

Cap. 1 / Cinemática Relativística

1) Base experimental da relatividade

(1687) Newton publica o Princípios:

→ 3 leis do movimento: 1- lei da inércia: $\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{const.}$

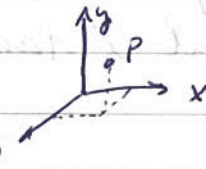
2- princ. fund. dinâmica: $\sum \vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$

3- lei da ação e reação: $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$

→ lei da gravitação: $\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r} \Rightarrow$ deduz as 3 leis de Kepler

A mecânica newtoniana admite:

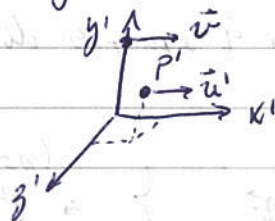
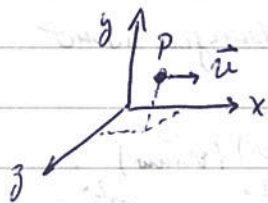
1- espaço euclidiano:



$$\vec{r} = (x, y, z)$$

2- tempo invariante: $t' = t$

3- transformações de Galileu:



supondo: $\vec{v} = v \hat{x}, v = \text{const.}$

$$\vec{u} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{u}}{dt}$$

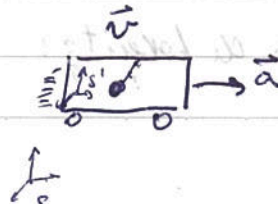
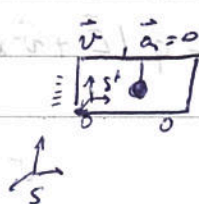
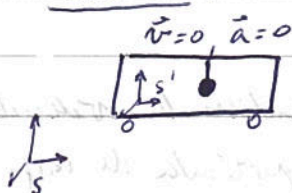
$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

$$\frac{d}{dt} \Rightarrow \begin{cases} u_{x'} = u_x - v \\ u_{y'} = u_y \\ u_{z'} = u_z \end{cases}$$

$$\frac{d}{dt} \Rightarrow \begin{cases} a_{x'} = a_x \\ a_{y'} = a_y \\ a_{z'} = a_z \end{cases}$$

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{v}t \Rightarrow \vec{u}' = \vec{u} - \vec{v} \Rightarrow \vec{a}' = \vec{a} \Rightarrow \boxed{\sum \vec{F}' = \sum \vec{F}}$$

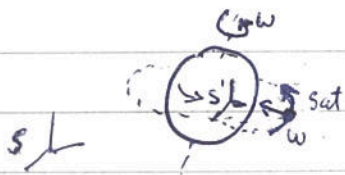
as leis da mecânica são as mesmas em todos os referenciais inerciais.



S': força fictícia

$$S: \vec{F} = \sum \vec{F}$$

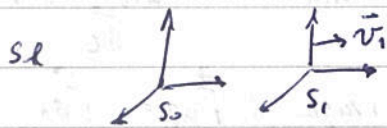
Satélite geostacionário



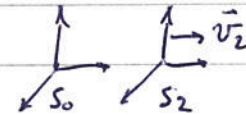
S : força centrípeta = força gravitacional

S' : força centrípeta + força fictícia = 0

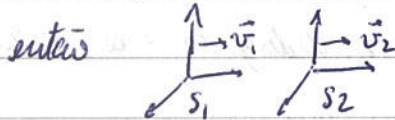
Sejam S_0, S_1 e S_2 3 sistemas inerciais



$\vec{v}_1 = \text{const.}$



$\vec{v}_2 = \text{const.}$



$\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \text{const.}$

qualquer referencial que se mova a velocidade constante de um referencial inercial é também inercial.

A velocidade da luz

(1864) Maxwell descreve as 4 equações do eletromagnetismo

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon_0, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$\rho = 0, \vec{j} = 0$ (vácuo) :

$$\Rightarrow \nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad \nabla^2 \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

onde $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 299.792.458 \text{ m/s}$

mas as equações de Maxwell não são invariantes sob transformações de Galileu :

lei de Biot e Savart : $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$

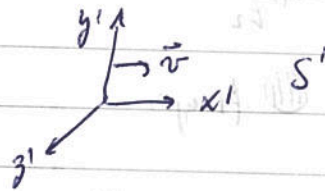
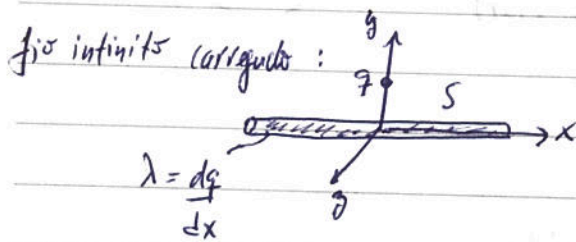
lei da força de Lorentz : $\vec{F} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

dependem da velocidade

v da partícula de carga q

no referencial da partícula (próprio): $\vec{v}'=0 \Rightarrow \vec{B}'=0, \vec{j}'=0$
 e o campo elétrico fica eletrostático:

$$\vec{\nabla}' \cdot \vec{E}' = \rho' / \epsilon_0, \quad \vec{\nabla}' \times \vec{E}' = 0, \quad \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}'}{\partial t'} = 0$$



$$S: \vec{F} = \vec{F}_E, \quad S': \vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_M$$

e a velocidade da luz é invariante $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$

a luz é uma onda eletromagnética, ondas se propagam num meio
 era natural propor um meio para a propagação da luz: o éter,
~~existia~~ um meio muito rarefeito (etéreo) que não interage com
 a matéria e preenche todo o universo.

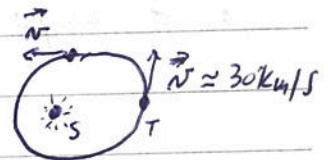
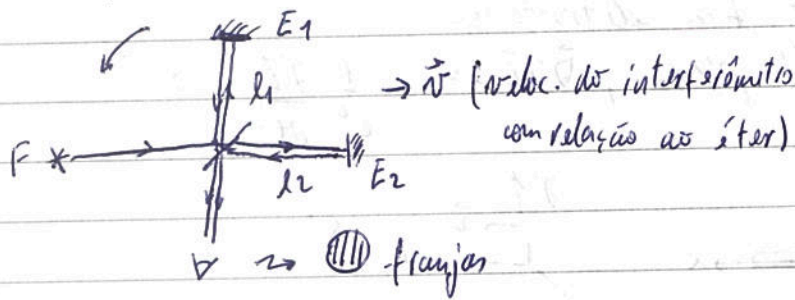
o éter foi proposto por Aristóteles (séc III ac), reinventado por
 Descartes (séc XVII) e retomado por Fresnel (séc XIX).

eletromagnetismo x transformações de Galileu:

- 1 - eletromagnetismo está errado: teoria correta seria invariante de Galileu
- 2 - transf. de Galileu valem na mecânica, mas o eletromagnetismo tem um referencial privilegiado (éter em repouso)
- 3 - existe um princípio de relatividade para a mecânica e para o eletromagnetismo, mas não são as transf. de Galileu

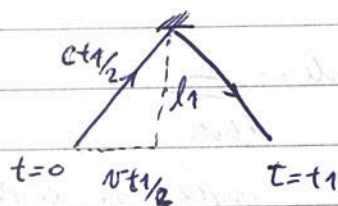
era preciso medir-se a velocidade da Terra em relação ao
 éter: $v \approx 3 \cdot 10^4 \text{ m/s}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
 precisão: $\sim \frac{v^2}{c^2} \approx 10^{-8}$

O experimento de Michelson e Morley (1887)



$$\text{tempo } t_2 = \frac{l_2}{c-v} + \frac{l_2}{c+v} = \frac{2l_2 c}{c^2 - v^2} = \frac{2l_2}{c(1 - v^2/c^2)}$$

tempo t_1



$$\left(\frac{ct_1}{2}\right)^2 = l_1^2 + \left(\frac{vt_1}{2}\right)^2 \Rightarrow t_1 = \frac{2l_1}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2l_2}{c(1 - v^2/c^2)} - \frac{2l_1}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\text{redondo-se o interferômetro de } 90^\circ: \Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{2l_2}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{2l_1}{c(1 - v^2/c^2)}$$

Se $l_1 = l_2 = l$ e $v/c \ll 1$:

$$\Delta t = \frac{2l}{c} \left[(1 - v^2/c^2)^{-1} - (1 - v^2/c^2)^{-1/2} \right] \approx \frac{2l}{c} \left[\left(1 + \frac{v^2}{c^2} + \dots\right) - \left(1 + \frac{v^2}{2c^2} + \dots\right) \right] = \frac{l}{c} \frac{v^2}{c^2}$$

$$\text{analogamente } \Delta t' \approx -\frac{l}{c} \frac{v^2}{c^2}$$

$$\text{def. } \mathcal{C} \equiv \Delta t - \Delta t' = \left(\frac{2l}{c}\right) \frac{v^2}{c^2}$$

Se $c\mathcal{C} = \lambda \Rightarrow$ deslocamento de 1 franja



na experiência: $l = 11 \text{ m}$, $v/c = 10^{-4}$ e $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ m} \Rightarrow \text{desloc. } \frac{c\mathcal{C}}{\lambda} = 0,4 \text{ franjas}$

mas nenhum deslocamento foi observado

(1892) Lorentz e (1889) Fitzgerald propõem uma contração do braço do interferômetro na direção de \vec{v} de acordo com:

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

na tentativa de salvar o éter.

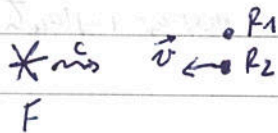
(1904) Lorentz descobre as transformações que tornam as equações de Maxwell invariantes.

2) Os postulados de Einstein

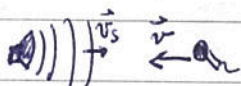
(1905) Einstein publica no Ann. der Phys., "Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento".

Postulado 1: As leis da física são as mesmas em todos os referenciais inerciais.

Postulado 2: A velocidade da luz no vácuo é independente do movimento da fonte ou do observador.



R1 e R2 medem a velocidade da luz c
R2 não mede $c+v$



a velocidade de propagação das ondas (c som) não depende do movimento da fonte ou do observador. O efeito Doppler altera a frequência, não a velocidade da onda.

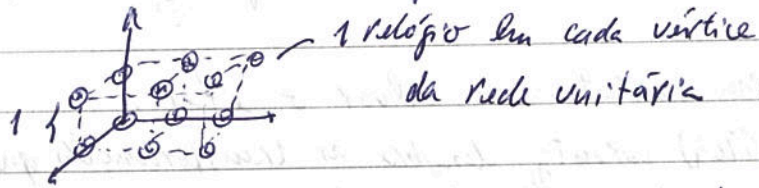
somente a velocidades muito altas $v \sim c$ que os efeitos relativísticos são percebidos.

evento: algo que ocorre num ponto do espaço num dado instante de tempo: $(ct, x, y, z) = (ct, \vec{r})$

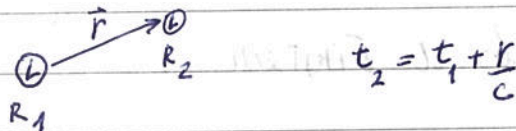
eventos não pertencem a nenhum referencial.
a qualquer

Observador: quem vai descrever o evento e pertence a um referencial particular

o observador mede um evento num arranjo de relógios

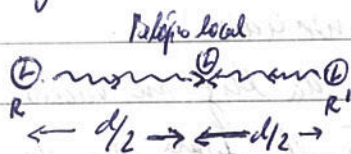


os relógios têm que ser sincronizados (no mesmo referencial)



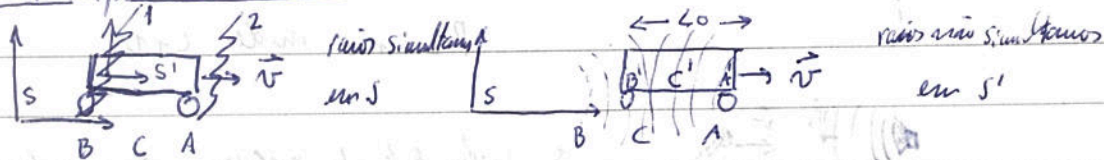
Relatividade da simultaneidade: 2 eventos separados são simultâneos num dado referencial, mas não são, em geral, em outro referencial.

conclui-se: relógios sincronizados num referencial não são, em geral, sincronizados em outro referencial com movimento relativo.



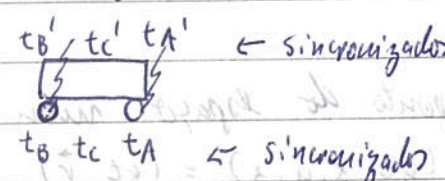
R e R' estão sincronizados se pulsos de luz chegarem ao mesmo instante na metade dos caminhos.

O exemplo de Einstein



Δt_1 = intervalo de tempo entre o raio 1 e ser visto em C
 Δt_2 = " " " " " " raio 2 " " " " " " C'
 $\Delta t_1' =$ " " " " " " raio 1 " " " " " " C
 $\Delta t_2' =$ " " " " " " raio 2 " " " " " " C'

simultâneos em S: $\Delta t_1 = \Delta t_2$
 não simultâneos em S': $\Delta t_1' > \Delta t_2'$



$t_{C'} > t_{C'} \Rightarrow t_A, t_B, t_C$ não estão sincronizados para S'

$t_B = t_C = t_A = t_0$