Centro de Ciências Naturais e Humanas (CCNH)
Universidade Federal do ABC (UFABC)

Fenômenos Mecânicos

Aula 8

Prof. Marcelo A. Leigui de Oliveira
(leigui@ufabc.edu.br)

29/03/2023

Universidade Federal do ABC

O que veremos hoje...

- Momento linear
- Lei de conservação do momento linear
- Impulso
- Colisões
- Colisões elásticas e inelásticas
- Colisões em 1 dimensão

Momento Linear

- O momento linear de uma partícula ou um objeto que pode ser modelado como uma partícula de massa m se movendo com velocidade $\mathbf{v}$ é definido como sendo o produto da massa pela velocidade:
  - $\mathbf{p} = m\,\mathbf{v}$
    - Os termos "momento" e "momento linear" serão usados de maneira análoga em nossas discussões

Momento Linear, cont.

- O momento linear é uma quantidade vetorial
  - Sua direção é a mesma da velocidade **v**
- As dimensões de momento são ML/T
- As unidades de momento no SI são kg·m/s
- O momento pode ser expresso na forma de suas componentes como:

$$p_x = mv_x \qquad p_y = mv_y \qquad p_z = mv_z$$

Newton e o Momento

- Newton chamou o produto de $m\mathbf{v}$ como a *quantidade de movimento* da partícula
- A 2ª Lei de Newton pode ser usada para relacionar o momento da partícula com a força resultante atuando sobre ela

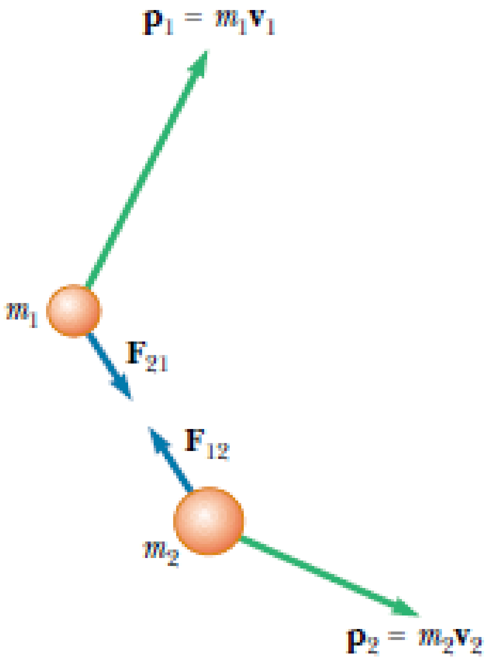
$$\Sigma\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d\left(m\mathbf{v}\right)}{dt} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

- com massa constante

2ª Lei de Newton

- A taxa temporal da mudança do momento linear de uma partícula é igual à força resultante atuando sobre a partícula
  - Esta é a forma na qual Newton apresentou a 2ª Lei
  - É uma forma mais geral do que a usada anteriormente
  - Esta forma permite a alteração de massa

Conservação de momento para um sistema de duas partículas



Terceira Lei de Newton (Ação e Reação):

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \quad \Rightarrow \quad \frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt}\underbrace{(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)}_{\text{Quantidade Conservada}} = 0$$

O momento total do sistema se conserva !

$$\vec{p}_{\text{sistema}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

$$\boxed{\vec{p}_{\text{sistema}} = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i}$$

$$\Delta\vec{p}_{\text{sistema}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f}}$$

Conservação de momento linear

- Sempre que duas ou mais partículas em um sistema isolado interagirem, o momento total do sistema permanecerá constante

  - O momento do sistema é conservado. Não necessariamente o momento de uma partícula individual será conservado

  - Isto também nos diz que o momento total de um sistema isolado é igual a seu momento inicial

Conservação de momento linear, cont.

- Conservação do momento pode ser expressa matematicamente por várias maneiras:

$$\vec{p}_{total} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{constante}$$

$$\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f}$$

- Na forma de componentes, o momento total em cada direção é independentemente conservado:
-

$$p_{ix} = p_{fx} \qquad p_{iy} = p_{fy} \qquad p_{iz} = p_{fz}$$

- Conservação do momento pode ser aplicada a sistemas com qualquer número de partículas

Conservação de momento linear – Exemplo 1

Conhecedor da conservação do momento linear, um astronauta flutuando em uma nave espacial resolve atirar seu casaco para um lado para ir para o lado oposto. Assumindo que ele tenha 70 kg e que ele jogue seu casaco de 1 kg a 20 m/s, qual será sua velocidade?

Conservação de momento linear – Exemplo 1

Conhecedor da conservação do momento linear, um astronauta flutuando em uma nave espacial resolve atirar seu casaco para um lado para ir para o lado oposto. Assumindo que ele tenha 70 kg e que ele jogue seu casaco de 1 kg a 20 m/s, qual será sua velocidade?

$$\text{Sistema Isolado} \rightarrow \Delta\vec{p} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{p}_a^{\,i} + \vec{p}_c^{\,i} = \vec{p}_a^{\,f} + \vec{p}_c^{\,f}$$

$$\vec{p}_a^{\,i} = \vec{p}_c^{\,i} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{p}_a^{\,f} + \vec{p}_c^{\,f} = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Direções Opostas}$$

$$\begin{cases} \vec{p}_a^{\,f} = m_a v_a \hat{i} \\ \vec{p}_c^{\,i} = m_c v_c \hat{i} \end{cases} \Rightarrow \quad m_a v_a \hat{i} + m_c v_c \hat{i} = 0$$

$$m_a v_a = -m_c v_c$$

$$v_a = -v_c \frac{m_c}{m_a} = -20 \frac{1}{70} \quad \rightarrow \vec{v}_a = -0,29\,\text{m/s}\,\hat{i}$$

Conservação do Momento, exemplo 2 (da Terra)

Ao considerar um sistema Terra-bola, onde a bola é solta nas proximidades da Terra, a energia cinética da Terra pode ser desprezada. Será mesmo?

Conservação do Momento, exemplo 2 (da Terra)

Ao considerar um sistema Terra-bola, onde a bola é solta nas proximidades da Terra, a energia cinética da Terra pode ser desprezada. Será mesmo?

A razão entre a energia cinética da Terra e da bola é:

$$\frac{K_T}{K_b} = \frac{\frac{1}{2} m_T v_T^2}{\frac{1}{2} m_b v_b^2} = \left(\frac{m_T}{m_b}\right)\left(\frac{v_T}{v_b}\right)^2$$

Considerando a conservação do momento na direção vertical:

Se o momento inicial é nulo:

$$P_i = P_f \Rightarrow \sum p_i = \sum p_f = 0 \Rightarrow$$

$$m_b v_b + m_T v_T = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{v_T}{v_b} = -\frac{m_b}{m_T}$$

Substituindo na razão das energias cinéticas:

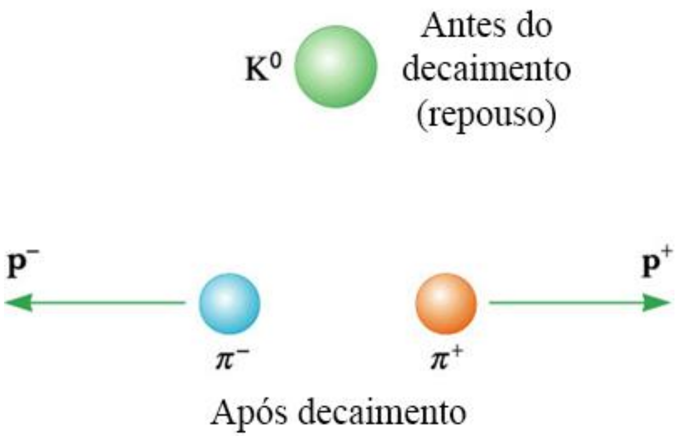
$$\frac{K_T}{K_b} = \left(\frac{m_T}{m_b}\right)\left(-\frac{m_b}{m_T}\right)^2 = \frac{m_b}{m_T}$$

Substituindo valores da ordem de grandeza para as massas, temos:

$$\frac{K_T}{K_b} = \frac{m_b}{m_T} \sim \frac{1\,\mathrm{kg}}{10^{24}\,\mathrm{kg}} \sim 10^{-24}$$

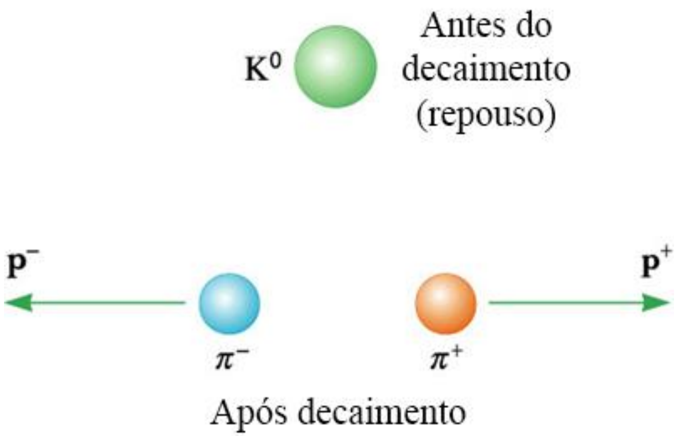
Conservação do Momento, exemplo 3 (do kaon)

Uma partícula nuclear, chamada *kaon neutro* (K^0), decai em um par de outras partículas chamadas *píons* (π^+ e π^-), que têm cargas opostas, mas massas iguais. Supondo que o *kaon* esteja inicialmente em repouso, prove que os dois *píons* têm de ter momentos que são iguais em módulo e opostos em direção.



Conservação do Momento, exemplo 3 (do kaon)

Uma partícula nuclear, chamada *kaon neutro* (K^0), decai em um par de outras partículas chamadas *píons* (π^+ e π^-), que têm cargas opostas, mas massas iguais. Supondo que o *kaon* esteja inicialmente em repouso, prove que os dois *píons* têm de ter momentos que são iguais em módulo e opostos em direção.



O decaimento do káon pode ser descrito como:

$$K^0 \to \pi^+ + \pi^-$$

Seja $\vec{p}^+$ o momento do píon positivo e $\vec{p}^-$ o momento do píon negativo, o momento final será:

$$\vec{P}_f = \sum \vec{p}_f = \vec{p}^+ + \vec{p}^-$$

Considerando que o káon estava inicialmente em repouso: $\vec{P}_i = 0$

E como há conseravação do momento:

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f = 0 \Rightarrow \vec{p}^+ + \vec{p}^- = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{p}^+ = -\vec{p}^-}$$

Impulso e Momento

Partindo da segunda lei de Newton:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow d\vec{p} = \vec{F}(t)dt$$

Integrando para encontrar a variação do momento durante um intervalo de tempo qualquer:

$$\int_{\vec{p}_i}^{\vec{p}_f} d\vec{p} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}(t)dt \equiv \vec{I}$$

$$\boxed{\vec{p}_f - \vec{p}_i = \vec{I}}$$

- A integral é chamada de ***impulso***, $\boldsymbol{I}$, da força resultante $\boldsymbol{F}$ atuando sobre um objeto durante um intervalo de tempo Δt

Impulso

- O impulso de uma força atuando sobre um objeto é igual à variação de momento da partícula causada por essa força

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \Rightarrow \quad d\vec{p} = \vec{F}dt \quad \Rightarrow \quad \int_{p_i}^{p_f} d\vec{p} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}dt$$

$$\int_{p_i}^{p_f} d\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \Delta\vec{p} \quad \Rightarrow \quad \Delta\vec{p} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}dt$$

$$\boxed{\vec{I} \equiv \Delta\vec{p} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}dt}$$

Impulso

Força Constante

$$\int_{t_i}^{t_f} \vec{F}dt = \vec{F}\Delta t$$

$$\boxed{\vec{I} = \vec{F}\Delta t}$$

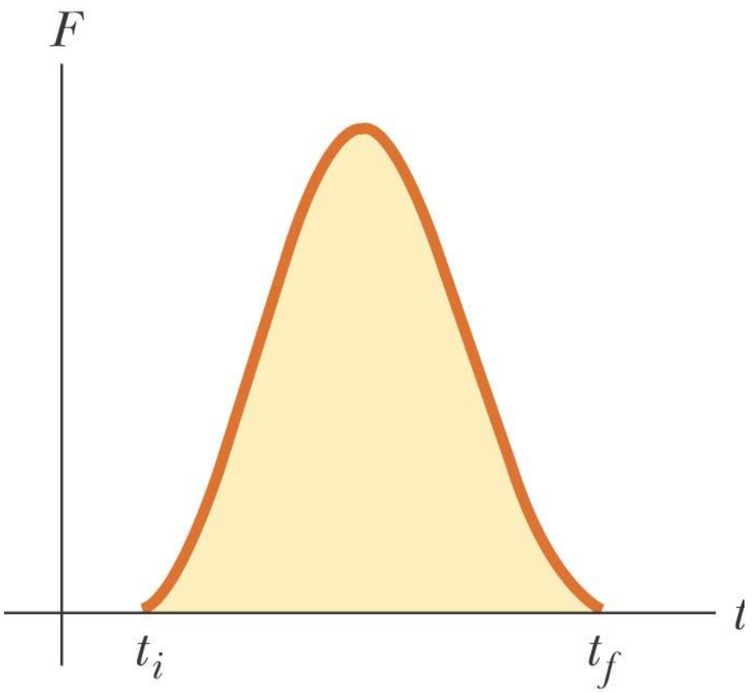
Teorema do Impulso-Momento

- Esta equação expressa o Teorema Momento-Impulso: O impulso da força F atuando sobre uma partícula é igual à mudança no momento da partícula

- Isto é equivalente à 2ª Lei de Newton

Mais sobre Impulso

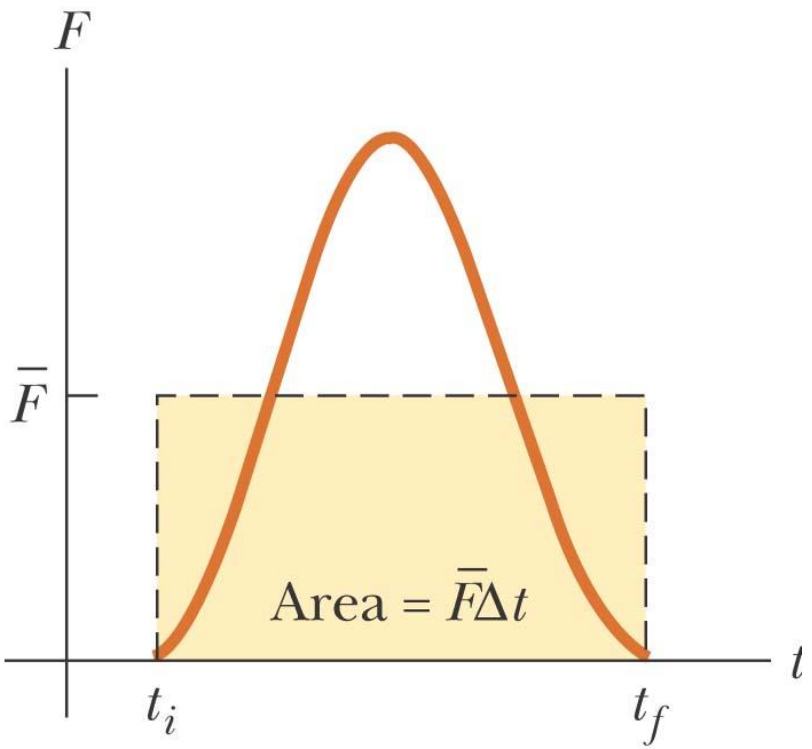
- Impulso é uma quantidade vetorial
- A magnitude do impulso é igual à área sob a curva força-tempo
- Dimensões do impulso são M L / T
- Impulso não é propriedade de uma partícula, mas a medida da mudança do momento de uma partícula



Mais sobre Impulso, cont...

- O impulso pode ser encontrado como sendo o produto de uma força média pelo seu tempo de atuação

$$I = \bar{F}\Delta t$$



Aproximação do Impulso

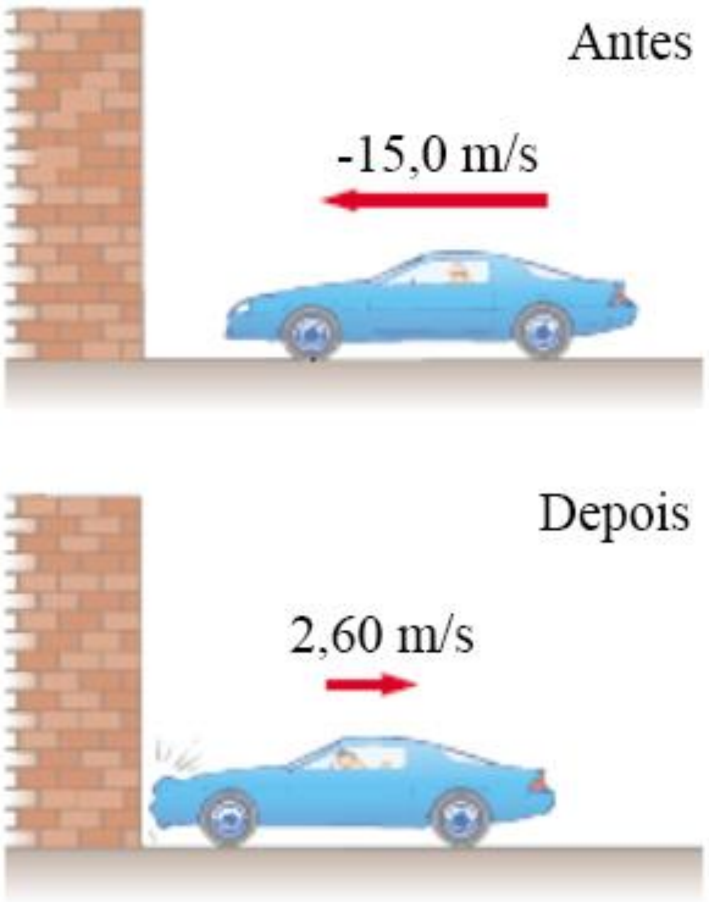
- Em muitos casos, uma força atuando numa partícula será muito maior do que outras forças atuando nela
- Quando usamos a Aproximação do Impulso, nós assumiremos que isto seja verdade
- A força será chamada de ***força de impulso***
- $\mathbf{p}_i$ e $\mathbf{p}_f$ representam os momentos imediatamente antes e depois da colisão
- A partícula se moverá muito pouco durante a colisão

Impulso-Momento – exemplo de colisão de um veículo contra uma parede

- Os momentos antes e depois da colisão do carro contra a parede podem ser determinados ($\mathbf{p} = m\,\mathbf{v}$)
- Encontrar o impulso:

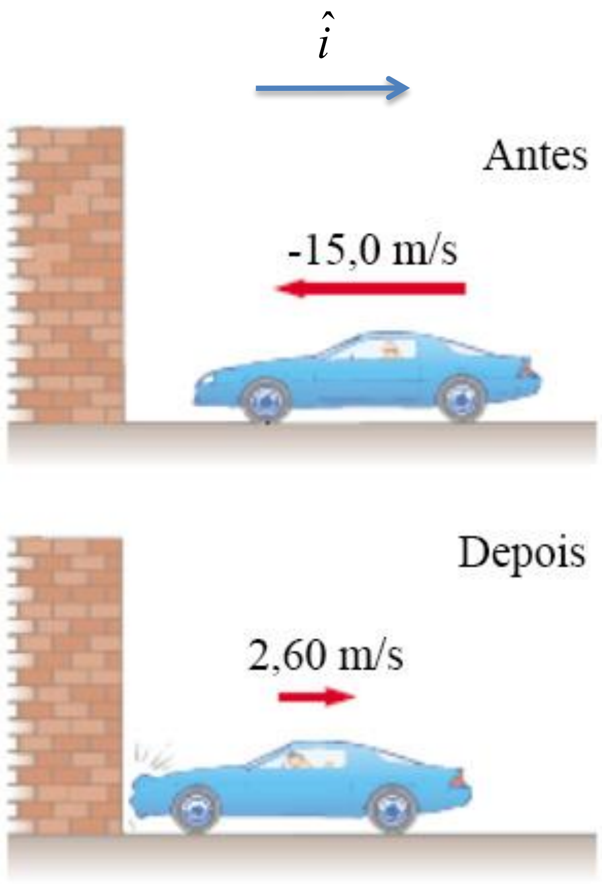
$$\mathbf{I} = \Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i$$

$$\mathbf{F} = \Delta\,\mathbf{p} / \Delta\,t$$



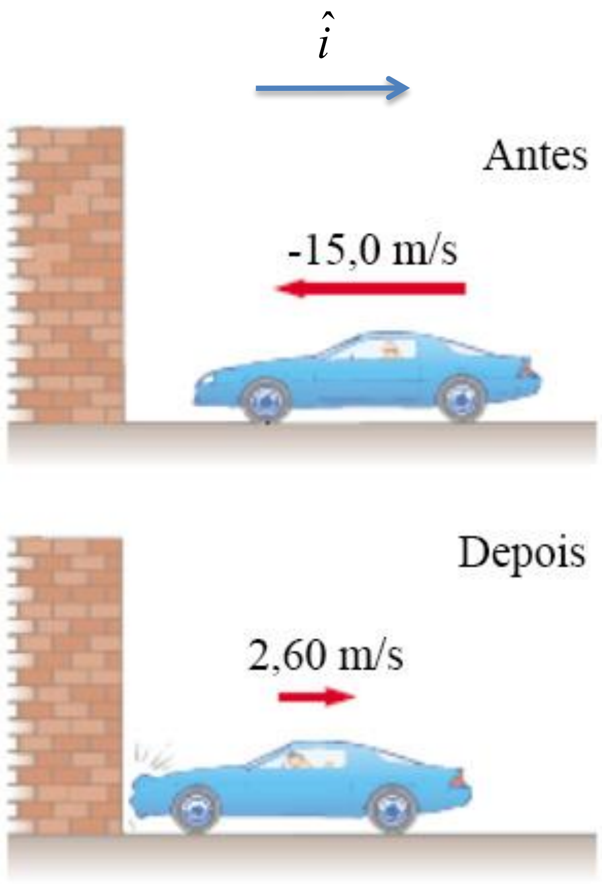
Impulso - Exemplo 4

Em um teste de resistência contra colisões, um carro de 1500 kg de massa andando a 15 m/s colide com um muro. Após a colisão ele retrocede com velocidade de 2,6 m/s. Sabendo-se que o tempo de contato com o muro foi de 0,15 segundos, qual foi a força média exercida pelo muro sobre o carro?



Impulso - Exemplo 4

Em um teste de resistência contra colisões, um carro de 1500 kg de massa andando a 15 m/s colide com um muro. Após a colisão ele retrocede com velocidade de 2,6 m/s. Sabendo-se que o tempo de contato com o muro foi de 0,15 segundos, qual foi a força média exercida pelo muro sobre o carro?



$$\vec{I} = \Delta\vec{p} \quad \text{e} \quad \vec{I} = \vec{F}\Delta t \quad \Rightarrow \quad \vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$$

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{\vec{p}_f - \vec{p}_i}{\Delta t}$$

$$\begin{cases} \vec{p}_i = m\vec{v}_i \\ \vec{p}_f = m\vec{v}_f \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = \frac{m\left(\vec{v}_f - \vec{v}_i\right)}{\Delta t}$$

$$\begin{cases} \vec{v}_i = -15 \text{ m/s } \hat{i} \\ \vec{v}_f = 2,6 \text{ m/s } \hat{i} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = \frac{1500(2,6+15)}{0,15}\hat{i} = 1,76\times 10^5 \hat{i} \text{ N}$$

Colisões

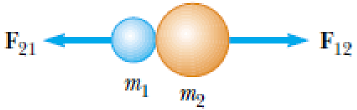
- Colisão: evento em que 2 partículas se aproximam e interagem através de forças

  – Intervalo de tempo da interação é pequeno ≈ ..., 10^{-3} s, 10^{-2} s, ...

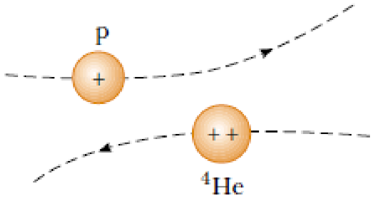
  – Forças da interação entre as partículas são muito maiores que as forças externas (aproximação do impulso)

  – Forças de contato ou de campo:

  – As velocidades das partículas mudam, podendo haver conservação da energia cinética total (colisão elástica) ou não (colisão inelástica)



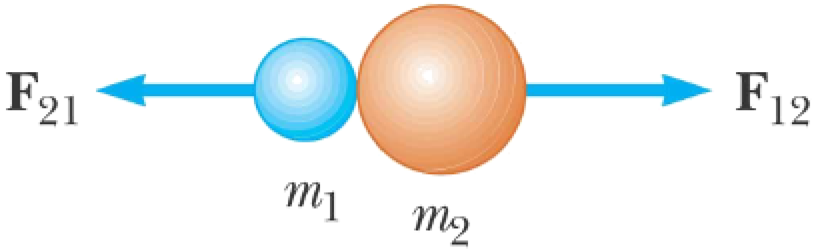
(a)



(b)

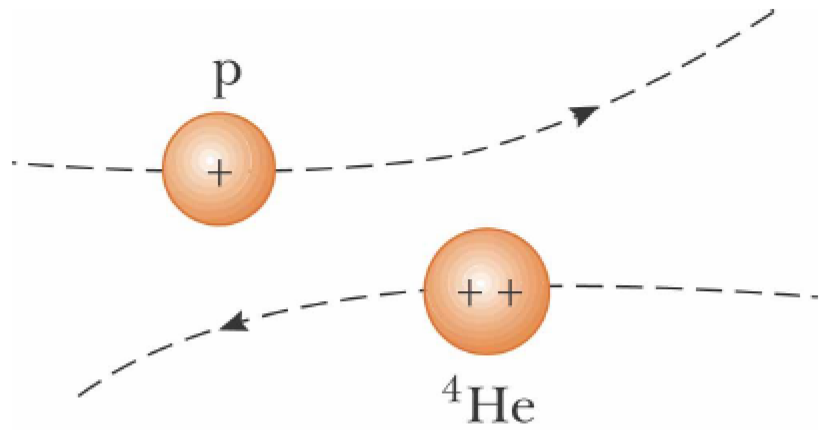
Colisões

- As colisões podem ser o resultado de contato direto
- As forças de impulso podem variar no tempo de maneiras complicadas
  - Esta força é interna ao sistema
- O momento é conservado



Colisões

- A colisão não precisa incluir contato físico entre os objetos
- Ainda há forças sobre as partículas
- Este tipo de colisão pode ser analisado da mesma maneira daquele que envolve contato físico



- O momento total de um sistema isolado antes da colisão é igual ao momento total após a colisão

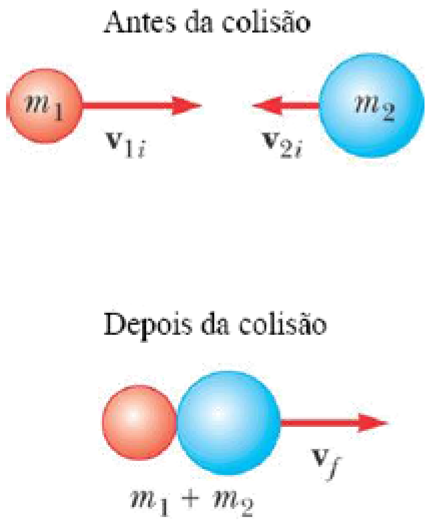
$$\begin{cases} \vec{F}_{12} \rightarrow \text{Força que o corpo 1 exerce sobre o corpo 2} \\ \vec{F}_{21} \rightarrow \text{Força que o corpo 2 exerce sobre o corpo 1} \end{cases}$$

$$\Delta\vec{p}_1 = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}_{21}dt \quad \text{e} \quad \Delta\vec{p}_2 = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}_{12}dt$$

$$\underbrace{\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}}_{3^{\text{a}} \text{ Lei de Newton}} \quad \Rightarrow \quad \Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2 \quad \Rightarrow \quad \Delta\underbrace{\left(\vec{p}_1 + \vec{p}_2\right)}_{\substack{\text{Momento Total} \\ \text{do Sistema}}} = 0$$

Tipos de colisões

- O momento total do sistema **sempre se conserva**, mas não necessariamente a energia cinética total
- **Colisão Elástica**
  - A energia cinética total do sistema é a mesma, antes e depois da colisão
- **Colisão Inelástica**
  - A energia cinética total do sistema não se conserva
- **Colisão Perfeitamente Inelástica**
  - Os corpos que colidem mantêm-se grudados após a colisão, formando um único corpo
  - Não há conservação da energia cinética



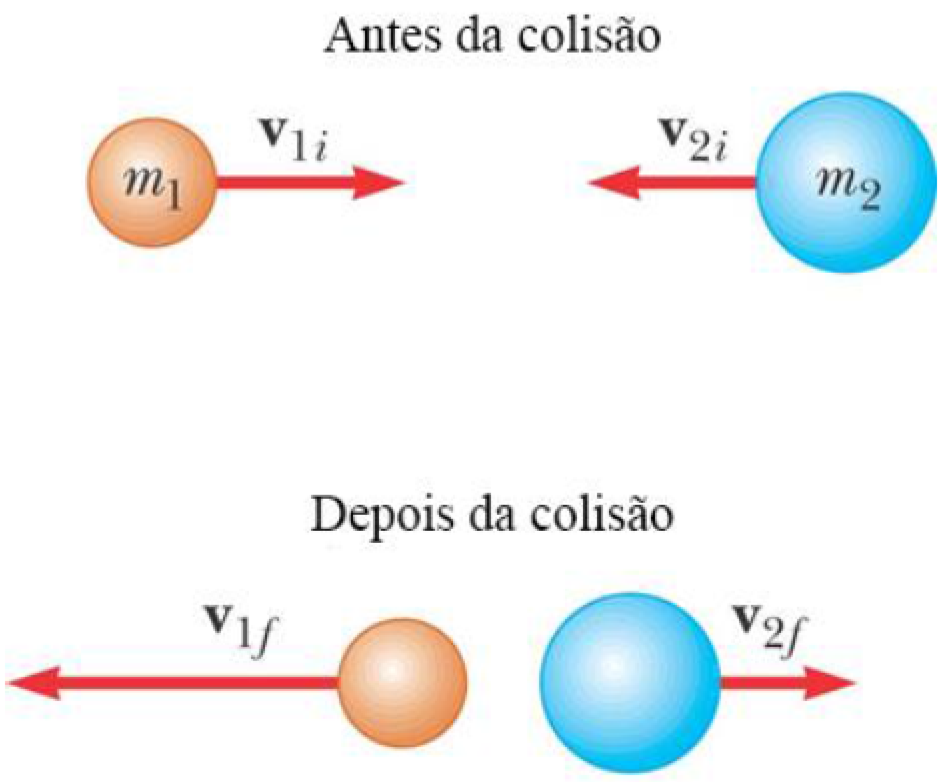
<u>Colisão Perfeitamente Inelástica</u>

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}_f$$

$$\boxed{\vec{v}_f = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}}$$

Colisões elásticas

- Tanto o momento quanto a energia cinética são conservados



$$m_1\mathbf{v}_{1i} + m_2\mathbf{v}_{2i} = m_1\mathbf{v}_{1f} + m_2\mathbf{v}_{2f}$$

$$\frac{1}{2}m_1\mathbf{v}_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2\mathbf{v}_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1\mathbf{v}_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2\mathbf{v}_{2f}^2$$

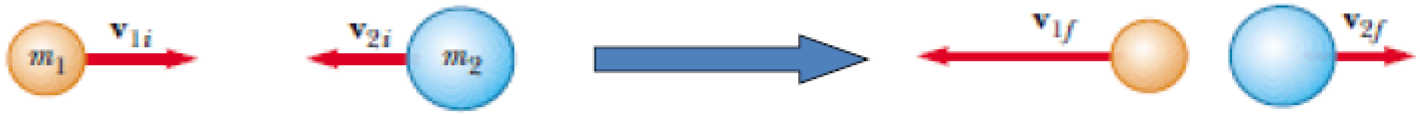
Colisões elásticas

- Geralmente, há duas incógnitas e um sistema de duas equações
- A equação da energia cinética pode ser difícil de ser usada
- Com alguma manipulação algébrica, uma equação diferente pode ser usada

$$\boxed{v_{1i} - v_{2i} = -\left(v_{1f} - v_{2f}\right)}$$

- Esta equação, considerando conservação de momento, pode ser usada para encontrar as duas incógnitas
  - Ela só pode ser usada em um dimensão, envolvendo colisão elástica entre dois objetos

Colisões elásticas em 1 dimensão



$$\begin{cases} (1)\ \text{Conservação do Momento: } m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \\ (2)\ \text{Conservação da Energia Cinética: } \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \end{cases}$$

$$(2) \rightarrow m_1 \left(v_{1i}^2 - v_{1f}^2 \right) = m_2 \left(v_{2f}^2 - v_{2i}^2 \right)$$

$$m_1 \left(v_{1i} - v_{1f} \right)\left(v_{1i} + v_{1f} \right) = m_2 \left(v_{2f} - v_{2i} \right)\left(v_{2f} + v_{2i} \right) \quad \text{(a)}$$

$$(1) \rightarrow m_1 \left(v_{1i} - v_{1f} \right) = m_2 \left(v_{2f} - v_{2i} \right) \quad \text{(b)}$$

$$\text{(a)/(b)} \rightarrow \left(v_{1i} + v_{1f} \right) = \left(v_{2f} + v_{2i} \right)$$

$$\boxed{v_{1i} - v_{2i} = -\left(v_{1f} - v_{2f} \right)}$$

Colisões elásticas em 1 dimensão

$$\begin{cases} m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \\ v_{1i} + v_{1f} = v_{2i} + v_{2f} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} = m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} \\ -v_{1f} + v_{2f} = v_{1i} - v_{2i} \end{cases}$$

$$\times m_2 \begin{cases} m_1 v_{1f} + \cancel{m_2 v_{2f}} = m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} \\ m_2 v_{1f} - \cancel{m_2 v_{2f}} = -m_2 v_{1i} + m_2 v_{2i} \end{cases} \rightarrow (m_1 + m_2) v_{1f} = (m_1 - m_2) v_{1i} + 2 m_2 v_{2i}$$

$$\times m_1 \begin{cases} \cancel{m_1 v_{1f}} + m_2 v_{2f} = m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} \\ -\cancel{m_1 v_{1f}} + m_1 v_{2f} = m_1 v_{1i} - m_1 v_{2i} \end{cases} \rightarrow (m_1 + m_2) v_{2f} = 2 m_1 v_{1i} + (m_2 - m_1) v_{2i}$$

Equações Fundamentais da Colisão Elástica em Uma Dimensão

$$\begin{cases} v_{1f} = \left(\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\dfrac{2 m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i} \\ v_{2f} = \left(\dfrac{2 m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{2i} \end{cases}$$

Colisões elásticas em 1 dimensão

Equações Fundamentais da Colisão Elástica em Uma Dimensão

$$\begin{cases} v_{1f} = \left(\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\dfrac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2i} \\ v_{2f} = \left(\dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{2i} \end{cases}$$

Casos especiais:

$$v_{2i} = 0 : \begin{cases} v_{1f} = \left(\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} \\ v_{2f} = \left(\dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} \end{cases}$$

$$\begin{array}{|l} m_1 >> m_2 : \\ v_{1f} \approx v_{1i}\ ,\ v_{2f} \approx 2v_{1i} \\ m_2 >> m_1 : \\ v_{1f} \approx -v_{1i}\ ,\ v_{2f} \approx 0 \end{array}$$

$$m_1 = m_2 : \begin{cases} v_{1f} = v_{2i} \\ v_{2f} = v_{1i} \end{cases}$$

Exemplo 1

Um carro de 1800 kg parado em um sinal de trânsito é atingido por trás por um carro de 900 kg vindo a uma velocidade de 20,0 m/s. Qual a velocidade dos dois carros logo após a batida, considerando que os carros ficaram presos um no outro?

$$\Delta\vec{p} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{p}_i = \vec{p}_f$$

$$\begin{cases} \vec{p}_i = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \\ \vec{p}_f = \vec{p}_{12} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{p}_1 = m_1 v_1 \hat{i} \\ \vec{p}_2 = m_2 v_2 \hat{i} \\ \vec{p}_{12} = (m_1 + m_2) v_{12} \hat{i} \end{cases}$$

$$(m_1 v_1 + m_2 v_2)\hat{i} = (m_1 + m_2) v_{12} \hat{i}$$

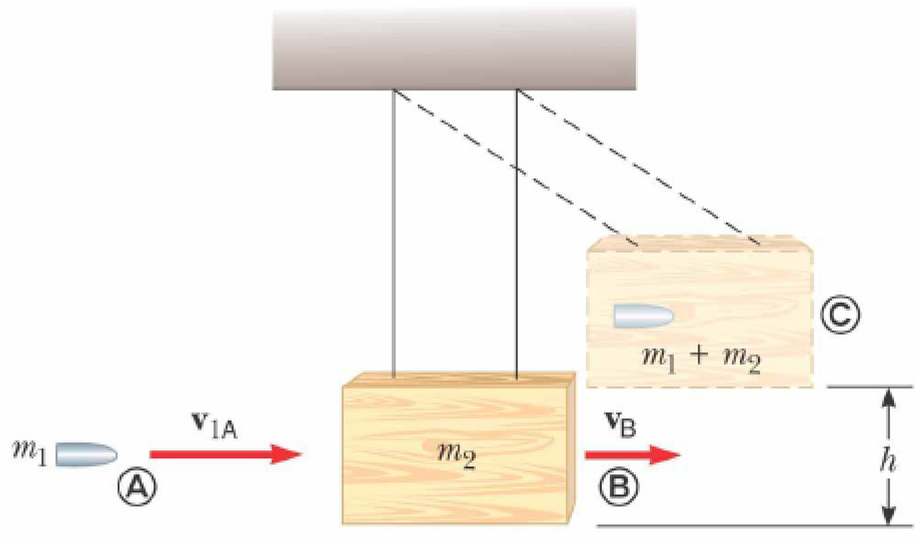
$$v_{12} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v_{12} = \frac{1800 \times 0 + 900 \times 20}{1800 + 900}$$

$$\vec{v}_{12} = 6,67\,\hat{i} \text{ m/s}$$

Colisões inelásticas

- Colisão perfeitamente inelástica - o projétil penetra no bloco de madeira
- A equação do momento terá duas incógnitas
- Use a conservação de energia para o pêndulo para encontrar a velocidade imediatamente após a colisão
- Então você encontrará a velocidade do projétil



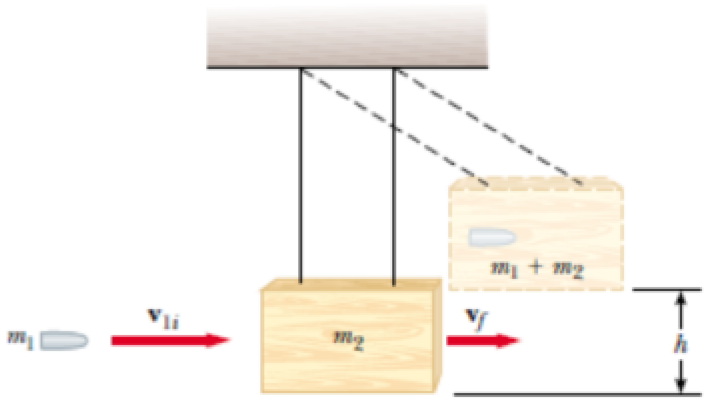
Fotografia multi-flash de um pêndulo balístico

Exemplo 2- Pêndulo balístico

Em um experimento de Pêndulo Balístico, um projétil de 5 gramas incide sobre um bloco de 1,0 kg, sendo completamente absorvido por ele. Sabendo-se que devido à colisão o bloco elevou-se em 5 centímetros:

a) Qual a velocidade inicial do projétil?

b) Quanto de energia mecânica foi perdida?



Colisão Perfeitamente Inelástica $\rightarrow m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f$

$$v_{2i} = 0 \quad \Rightarrow \quad v_{1i} = \frac{m_1 + m_2}{m_1} v_f$$

$$v_f = ?$$

$$\Delta U_G + \Delta K_f = 0$$

$$(m_1 + m_2) gh - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_f^2 = 0$$

$$v_f = \sqrt{2gh}$$

$$v_{1i} = \frac{m_1 + m_2}{m_1}\sqrt{2gh}$$

$$v_{1i} = \frac{0,005 + 1,0}{0,005}\sqrt{2 \times 9,8 \times 0,05}$$

$$\boxed{v_{1i} = 199 \text{ m/s}}$$

$$\Delta E = K_f - K_i = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_f^2 - \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2$$

$$\Delta E = -gh \frac{m_2}{m_1}(m_1 + m_2) \rightarrow \boxed{\Delta E = -98,5 \text{ J}}$$

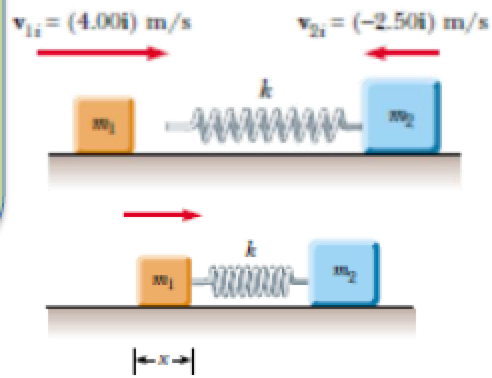
Exemplo 3- Colisão com molas

Um bloco de massa $m_1 = 1{,}60$ kg inicialmente se movendo para a direita com velocidade de 4,0 m/s sobre um trilho sem atrito colide com uma mola de constante elástica 600 N/m presa a um bloco de massa $m_2 = 2{,}10$ kg inicialmente se movendo para a esquerda com velocidade de 2,50 m/s.

a) Qual a velocidade final dos blocos após a colisão?

b) Qual a velocidade do bloco 1 no instante em que o bloco 2 está em repouso?

c) Qual a compressão da mola nesse instante?



a)

$$\begin{cases} v_{1f} = \left(\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\dfrac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2i} \\ v_{2f} = \left(\dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{2i} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{1i} = 4{,}0 \text{ m/s} \\ v_{2i} = -2{,}5 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_{1f} = -3{,}38 \text{ m/s} \\ v_{2f} = 3{,}12 \text{ m/s} \end{cases}$$

b)

$$p_{1i} + p_{2i} = p_{1f} + p_{2f}$$

$$v_{2f} = 0 \Rightarrow m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_1$$

$$v_1 = v_{1i} + \frac{m_2}{m_1} v_{2i} = 4{,}0 - \frac{2{,}10}{1{,}60} 2{,}50$$

$$v_1 = 0.72 \text{ m/s}$$

c)

$$\Delta E = 0 \Rightarrow K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{k}\left[m_1\left(v_{1i}^2 - v_1^2\right) + m_2 v_{2i}^2\right]}$$

$$x = 0{,}251 \text{ m}$$

Bibliografia

Serway, R. A.; Jewett Jr., J. W. *Princípios de Física - Mecânica Clássica*, Vol. 1, cap. 8, Cengage Learning, 2004.

Young, H. D.; Freedman, R. A. *Sears & Zemansky, Física I - Mecânica*, vol. 1, cap. 8, Pearson Education do Brasil, 2008.