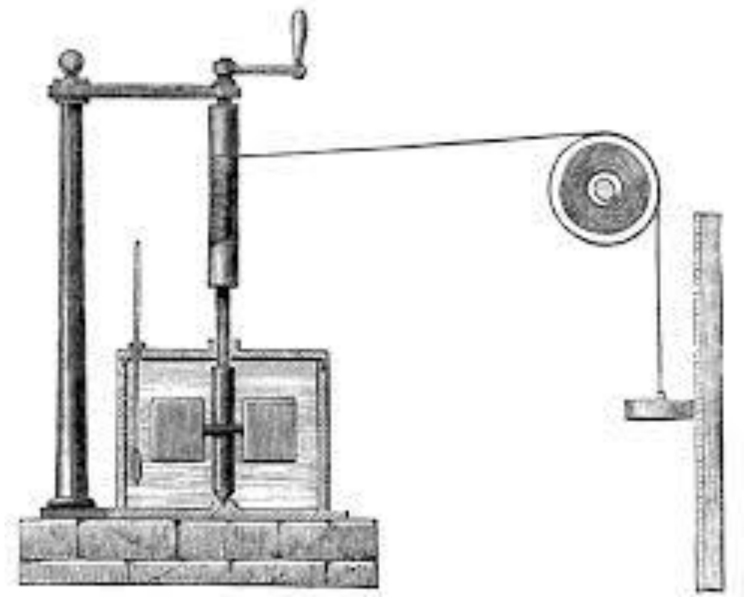
15/03/2023

Universidade Federal do ABC

O que veremos hoje...

- Energia e transferência de energia
- Trabalho feito por uma força constante
- Produto escalar
- Trabalho feito por uma força variável
- Teorema do Trabalho e Energia Cinética (T.E.C.)
- Energia Potencial
- Conservação de Energia

Energia e Transferência de Energia



<u>Equivalente mecânico do calor</u> (1843):
838 ft.lbf para elevar 1 libra de água
de 1 grau Fahrenheit .

James Prescott Joule (1818-1889)

1 cal = 4,186 J

Energia e Transferência de Energia

- Energia é meramente um número (escalar) associado a um sistema que mede sua capacidade de realizar trabalho. Trata-se de um *método escalar* de analisar o problema, que no caso mecânico é *totalmente equivalente* as Leis de Newton.

- Existem diferentes tipos de energias: associadas ao movimento (energia cinética) ou à capacidade de realizar movimento (energia potencial).

- Um dos princípios físicos mais importantes é o chamado ***Princípio da Conservação da Energia***: a energia pode ser transformada, de um tipo para outro, ou ainda transferida de um sistema para outro, mas a quantidade total é sempre constante num processo físico.

- Em nosso curso, apreciaremos esse fato no contexto da Mecânica. No futuro vocês verão sua importância na termodinâmica, eletromagnetismo, etc.

Maneiras de transferência de energia de ou para um sistema

- ***Trabalho*** – transferência pela aplicação de uma força resultando em um deslocamento
- ***Ondas mecânicas*** – permitem que um distúrbio se propague por um meio
- ***Calor*** – transferência devida à diferença de temperatura entre dois sistemas

Mais maneiras de transferência de energia de ou para um sistema

- ***Transferência de matéria*** – matéria fisicamente cruza os limites de um sistema, carregando energia com ela
- ***Transmissão elétrica*** – transferência é dada pela corrente elétrica
- ***Radiação eletromagnética*** – energia é transferida por ondas eletromagnéticas

Exemplos de transferência de energia

- a) Trabalho
- b) Ondas mecânicas
- c) Calor


(a)


(b)


(c)

Exemplos de transferência de energia

- d) Transferência de matéria


(d)

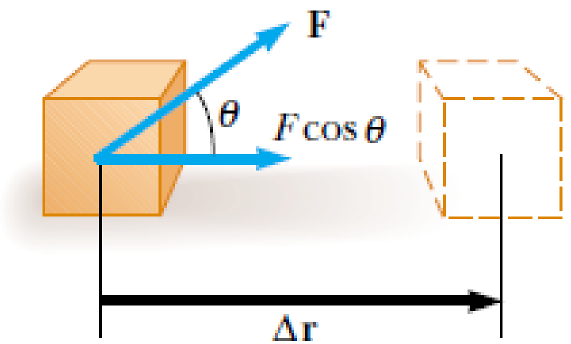
- e) Transmissão elétrica


(e)

- f) Radiação eletromagnética


(f)

Trabalho de uma força constante



$$W = F\cos\theta \cdot \Delta r \Rightarrow$$

$$\boxed{W = F\Delta r\cos\theta}$$

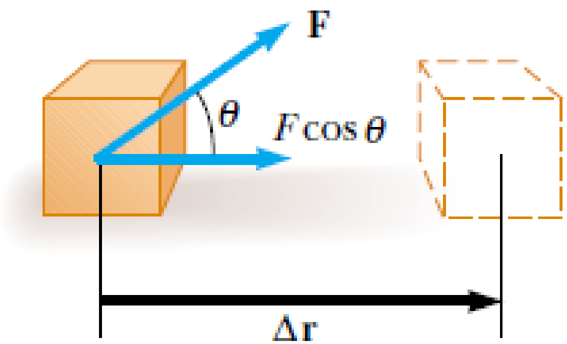
- O trabalho realizado por uma força externa constante é o produto da componente da força na direção do deslocamento (F cosθ) pelo deslocamento (Δr)

- A unidade de energia (trabalho) no SI é o *joule*:

$$1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{N}\cdot 1\ \mathrm{m} = 1\ \mathrm{kg}\cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$$

$$= 10^7\ \mathrm{erg} = 0{,}7376\ \mathrm{ft}\cdot\mathrm{lb} = 0{,}2389\ \mathrm{cal} = 0{,}2778 \times 10^{-7}\ \mathrm{kWh} = 6{,}242 \times 10^{18}\ \mathrm{eV}$$

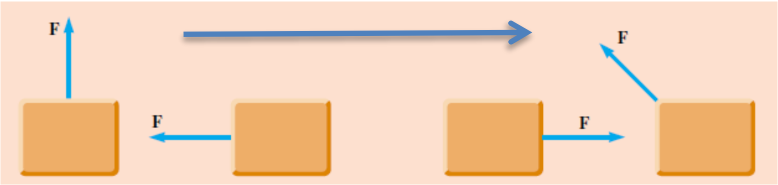
Trabalho de uma força constante



$$W = F\Delta r\cos\theta$$

- Dizemos que uma força realiza trabalho se esta produzir algum deslocamento, ou seja, se possuir uma componente na direção do deslocamento.

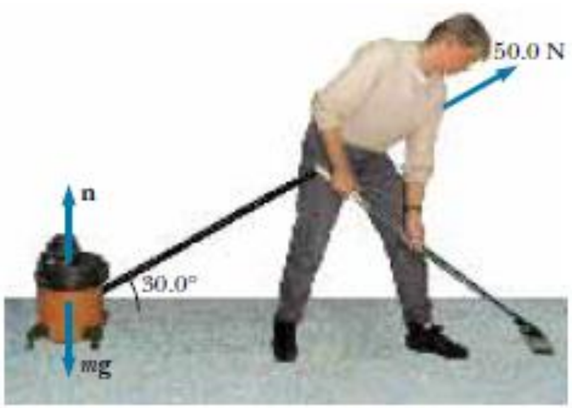
- Uma força que atua na direção perpendicular ao deslocamento não realiza trabalho.



- Note que $W>0$ se F tem componente na direção do deslocamento e $W<0$ se F tem componente na direção oposta ao deslocamento. *Consistente com nossa definição original de trabalho*.

Força constante: exemplo 1

Um faxineiro está puxando um aspirador de pó pela mangueira a 30º com a horizontal fazendo uma força de 50 N. Calcule o trabalho realizado pelo homem sobre o aspirador após puxá-lo por uma distância de 3 m.



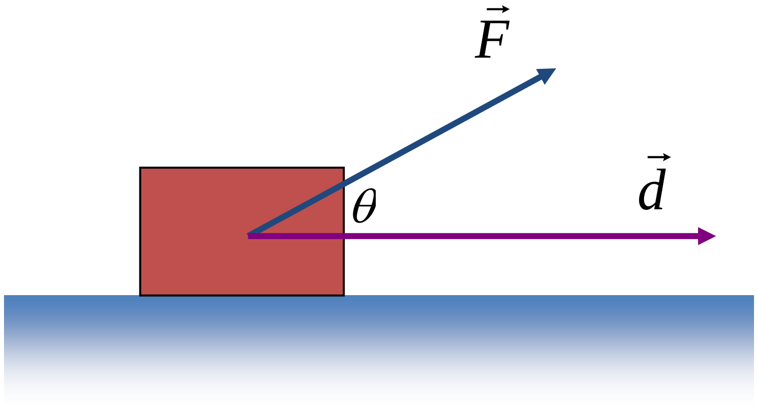
Força constante: exemplo 1

Um faxineiro está puxando um aspirador de pó pela mangueira a 30º com a horizontal fazendo uma força de 50 N. Calcule o trabalho realizado pelo homem sobre o aspirador após puxá-lo por uma distância de 3 m.

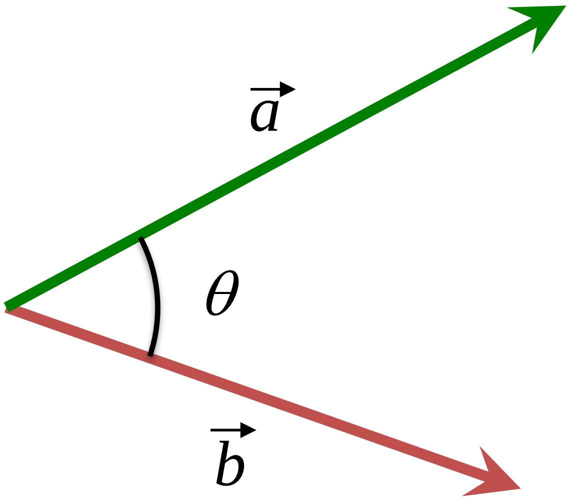
$$\begin{cases} \theta = 30° \\ F = 50 \text{ N} \\ d = 3 \text{ m} \end{cases}$$

$$W = Fd\cos\theta = 50 \cdot 3 \cdot 0{,}866 \Rightarrow$$

$$\boxed{W = 130 \text{ J}}$$



Produto Escalar



Definição de Produto Escalar:

$$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b} = a\ b\ \cos\theta}$$

O resultado de um **Produto Escalar** de vetores é sempre um **Escalar** !!!

Casos Particulares

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b} = 0$$

$$\vec{a} \,/\!/\, \vec{b} \Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b} = ab$$

$$\vec{a} = \vec{b} \Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{a} = a^2$$

Trabalho como produto escalar

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

Deslocamento

Força

Trabalho

$$W = Fd\cos\theta$$

$\theta \longrightarrow$ Ângulo entre a Força e a direção do deslocamento

<u>Produto Escalar</u>

$$\begin{cases} \vec{a} = a\cos\theta_a\hat{i} + a\,\mathrm{sen}\,\theta_a\,\hat{j} \\ \vec{b} = b\cos\theta_b\hat{i} + b\,\mathrm{sen}\,\theta_b\,\hat{j} \end{cases}$$

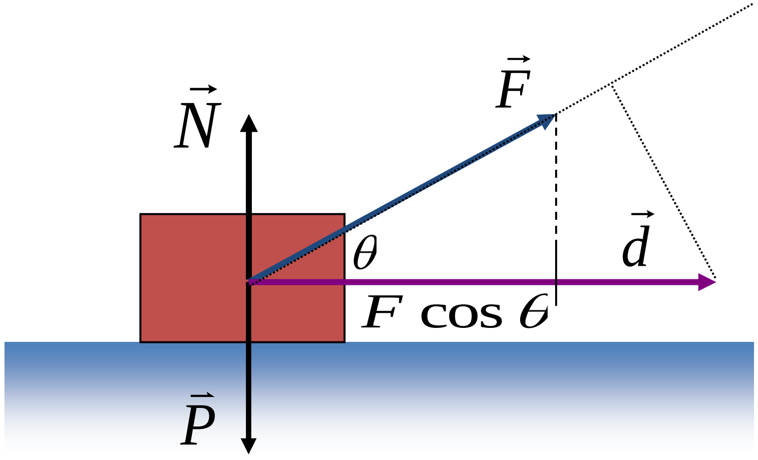
$$\vec{a}\cdot\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y =$$

$$= ab\cos\theta_a\cos\theta_b + ab\,\mathrm{sen}\,\theta_a\,\mathrm{sen}\,\theta_b$$

$$= ab\cos(\theta_a - \theta_b)$$

Trabalho de uma força constante

O trabalho realizado sobre um objeto por um agente que aplica sobre o mesmo uma força constante é o produto do deslocamento realizado e da componente da força na direção desse deslocamento



$$W = Fd\cos\theta$$

$$\begin{aligned} W &= \vec{F}_R \cdot \vec{d} \\ &= (\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}) \cdot \vec{d} \\ &= \vec{P}\cdot\vec{d} + \vec{N}\cdot\vec{d} + \vec{F}\cdot\vec{d} \\ &= Pd\cos 90^\circ + Nd\cos 90^\circ + Fd\cos\theta \\ &= Fd\cos\theta \end{aligned}$$

Força constante: exemplo 2

Um objeto movendo-se no plano *xy* realiza um deslocamento $\vec{d} = \left(2{,}0\hat{i} + 3{,}0\hat{j}\right)\mathrm{m}$ submetido a uma força constante $\vec{F} = \left(5{,}0\hat{i} + 2{,}0\hat{j}\right)\mathrm{N}$. Calcule:

a) O trabalho realizado sobre o objeto.

b) O comprimento do deslocamento.

c) A intensidade da força.

d) O ângulo entre a força e o deslocamento.

Força constante: exemplo 2

Um objeto movendo-se no plano *xy* realiza um deslocamento $\vec{d} = \left(2{,}0\hat{i} + 3{,}0\hat{j}\right)\mathrm{m}$ submetido a uma força constante $\vec{F} = \left(5{,}0\hat{i} + 2{,}0\hat{j}\right)\mathrm{N}$. Calcule:

a) O trabalho realizado sobre o objeto.

b) O comprimento do deslocamento.

c) A intensidade da força.

d) O ângulo entre a força e o deslocamento.

a) $W = \vec{F} \cdot \vec{d} = 2 \cdot 5 + 3 \cdot 2$

$W = 16\ \mathrm{J}$

b) $d = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} = 3{,}6\ \mathrm{m}$

c) $F = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29} = 5{,}4\ \mathrm{N}$

d) $\vec{F} \cdot \vec{d} = Fd\cos\theta \Rightarrow$

$$\cos\theta = \frac{\vec{F} \cdot \vec{d}}{Fd} = \frac{16}{\sqrt{377}} = 0{,}824 \Rightarrow$$

$\theta = 34{,}5°$

Trabalho de uma força variável

O Trabalho realizado sobre um objeto ao longo de uma trajetória é igual à soma dos trabalhos realizados em cada trecho dessa trajetória

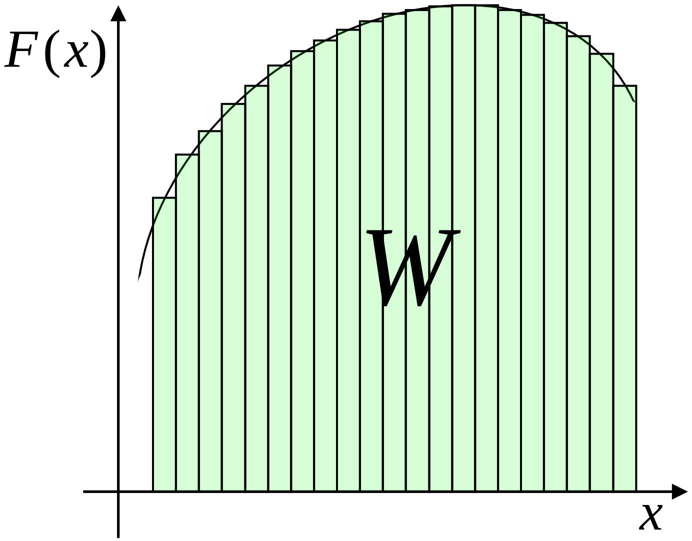
$$W = \sum_{i=1}^{n} W_i \quad ; \quad W_i = \vec{F}_i(x)\cdot\Delta\vec{x}_i \Rightarrow W = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i(x)\cdot\Delta\vec{x}_i$$

Para uma trajetória de comprimento finito, se tomarmos um número de trechos *n* muito grande, podemos dizer que em cada um desses pequenos trechos,

$$n \to \infty \Rightarrow \Delta x \to dx$$

E a somatória torna-se uma integral:

$$W = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i(x)\cdot\Delta\vec{x}_i = \int_{x_i}^{x_f} \vec{F}(x)\cdot d\vec{x}$$

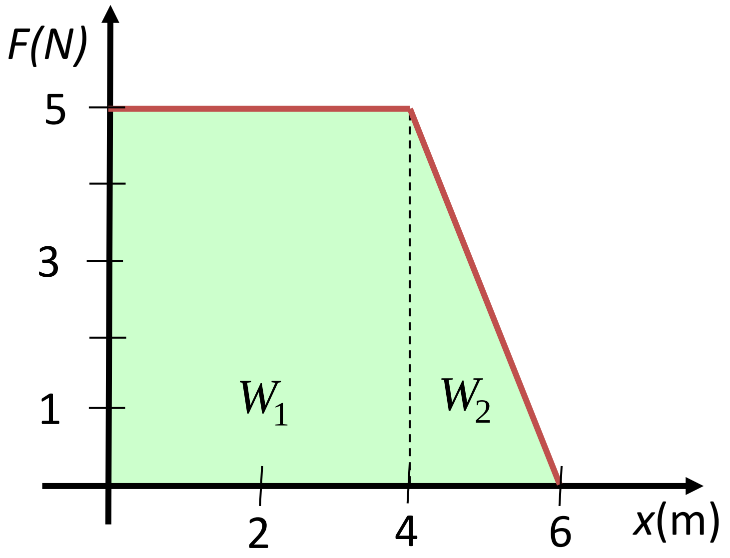


Em particular, se a força e o deslocamento estão na mesma direção,

$$\boxed{W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)dx}$$

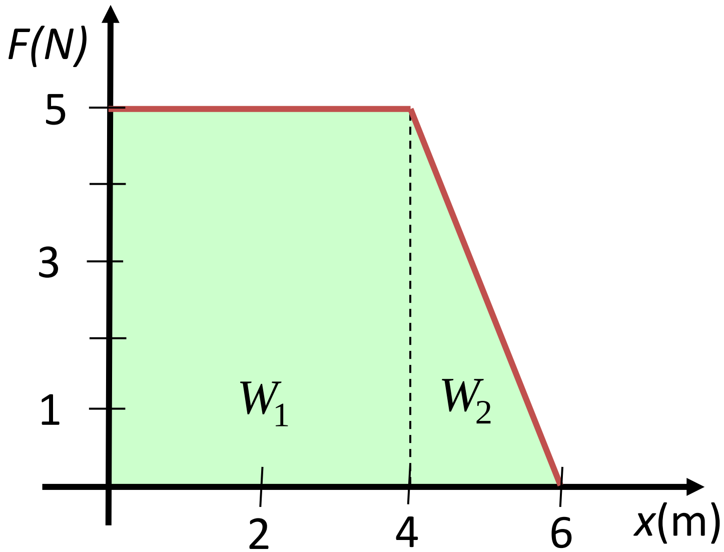
Força variável: exemplo 3

A intensidade de uma força atuando sobre um corpo em função de sua posição é descrita pelo gráfico abaixo. Qual o trabalho realizado por essa força para um deslocamento entre 0 e 6 m?



Força variável: exemplo 1

A intensidade de uma força atuando sobre um corpo em função de sua posição é descrita pelo gráfico abaixo. Qual o trabalho realizado por essa força para um deslocamento entre 0 e 6 m?



$$W = W_1 + W_2$$

$$W_1 = 4\times 5 = 20$$

$$W_2 = \frac{2\times 5}{2} = 5$$

$$W = 20 + 5 \Rightarrow \boxed{W = 25J}$$

$$W = \int_0^6 F(x)dx = W_1 + W_2 = \int_0^4 F_1(x)dx + \int_4^6 F_2(x)dx$$

$$\begin{cases} F_1(x) = 5 \\ F_2(x) = 15 - 2{,}5x \end{cases}$$

$$W = \int_0^4 5dx + \int_4^6 (15 - 2{,}5x)dx =$$

$$= 5x\Big|_0^4 + \left(15x - 2{,}5\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_4^6 =$$

$$= 5\cdot(4-0) + 15\cdot(6-4) - 1{,}25\cdot(6^2 - 4^2) =$$

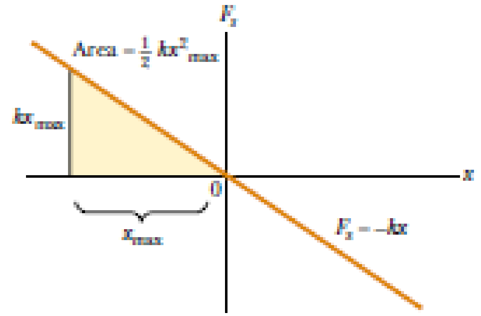
$$= 20 + 30 - 25 \Rightarrow$$

$$\boxed{W = 25\,\mathrm{J}}$$

Força variável: mola

A força exercida por uma mola em função de sua elongação é dada pela **Lei de Hooke**

$$F_H = -kx$$

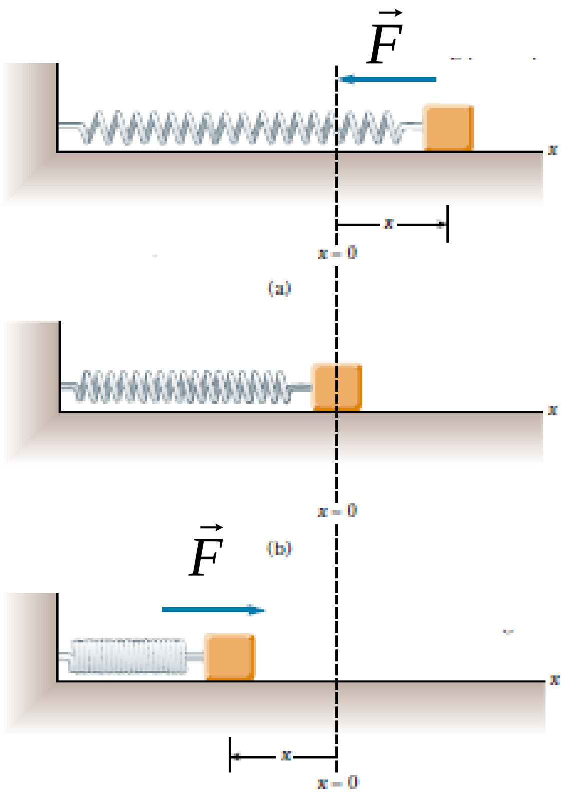


O **Trabalho** realizado pela mola sobre um objeto preso a ela será:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\, dx$$

$$W = \int_{x_i}^{x_f} -kx\, dx = -\frac{1}{2}kx^2\Big|_{x_i}^{x_f}$$

$$W = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$$

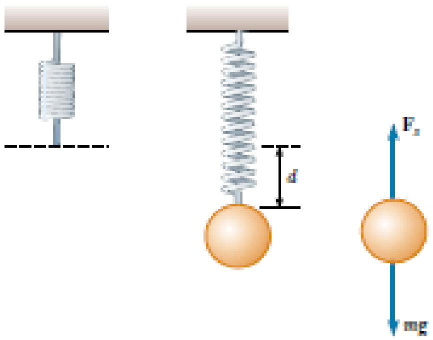


Aplicação: medindo a constante elástica (k)

Ao pendurarmos em uma mola um objeto de massa de 0,55 kg, ela sofre uma deformação de 2 cm. Determinar:

a) A constante elástica da mola.

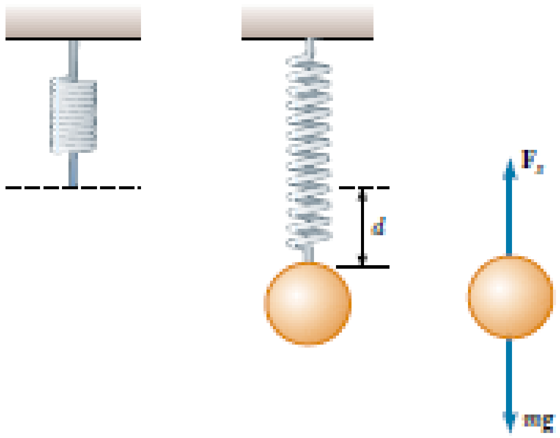
b) O trabalho realizado pela mola sobre o objeto.



Aplicação: medindo a constante elástica (*k*)

Ao pendurarmos em uma mola um objeto de massa de 0,55 kg, ela sofre uma deformação de 2 cm. Determinar:

a) A constante elástica da mola.
b) O trabalho realizado pela mola sobre o objeto.



a) $\vec{F}_R = \vec{F}_H + \vec{P} = 0 \Rightarrow \vec{F}_H = -\vec{P}$

$$\begin{cases} F_H = kx\,\hat{j} \\ P = -mg\,\hat{j} \end{cases} \Rightarrow kx = mg \Rightarrow$$

$$k = \frac{mg}{x} = \frac{0{,}55 \cdot 9{,}8}{0{,}02} = 269{,}5 \Rightarrow$$

$$k = 2{,}7 \times 10^2 \text{ N/m}$$

b) $W = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$

$$x_i = 0 \Rightarrow W = -\frac{1}{2}kx_f^2$$

$$W = -\frac{1}{2}2{,}7 \times 10^2 (2 \times 10^{-2})^2$$

$$W = -5{,}4 \times 10^{-2}\,\text{J}$$

Energia cinética e Trabalho

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F\,dx$$

$$F = ma = m\frac{dv}{dt} \Rightarrow W = \int_{x_i}^{x_f} m\frac{dv}{dt}dx$$

$$W = \int_{x_i}^{x_f} m\frac{dv}{dt}dx = \int_{x_i}^{x_f} m\frac{dvdx}{dt} = \int_{v_i}^{v_f} m\frac{dx}{dt}dv$$

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow W = \int_{v_i}^{v_f} mv\,dv$$

$$W = m\frac{v^2}{2}\Bigg|_{v_i}^{v_f} = \frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2}$$

$$K = \frac{mv^2}{2}$$

$$W = K_f - K_i$$

$$W = \Delta K$$

Energia Cinética

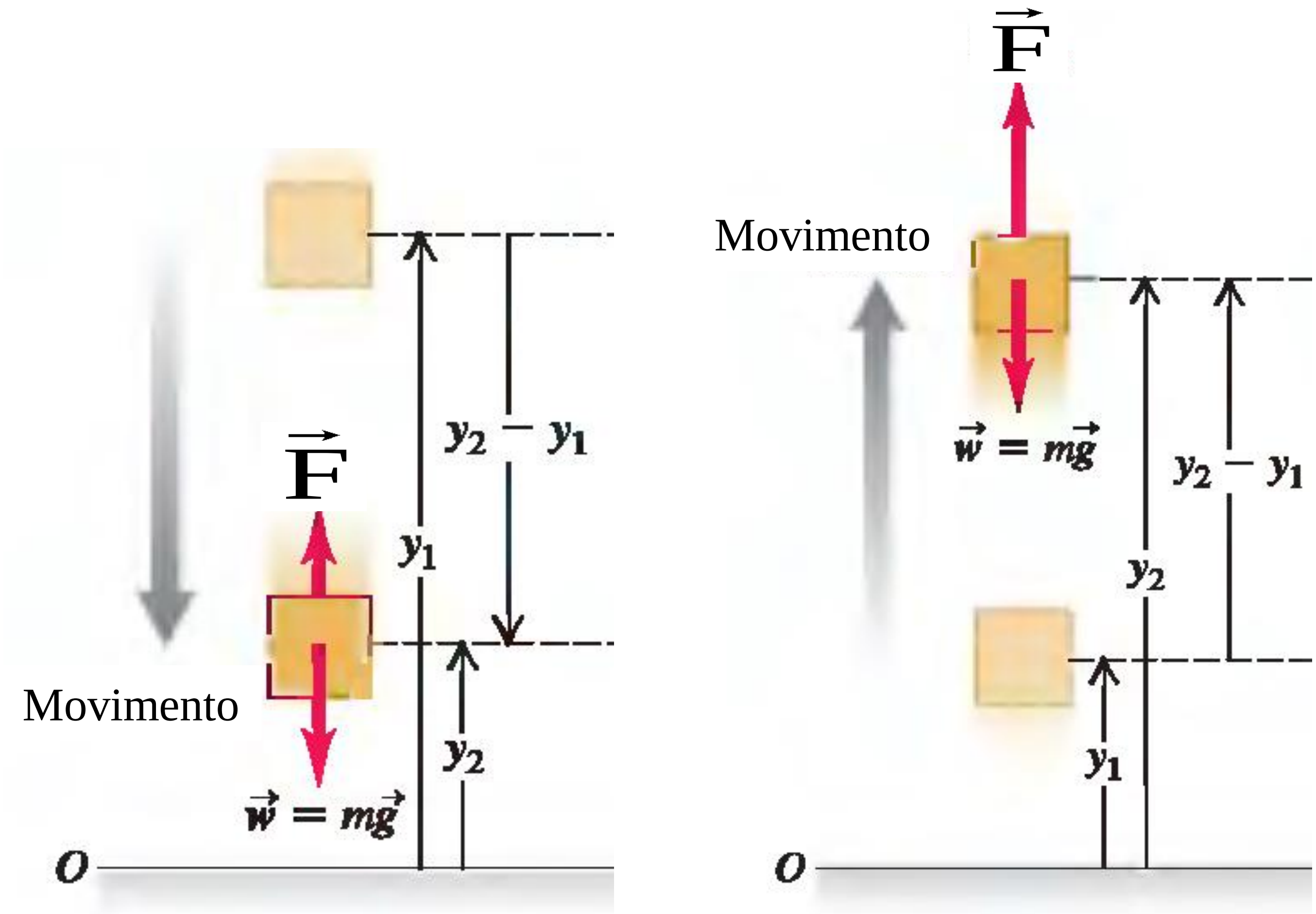
$$K = \frac{mv^2}{2}$$

O Trabalho da força resultante realizado sobre um corpo é igual à variação de sua Energia Cinética

$$W = \Delta K$$

Energia Potencial

- Energia: Capacidade de realizar trabalho.
- Energia Potencial (*U*):
  - Energia associada a um sistema de objetos.
  - Energia armazenada em um sistema.
- Energia Potencial Gravitacional.
  - Trabalho que a força gravitacional pode realizar sobre um objeto.

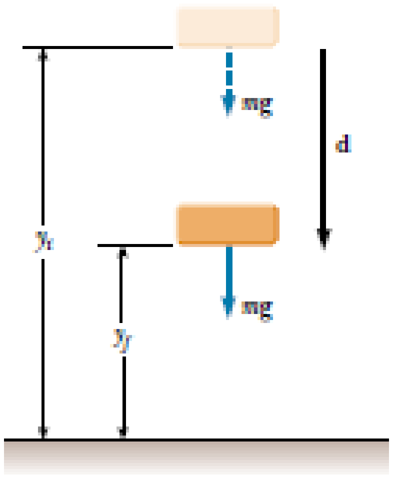


$\vec{F}$
$y_2 - y_1$
y_1
Movimento
y_2
$\vec{w} = m\vec{g}$
O
$\vec{F}$
Movimento
$\vec{w} = m\vec{g}$
$y_2 - y_1$
y_2
y_1
O

Energia Potencial Gravitacional

- Trabalho possível de ser realizado pela força gravitacional.

$$W_G = \vec{P} \cdot \vec{d} =$$
$$= -mg\,\hat{j} \cdot \left(y_f - y_i\right)\hat{j} =$$
$$= mg\,y_i - mg\,y_f =$$
$$= U_i - U_f = -\left(U_i - U_f\right) \Rightarrow$$
$$W_G = -\Delta U_G$$
$$\boxed{U_G = mg\,y}$$



$$U_G = mg\,h$$

Mas, definindo $\mathrm{U_G}(0) = 0$

e fazendo : $h = y_f - y_i$ e , vem :

$$\begin{cases} U_G \rightarrow \text{Energia Potencial Gravitacional} \\ mg \rightarrow \text{Peso} \\ h \rightarrow \text{Altura} \end{cases}$$

Energia Potencial Elástica

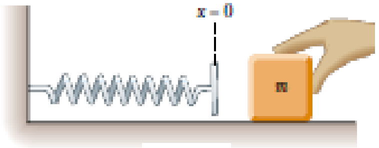
- Energia acumulada na mola capaz de realizar trabalho.

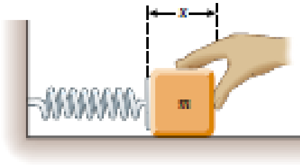
$$W = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$$

$$= -\left(\frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2\right)$$

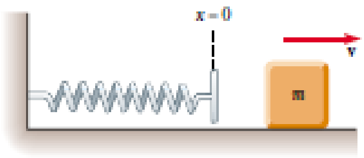
$$W = -\Delta U_M$$

$$U_M = \frac{1}{2}kx^2$$





$$\begin{cases} U = \dfrac{1}{2}kx^2 \\ K = 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} U = 0 \\ K = \dfrac{1}{2}mv^2 \end{cases}$$

Forças Conservativas

- Forças Conservativas:
  - Uma força é dita conservativa se o trabalho que ela realiza durante um deslocamento for independente do caminho.
  - O trabalho depende apenas dos pontos iniciais e finais.
  - O trabalho realizado em um caminho fechado é nulo.

- Forças Não-Conservativas
  - Uma força é dita não conservativa se a soma das energias mecânicas do sistema (potencial + cinética) não se conserva.
  - Atrito e arrasto são exemplos de forças não conservativas.
  - Calor é um exemplo de energia não mecânica.

Conservação da Energia Mecânica

A energia mecânica total de um sistema permanece constante em qualquer sistema isolado formado de objetos que interagem entre si apenas através de forças conservativas.

- A energia mecânica total de um sistema é a soma da energia cinética e a energia potencial.

$$E = K + U$$

- A soma da energia cinética e potencial inicial é igual à soma da energia cinética e potencial final.

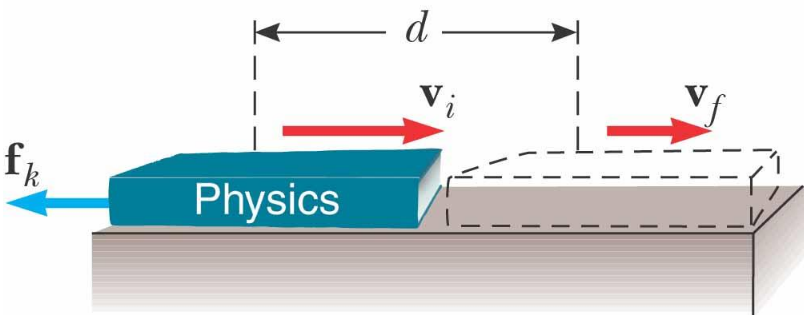
$$\begin{cases} \Delta E = \Delta K + \Delta U \\ \Delta E = 0 \\ K_i + U_i = K_f + U_f \end{cases}$$

- Na presença de forças não-conservativas, a diferença entre a energia mecânica inicial e a energia mecânica final é igual ao trabalho realizado pela força não-conservativa.

$$\begin{cases} W_{atrito} = -F_{atrito} d \\ \Delta E = -W_{atrito} \\ \Delta K + \Delta U = W_{atrito} \end{cases}$$

Energia interna

- A energia associada com a temperatura de um objeto é chamada de energia interna, E_{int}
- O atrito realiza trabalho e aumenta a energia interna do sistema (dissipativa)



$$W_{f_k} = -f_k d = \Delta K = \tfrac{1}{2} m v_f^2 - \tfrac{1}{2} m v_i^2$$

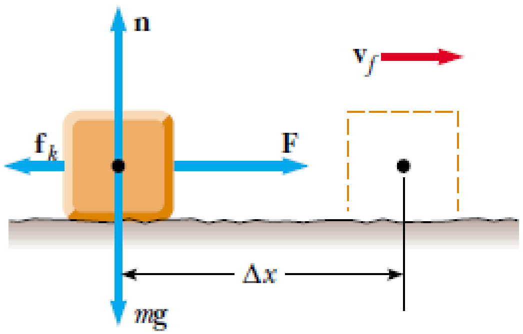
Mas, para um sistema isolado:

$$\Delta E_{\text{sist}} = \Delta K + \Delta E_{\text{int}} = 0$$

$$= -f_k d + \Delta E_{\text{int}} = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{\Delta E_{\text{int}} = f_k d}$$

Forças conservativas e dissipativas



Mas, em geral:

$$\vec{F}_R = \vec{f}_k + \vec{F}_{outras}$$

$$W_{F_R} = \sum_i W_i = W_{f_k} + \sum W_{outras} = \Delta K \Rightarrow$$

$$\Delta K = W_{f_k} + \sum W_{outras} \Rightarrow$$

$$\boxed{\Delta K = -f_k d + \sum W_{outras}}$$

Bibliografia

Serway, R. A.; Jewett Jr., J. W. *Princípios de Física - Mecânica Clássica*, Vol. 1, cap. 2, Cengage Learning, 2004.

Young, H. D.; Freedman, R. A. *Sears & Zemansky, Física I - Mecânica*, vol. 1, cap. 2, Pearson Education do Brasil, 2008.