

Notas de Aula de Física Quântica (BCK0103)

Prof. Dr. Marcelo Augusto Leigui de Oliveira

Efeito Fotoelétrico

I. DUALIDADE ONDA-PARTÍCULA

- Em seu livro *Optiks* (1704), Newton havia proposto que a luz se comportaria como partículas.

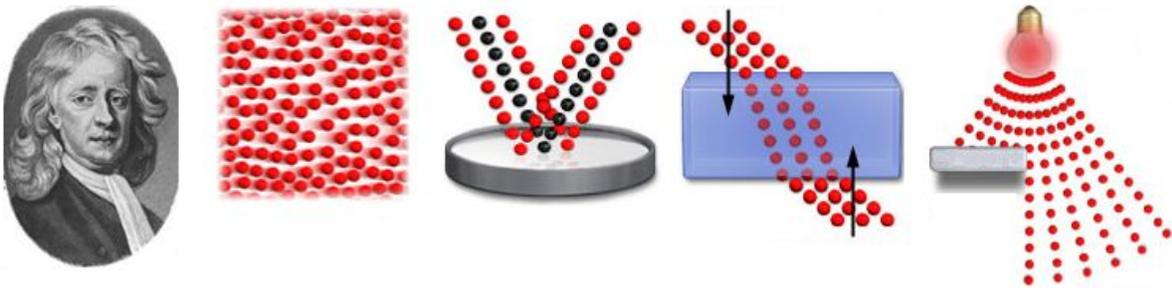


Figura 1: Newton e a teoria corpuscular da luz.

- Enquanto que Huygens¹, em seu livro *Traté de la lumière* (1690), propôs o comportamento ondulatório para a luz.

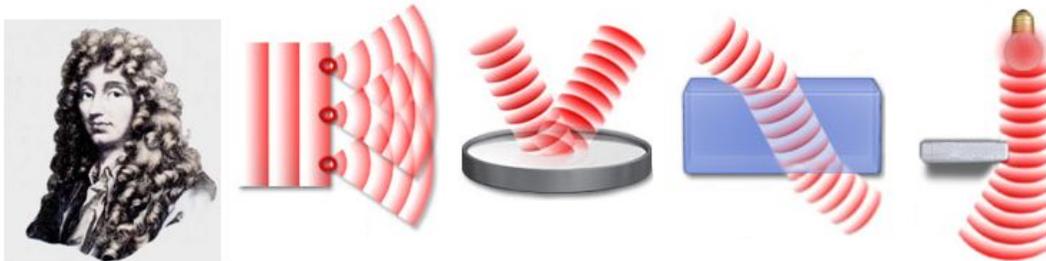


Figura 2: Huygens e a teoria ondulatória da luz.

¹Christiaan Huygens (1629-1695), físico, matemático, astrônomo e horologista holandês.

- Em 1801, Young² realizou o experimento da dupla fenda:

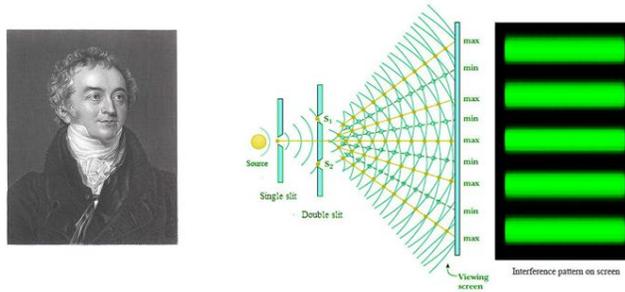


Figura 3: Young e o experimento de interferência da luz na dupla fenda.

- No decorrer do século XIX, a teoria ondulatória da luz se consolidou, tendo o seu ápice com a teoria eletromagnética de Maxwell³:

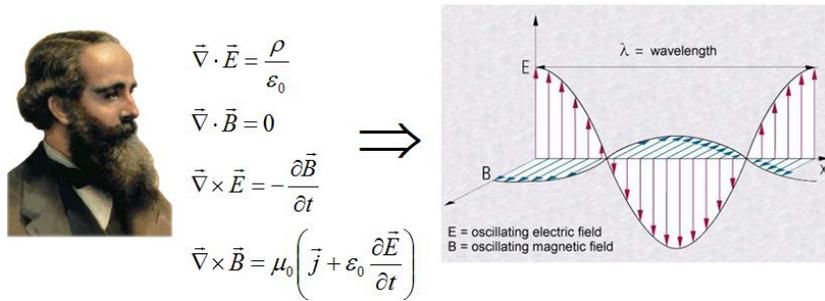


Figura 4: Maxwell e a teoria eletromagnética.

Entretanto, no início do século XX, começaram a surgir evidências para o comportamento corpuscular da luz:

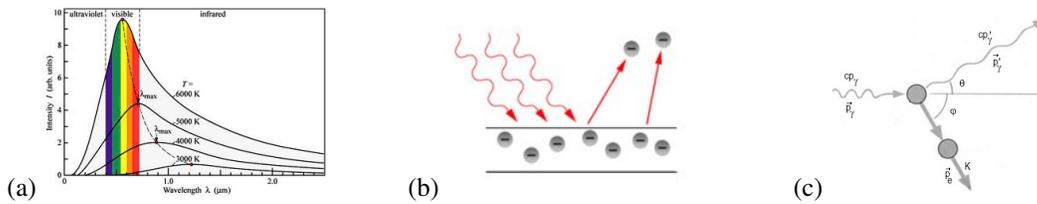


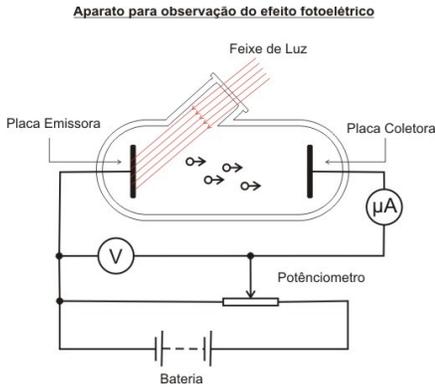
Figura 5: Evidências para o comportamento corpuscular da luz: (a) radiação de corpo negro; (b) efeito fotoelétrico; (c) efeito Compton.

²Thomas Young (1773-1829), físico, médico e egiptólogo britânico.

³James Clerk Maxwell (1831-1879), físico e matemático escocês.

II. EFEITO FOTOELÉTRICO

Em 1887, Hertz⁴, enquanto procurava demonstrar a existência das ondas eletromagnéticas, descobre acidentalmente o *efeito fotoelétrico*. Em 1897, Lenard⁵ desenvolve a *célula fotoelétrica* (Fig. 6) e dá início a um estudo sistemático do fenômeno.



V > 0: os elétrons são coletados no anodo. Se V for suficientemente grande, todos os elétrons são coletados e $i \rightarrow i^{max}$.

V < 0: ainda há corrente até que se atinja o *potencial de corte* (V_0). O potencial de corte, V_0 , é a razão entre a máxima energia cinética e a carga elementar:

$$K_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = eV_0. \quad (1)$$

Figura 6: Célula fotoelétrica.

Em 1897, Lenard descobriu que existe uma *frequência de corte* (f_0) e, em 1900, descobriu que as partículas emitidas são negativas e obteve a mesma razão q/m dos elétrons de Thomson.

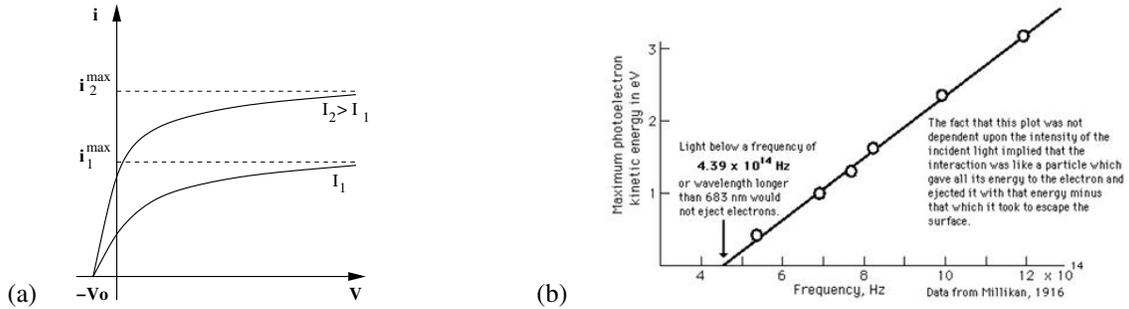


Figura 7: (a) Corrente em função da tensão aplicada numa célula fotoelétrica para duas intensidades de luz ($I_2 > I_1$), note o *potencial de corte* (V_0); (b) Potencial de corte em função da frequência da luz incidente, note a *frequência de corte* (f_0).

⁴Heinrich Rudolf Hertz (1857-1894), físico alemão.

⁵Philipp Lenard (1862-1947), físico húngaro e alemão; Nobel de Física (1905).

E quais eram as previsões da teoria clássica?

1. K_{max} deveria ser proporcional à intensidade da luz incidente, porém $K_{max} = eV_0$ (independente da intensidade);
2. Não deveria existir a frequência de corte, bastando a intensidade da luz ser grande o suficiente;
3. Deveria haver um atraso de tempo (δt) entre a incidência da luz e a emissão do elétron, porém $\delta t \rightarrow 0$. Por exemplo, para um cátodo de potássio, cuja energia necessária para arrancar 1 elétron é de $W_0 = 2,22 \text{ eV}$, e sob uma intensidade de luz incidente de 10^{-2} W/m^2 :

$$I = \frac{E}{\delta t \cdot A} \Rightarrow \delta t = \frac{E}{I \cdot A} = \frac{2,22 \cdot 1,6 \times 10^{-19}}{10^{-2} \cdot \pi(10^{-10})^2} = 1330 \text{ s} \simeq 18,8 \text{ min},$$

onde tomamos a área de um disco de diâmetro atômico (1 \AA). Entretanto, nenhum atraso entre a incidência da luz e a emissão do elétron foi detectado (em até $\delta t < 10^{-19} \text{ s}$).

III. A TEORIA DE EINSTEIN

Em 1905, Einstein⁶ formula a teoria do efeito fotoelétrico. A luz é constituída por *quanta* de radiação com energia:

$$E = hf. \quad (2)$$

A equação (2) é a *equação de Einstein para a energia do fóton*.

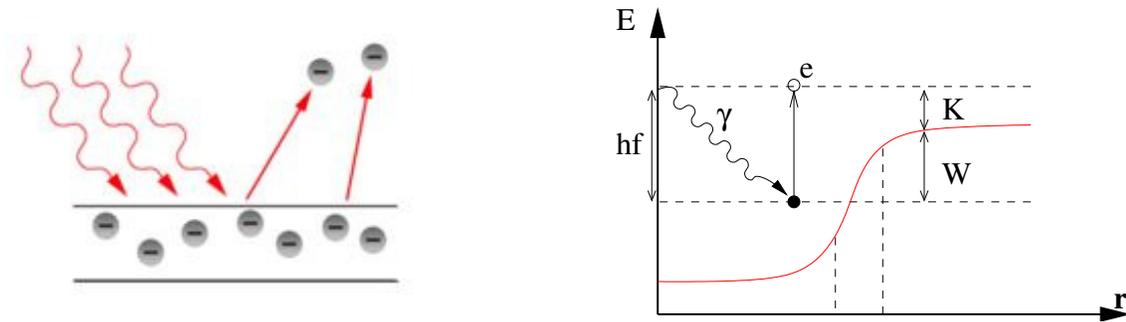


Figura 8: Teoria de Einstein para o efeito fotoelétrico.

Os elétrons da superfície do cátodo absorvem a energia dos quanta de radiação e gastam parte dela para serem removidos do metal (ϕ), o que resta é a energia cinética (E_c) do elétron emitido. Então, por conservação de energia:

$$E = hf = K + W.$$

Se o trabalho para retirar um elétron for o menor possível ($\phi_0 \leq \phi$) sua energia cinética será a maior possível:

$$hf = K_{max} + W_0. \quad (3)$$

Esta é a equação (3) é a *equação de Einstein para o efeito fotoelétrico*.

⁶Albert Einstein (1879-1955), físico alemão; Nobel de Física (1921).

Neste caso, W_0 é denominada *função trabalho*. Na tabela abaixo, apresentamos valores das funções trabalho de alguns elementos:

elemento	W_0 (eV)
Na	2,28
C	4,81
Cd	4,07
Al	4,08
Ag	4,73
Pb	4,14

Note, agora, que:

$$hf = K_{max} + W_0 \Rightarrow K_{max} = hf - W_0.$$

Usando a equação (1), vem:

$$V_0 = (h/e)f - W_0/e,$$

que é uma relação linear entre o potencial de corte (V_0) e a frequência da luz incidente (f), conforme o esperado.

Ademais, se a máxima energia cinética dos elétrons for zero, deduz-se diretamente a frequência de corte (f_0):

$$K_{max} = 0 = hf_0 - W_0 \Rightarrow \boxed{f_0 = \frac{W_0}{h}}. \quad (4)$$

IV. UMA RELAÇÃO MUITO ÚTIL

Lembrando que:

$$\begin{aligned} 1 \text{ eV} &\equiv (1,602 \times 10^{-19} \text{ C}) \cdot (1 \text{ V}) = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J} \Rightarrow \\ h &= 6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 4,136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} \Rightarrow \\ hc &= 4,136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \cancel{\text{s}} \cdot 2,99792458 \times 10^8 \text{ m}/\cancel{\text{s}} = 1,240 \times 10^{-6} \text{ eV} \cdot \text{m} \Rightarrow \\ &\boxed{hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}} \end{aligned} \quad (5)$$

Exemplo 1

a) O comprimento de onda de corte para um fotocátodo de potássio é de 558 nm, qual é a sua função trabalho?

$$W_0 = hf_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \cancel{\text{nm}}}{558 \cancel{\text{nm}}} = 2,22 \text{ eV};$$

b) Para luz incidente de $\lambda = 400 \text{ nm}$ sobre este fotocátodo de potássio, qual o potencial de corte para os elétrons?

$$\begin{aligned} eV_0 = hf - W_0 &= \frac{hc}{\lambda} - W_0 = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \cancel{\text{nm}}}{400 \cancel{\text{nm}}} - 2,22 \text{ eV} = 0,88 \text{ eV} \Rightarrow \\ eV_0 &= 0,88 \text{ eV} \Rightarrow V_0 = 0,88 \text{ V}. \end{aligned}$$

Exemplo 2

Calcule o fluxo de fótons, em unidades de fótons/m²·s, para um feixe de luz com intensidade $I = 10^{-2}$ W/m² e comprimento de onda $\lambda = 400$ nm.

A energia de 1 fóton com uma dada frequência (ou comprimento de onda) é fornecida pela equação (2):

$$E_1 = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{400 \text{ nm}} = 3,1 \text{ eV} = 4,96 \times 10^{-19} \text{ J}$$

De onde calculamos o fluxo através da razão:

$$F = \frac{I}{E_1} = \frac{10^{-2} \text{ J/m}^2 \cdot \text{s}}{4,96 \times 10^{-19} \text{ J}} = 2,02 \times 10^{16} \text{ fótons/m}^2 \cdot \text{s}$$

Exemplo 3

(a) A energia necessária para que um elétron seja removido do sódio é de 2,3 eV. O sódio apresenta o efeito fotoelétrico para a luz amarela, com $\lambda = 589$ nm? (b) Qual o comprimento de onda de corte para a emissão fotoelétrica do sódio?

(a) comparamos o comprimento de onda dado com o comprimento de onda de corte (fornece também a resposta do item b):

$$f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{c}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{W_0} = \frac{1240}{2,3} = 539 \text{ nm} < \lambda = 589 \text{ nm} \Rightarrow \text{não ocorre}$$

(b) já calculado acima:

$$\lambda_0 = 539 \text{ nm}$$

Exemplo 4

Os comprimentos de onda da luz visível vão de 380 nm a 750 nm, aproximadamente. (a) Qual o intervalo de energias, em eVs, dos fótons de luz visível? (b) Em condições normais, o olho humano é capaz de perceber luz a partir de um limiar de aproximadamente 50 fótons. Qual é a energia associada a estes 50 fótons se o comprimento de onda for 550 nm?

(a)

$$380 \text{ nm} < \lambda_{\text{vis}} < 750 \text{ nm}$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{\lambda} \Rightarrow 3,26 \text{ eV} > E_{\text{vis}} > 1,65 \text{ eV}$$

(b)

$$\lambda = 550 \text{ nm} \Rightarrow E_1 = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240}{550} = 2,25 \text{ eV} \Rightarrow E_{50} = 50 \cdot 2,25 = 112,7 \text{ eV}$$

Exemplo 5

Numa experiência fotoelétrica na qual se usa luz monocromática e um fotocátodo de sódio, encontramos um potencial de corte de 1,85 V para $\lambda = 300$ nm e de 0,82 V para $\lambda = 400$ nm. Destes dados, determine: (a) o valor da constante de Planck, (b) a função trabalho do sódio em eV e (c) o comprimento de onda limite para o sódio.

(a) vamos encontrar uma fórmula para o potencial de corte em termos do comprimento de onda, com 2 parâmetros a determinar:

$$eV_0 = hf - W_0 \Rightarrow V_0 = \frac{hc}{e\lambda} - \frac{W_0}{e} \Rightarrow V_0 \equiv a\lambda^{-1} - b,$$

de onde, substituindo-se os dados, vem:

$$1,85 = \frac{a}{3 \cdot 10^{-7}} - b$$

$$0,82 = \frac{a}{4 \cdot 10^{-7}} - b$$

subtraindo-se estas duas equações, temos:

$$1,85 - 0,82 = a \left(\frac{10^7}{3} - \frac{10^7}{4} \right) \Rightarrow 1,03 = a \left(\frac{10^7}{12} \right) \Rightarrow a = 12,36 \cdot 10^{-7} \Rightarrow$$

$$a = \frac{hc}{e} = 1236 \cdot 10^{-9} \Rightarrow h = 6,59 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

(b) retornando-se a uma das equações acima:

$$1,85 = \frac{12,36 \cdot 10^{-7}}{3 \cdot 10^{-7}} - b \Rightarrow b = 4,12 - 1,85 = 2,27 \Rightarrow$$

$$b = \frac{W_0}{e} = 2,27 \text{ V} \Rightarrow W_0 = 2,27 \text{ eV}$$

(c)

$$\lambda_0 = \frac{hc}{W_0} = \frac{ae}{W_0} = \frac{1236}{2,3} = 544 \text{ nm}$$

V. EXERCÍCIOS

1. Uma estação de rádio transmite numa frequência de 1 MHz com uma potência de 5 kW.
 - (a) Qual o comprimento de onda da radiação?
 - (b) Qual a energia de cada fóton sendo emitido?
 - (c) Quantos fótons são emitidos por segundo?
 - (d) A antena de um aparelho de rádio deve receber pelo menos $2 \mu\text{W}$ de potência para conseguir funcionar corretamente. Qual o número mínimo de fótons a antena deve receber por segundo para a frequência de 1 MHz?
2. O molibdênio metálico deve absorver radiação com frequência mínima de $1,09 \times 10^{15}$ Hz antes que ele emita um elétron de sua superfície pelo efeito fotoelétrico.
 - (a) Qual é a energia mínima necessária para produzir este efeito?
 - (b) Qual o comprimento de onda da radiação que fornecerá um fóton com esta energia?
 - (c) Se o molibdênio é irradiado com luz com comprimento de onda de 120 nm, qual é a energia cinética dos elétrons emitidos?
3. Ilumina-se uma superfície de alumínio com luz de comprimento de onda de 2000 \AA e intensidade de $2,0 \text{ W/m}^2$. Se no alumínio são necessários 4,2 eV para arrancar um elétron, pergunta-se:
 - (a) Qual é a energia cinética do elétron mais rápido?
 - (b) Qual é a energia cinética do elétron mais lento?
 - (c) Qual é o potencial de corte?
 - (d) Qual é a frequência de corte para o alumínio?
 - (e) Qual é o número médio de fótons por unidades de tempo e área que atinge a superfície?
4. O potencial de corte para fotoelétrons emitidos por uma superfície iluminada por luz com $\lambda = 4910 \text{ \AA}$ é de 0,71 V. Quando o comprimento de onda é alterado para λ_1 o potencial de corte muda para 1,43 V. Qual é o valor de λ_1 ?

Respostas:

1. (a) 300 m;
(b) $6,6 \times 10^{-28}$ J;
(c) $7,5 \times 10^{30}$ fótons/s;
(d) $3,0 \times 10^{21}$ fótons/s.
2. (a) 4,51 eV;
(b) 275 nm;
(c) 5,82 eV.
3. (a) 2 eV;
(b) 0 eV;
(c) 2 V;
(d) 10^{15} Hz;
(e) $2,0 \times 10^{18}$ fótons/m²·s.
4. 3821 Å.