Fenômenos Mecânicos

Lista de exercícios: Cinemática Unidimensional, Vetores e Cinemática Bidimensional

Instruções: Justifique os cálculos, apresente as equações utilizadas e destaque os resultados finais. Adote $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$ quando necessário. Os cálculos podem ser feitos sem calculadora.

Parte I – Exercícios

Questão 1. Um ciclista desloca-se em linha reta com velocidade constante de $6\,\mathrm{m/s}$. No instante $t = 0$, sua posição é $x_0 = 10\,\mathrm{m}$.

(a) Escreva a função horária $x(t)$.

(b) Determine a posição após $5\,\mathrm{s}$.

(c) Em quanto tempo chega a $x = 70\,\mathrm{m}$?

(d) Determine o deslocamento e a distância percorrida nos primeiros $5\,\mathrm{s}$.

Questão 2. Um automóvel move-se em linha reta com velocidade inicial $4\,\mathrm{m/s}$ e aceleração constante $2\,\mathrm{m/s^2}$. Considere $x_0 = 0$.

(a) Escreva $x(t)$ e $v(t)$.

(b) Determine a velocidade em $t = 3\,\mathrm{s}$.

(c) Calcule o deslocamento entre 0 e $3\,\mathrm{s}$.

(d) Determine a distância percorrida nesse intervalo.

Questão 3. Uma esfera é abandonada do repouso a uma altura de $45\,\mathrm{m}$. Despreze a resistência do ar e considere a origem no solo, com sentido positivo para cima.

(a) Escreva $y(t)$.

(b) Determine o tempo de queda.

(c) Determine a velocidade imediatamente antes do impacto.

(d) Calcule a distância percorrida durante o último segundo da queda.

Questão 4. Dados $\boldsymbol{A} = 3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$ e $\boldsymbol{B} = -\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}$, determine:

(a) $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}$;

(b) $|\boldsymbol{R}|$;

(c) $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}$ e $|\boldsymbol{D}|$;

(d) faça um esboço dos vetores no plano cartesiano.

Questão 5. Uma força de módulo $10\,\mathrm{N}$ forma um ângulo de 37° com o eixo horizontal positivo. Use $\cos 37^\circ = 0{,}8$ e $\sin 37^\circ = 0{,}6$.

(a) Determine as componentes da força.

(b) Escreva-a em termos dos vetores unitários.

(c) Determine o módulo de $\boldsymbol{C} = -6\hat{\imath} + 8\hat{\jmath}$.

Questão 6. Uma pessoa caminha 6 m para leste e, em seguida, 8 m para norte. Adote leste como eixo x positivo e norte como eixo y positivo.

(a) Represente o deslocamento total por um vetor.

(b) Determine seu módulo.

(c) Determine a distância total percorrida.

Questão 7. Um objeto é lançado horizontalmente com velocidade inicial de 10 m/s do alto de uma plataforma de 20 m. Considere a origem no solo, diretamente abaixo do lançamento.

(a) Escreva $x(t)$ e $y(t)$.

(b) Determine o tempo até o solo.

(c) Calcule o alcance horizontal.

(d) Determine as componentes da velocidade imediatamente antes do impacto.

Questão 8. Um projétil é lançado do solo com velocidade inicial de 20 m/s, a 30° da horizontal. Use $\sin 30^\circ = 1/2$ e $\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$.

(a) Determine as componentes da velocidade inicial.

(b) Escreva $x(t)$ e $y(t)$.

(c) Determine o instante da altura máxima e essa altura.

(d) Determine o tempo total de voo e o alcance.

Questão 9. Um projétil é lançado do solo com velocidade inicial $10\sqrt{2}$ m/s, a 45° da horizontal. Despreze a resistência do ar.

(a) Determine as componentes da velocidade inicial.

(b) Calcule o tempo total de voo e o alcance.

(c) Determine o módulo da velocidade no ponto mais alto.

(d) Explique por que a velocidade não é nula nesse ponto.

Questão 10. Uma estudante caminha 30 m para leste em 10 s e depois 40 m para norte em mais 10 s.

(a) Determine o vetor deslocamento e seu módulo.

(b) Determine a velocidade vetorial média.

(c) Determine a rapidez média.

(d) Explique a diferença entre rapidez média e módulo da velocidade vetorial média.

Parte II – Resoluções

Questão 1. MRU.

(a) $x(t) = x_0 + vt$, portanto $\boxed{x(t) = 10 + 6t}$.

(b) $x(5) = 10 + 6(5) = \boxed{40\,\text{m}}$.

(c) $70 = 10 + 6t$, logo $\boxed{t = 10\,\text{s}}$.

(d) $\Delta x = 40 - 10 = 30\,\text{m}$. Como o movimento não muda de sentido, a distância também é $\boxed{30\,\text{m}}$.

Questão 2. MRUV.

(a) $\boxed{v(t) = 4 + 2t}$ e $\boxed{x(t) = 4t + t^2}$.

(b) $v(3) = 4 + 2(3) = \boxed{10\,\text{m/s}}$.

(c) $\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 4(3) + \frac{1}{2}(2)(9) = \boxed{21\,\text{m}}$.

(d) Como a velocidade é positiva em todo o intervalo, a distância é $\boxed{21\,\text{m}}$.

Questão 3. Queda livre.

(a) $\boxed{y(t) = 45 - 5t^2}$.

(b) $0 = 45 - 5t^2$, então $t^2 = 9$ e $\boxed{t = 3\,\text{s}}$.

(c) $v_y = -gt = -10(3) = \boxed{-30\,\text{m/s}}$ (para baixo).

(d) $y(2) = 45 - 20 = 25\,\text{m}$ e $y(3) = 0$, logo no último segundo percorre $\boxed{25\,\text{m}}$.

Questão 4. Operações com vetores.

(a) $\boldsymbol{R} = (3-1)\hat{\imath} + (4+2)\hat{\jmath} = \boxed{2\hat{\imath} + 6\hat{\jmath}}$.

(b) $|\boldsymbol{R}| = \sqrt{2^2 + 6^2} = \boxed{2\sqrt{10}}$.

(c) $\boldsymbol{D} = (3+1)\hat{\imath} + (4-2)\hat{\jmath} = \boxed{4\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}}$ e $|\boldsymbol{D}| = \sqrt{4^2 + 2^2} = \boxed{2\sqrt{5}}$.

(d) As extremidades de $\boldsymbol{A}$ e $\boldsymbol{B}$ são $(3, 4)$ e $(-1, 2)$; as de $\boldsymbol{R}$ e $\boldsymbol{D}$ são $(2, 6)$ e $(4, 2)$, respectivamente.

Questão 5. Componentes de vetores.

(a) $F_x = 10(0{,}8) = \boxed{8\,\text{N}}$ e $F_y = 10(0{,}6) = \boxed{6\,\text{N}}$.

(b) $\boxed{\boldsymbol{F} = 8\hat{\imath} + 6\hat{\jmath}\,\text{N}}$.

(c) $|\boldsymbol{C}| = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = \sqrt{100} = \boxed{10}$.

Questão 6. Deslocamento e distância.

(a) $\boxed{\Delta\boldsymbol{r} = 6\hat{\imath} + 8\hat{\jmath}\,\text{m}}$.

(b) $|\Delta\boldsymbol{r}| = \sqrt{6^2 + 8^2} = \boxed{10\,\text{m}}$.

(c) A distância total é $6 + 8 = \boxed{14\,\text{m}}$.

Questão 7. Lançamento horizontal.

(a) $\boxed{x(t) = 10t}$ e $\boxed{y(t) = 20 - 5t^2}$.

(b) $0 = 20 - 5t^2$, portanto $\boxed{t = 2\,\text{s}}$.

(c) $x(2) = 10(2) = \boxed{20\,\text{m}}$.

(d) $v_x = 10\,\text{m/s}$ e $v_y = -gt = -20\,\text{m/s}$, logo $\boxed{\boldsymbol{v} = 10\hat{\imath} - 20\hat{\jmath}\,\text{m/s}}$.

Questão 8. Lançamento oblíquo a $30°$.

(a) $v_{0x} = 20\cos 30° = \boxed{10\sqrt{3}\,\text{m/s}}$ e $v_{0y} = 20\sin 30° = \boxed{10\,\text{m/s}}$.

(b) $\boxed{x(t) = 10\sqrt{3}\,t}$ e $\boxed{y(t) = 10t - 5t^2}$.

(c) No topo, $v_y = 10 - 10t = 0$, então $\boxed{t_{\max} = 1\,\text{s}}$; $y(1) = 10 - 5 = \boxed{5\,\text{m}}$.

(d) $y = 0$ implica $t = 0$ ou $t = 2\,\text{s}$; o tempo total é $\boxed{2\,\text{s}}$ e o alcance é $20\sqrt{3}\,\text{m} \approx \boxed{35\,\text{m}}$.

Questão 9. Lançamento a $45°$.

(a) $v_{0x} = v_{0y} = 10\sqrt{2}(\sqrt{2}/2) = \boxed{10\,\text{m/s}}$.

(b) $t = 2v_{0y}/g = \boxed{2\,\text{s}}$ e $R = v_{0x}t = \boxed{20\,\text{m}}$.

(c) No ponto mais alto, $v_y = 0$, mas $v_x = 10\,\text{m/s}$; portanto $\boxed{|\boldsymbol{v}| = 10\,\text{m/s}}$.

(d) A gravidade altera apenas a componente vertical; sem resistência do ar, a componente horizontal permanece constante.

Questão 10. Velocidade média vetorial e rapidez média.

(a) $\Delta\boldsymbol{r} = 30\hat{\imath} + 40\hat{\jmath}\,\text{m}$ e $|\Delta\boldsymbol{r}| = \sqrt{30^2 + 40^2} = \boxed{50\,\text{m}}$.

(b) Como $\Delta t = 20\,\text{s}$, $\boldsymbol{v}_m = \Delta\boldsymbol{r}/\Delta t = \boxed{1{,}5\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}\,\text{m/s}}$, cujo módulo é $2{,}5\,\text{m/s}$.

(c) A distância é $30+40 = 70\,\text{m}$, então a rapidez média é $70/20 = \boxed{3{,}5\,\text{m/s}}$.

(d) A rapidez média usa a distância percorrida; a velocidade vetorial média usa o deslocamento. Aqui, $70\,\text{m} > 50\,\text{m}$, por isso a rapidez média é maior que o módulo da velocidade vetorial média.