

# Simetrias

## Física de Partículas Elementares

Prof. Marcelo A. Leigui de Oliveira

Centro de Ciências Naturais e Humanas  
Universidade Federal do ABC  
Av. dos Estados, 5001  
09210-580 Santo André-SP

11 de março de 2025



Universidade Federal do ABC

# Simetrias, grupos e leis de conservação

- Observe o gráfico da figura abaixo, mesmo sem saber sua forma funcional,  $f(x)$ , podemos perceber uma importante propriedade:

$$f(x) = -f(-x),$$

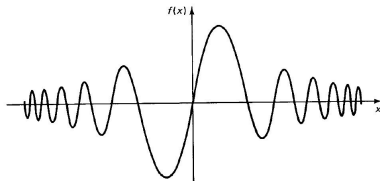
isto é, é uma função *ímpar*.

De onde, segue que:

$$f(-x)^6 = f(x)^6, \quad \int_{-3}^3 f(x) dx = 0,$$

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{+2} = \left. \frac{df}{dx} \right|_{-2}, \quad \int_{-7}^7 [f(x)]^2 dx = 2 \int_0^7 [f(x)]^2 dx,$$

sua expansão em série de Fourier tem somente *senos* e que sua expansão em série de Taylor somente *potências ímpares*.



An odd function.

# Simetrias, grupos e leis de conservação

- Vamos explorar mais as *simetrias dinâmicas do movimento* de partículas.
- Teorema de Noether:

Em 1917, Emmy A. Noether publicou seu famoso teorema:

Simetria  $\leftrightarrow$  Lei de conservação



Simetria		Lei de conservação
Translação no tempo*	$\leftrightarrow$	Energia
Translação no espaço*	$\leftrightarrow$	Momento linear
Rotação*	$\leftrightarrow$	Momento angular
Transformação de calibre <sup>†</sup>	$\leftrightarrow$	Carga

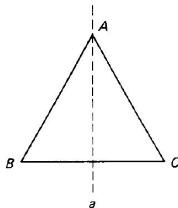
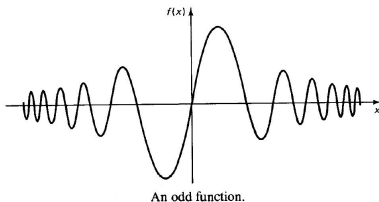
(\*simetria de espaço-tempo; <sup>†</sup>simetria interna.)

# Simetrias, grupos e leis de conservação

- Vamos definir *simetria* como uma operação que quando realizada sobre um sistema o deixa *invariante*.
- ① Mudar o sinal  $x \rightarrow -x$  e multiplicar uma função ímpar toda por  $-1$ :

$$f(x) \rightarrow -f(-x);$$

- ② Rodar um triângulo de  $120^\circ$  no sentido horário ( $R_+$ ), ou  $120^\circ$  no sentido anti-horário ( $R_-$ ), ou refletir em torno de um eixo:  $Aa$  ( $R_a$ ),  $Bb$  ( $R_b$ ),  $Cc$  ( $R_c$ );
- ③ Não fazer nada, ou seja, aplicar a identidade:  $I$ ;
- ④ Combinar operações:  $R_+^2 = R_-$ ,  $IR_-$ ,  $R_bR_+$ , etc.



# Simetrias, grupos e leis de conservação

- O conjunto de operações de simetria num sistema qualquer tem que satisfazer as seguintes propriedades:
  - ❶ *Fechamento*: se  $R_i$  e  $R_j$  estão no conjunto de operações de simetria, então o seu produto  $R_i R_j = R_k$  também está;
  - ❷ *Identidade*: para cada elemento  $R_i$ , existe um elemento  $I$ , tal que:  
 $R_i I = I R_i = R_i$ ;
  - ❸ *Inversa*: para cada elemento  $R_i$ , existe um elemento  $R_i^{-1}$ , tal que:  
 $R_i R_i^{-1} = R_i^{-1} R_i = I$ ;
  - ❹ *Associatividade*:  $R_i (R_j R_k) = (R_i R_j) R_k$ .

Obs.: sempre fazemos as operações da direita para a esquerda:

$$R_i (R_j R_k) X_0 = R_i (R_{jk}) X_0 = R_i X_1 = X_f$$

$$(R_i R_j) R_k X_0 = (R_{ij}) X_2 = X_f$$

- Tais propriedades definem um *grupo*. A *Teoria de Grupos* é o ramo da matemática que faz o estudo sistemático das simetrias.

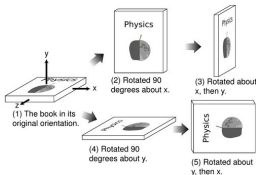
# Simetrias, grupos e leis de conservação

- Em princípio, as operações não comutam:

$$R_i R_j \neq R_j R_i,$$

mas se todas as operações do grupo comutarem, o grupo é chamado de *abeliano*;

- Translações no espaço e no tempo formam um grupo abeliano.  
Rotações não:



- Os grupos podem ser *finitos* (p.ex.: triângulo) ou *infinitos* (p.ex.: números inteiros com a operação de adição), *contínuos* (p.ex.: rotações no plano) ou *discretos* (p.ex.: triângulo).

# Simetrias, grupos e leis de conservação

- Os grupos de interesse da física são de matrizes: o grupo de Lorentz consiste de um conjunto de matrizes  $\Lambda_{4 \times 4}$ ;
- Na física de partículas elementares, os grupos mais comuns são de matrizes *unitárias*,  $U(n)$ , ou de matrizes  $U_{n \times n}$ , tais que:

$$\boxed{U^{-1} = \tilde{U}^*} \Rightarrow U^{-1}U = \tilde{U}^*U = 1;$$

Os grupos mais importantes da física de partículas elementares:

Grupo	Dimensão	Matrizes
$U(n)$	$n \times n$	unitárias: $\tilde{U}^*U = 1$
$SU(n)$	$n \times n$	unitárias com determinante 1
$O(n)$	$n \times n$	unitárias reais, ou ortogonais: $\tilde{O}O = 1$
$SO(n)$	$n \times n$	ortogonais com determinante 1

- ▶ As rotações no espaço de dimensão  $n$  são do grupo  $SO(n)$ , as rotações no espaço tridimensional são do grupo  $SO(3)$ ;
- ▶ O grupo  $SO(3)$  é quase idêntico (matematicamente) ao grupo  $SU(2)$ .

# Simetrias, grupos e leis de conservação

- Cada grupo  $G$  pode ser representado por um conjunto de matrizes, ou seja, para cada elemento:

$$a \leftrightarrow M_a, b \leftrightarrow M_b, c \leftrightarrow M_c, \dots$$

e suas multiplicações:

$$ab = c \leftrightarrow M_a M_b = M_c;$$

- A representação não precisa ser fiel (o grupo de matrizes é *homomórfico*, mas não necessariamente *isomórfico* a  $G$ ):
  - ▶ Vários elementos podem ser representados por uma mesma matriz;
  - ▶ Se um grupo (isomórfico) tiver representação fiel, será dito ter *representação fundamental*;
  - ▶ Você sempre pode construir uma nova representação combinando antigas:

$$M_a = \begin{pmatrix} \boxed{M_a^{(1)}} & 0 \dots \\ 0 \dots & \boxed{M_a^{(2)}} \end{pmatrix},$$

mas as representações *irredutíveis* são aquelas que não podem ser reduzidas a esta forma (diagonal em blocos).



# Spin e momento angular orbital

- Na física clássica:

- ▶ O momento angular de uma partícula em torno da origem é definido pelo produto vetorial do seu vetor posição pelo momento linear:

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v};$$

- ▶ O momento angular da rotação (*spin*) de uma partícula em torno de um eixo polar é o produto do momento de inércia pela velocidade angular:

$$\vec{S} = I\vec{\omega}.$$

- Um elétron no átomo de hidrogênio possui os 2 momentos angulares:  $\vec{L}$  e  $\vec{S}$ , mas o elétron aparentemente é uma partícula puntal (sem partes internas), então, o spin é interpretado como uma propriedade sua intrínseca;
- Na mecânica quântica, não podemos medir as 3 componentes de  $\vec{L}$  simultaneamente, o melhor que podemos fazer é medir a magnitude de  $\vec{L}$ , ou ainda, o seu módulo quadrado,  $L^2 = \vec{L} \cdot \vec{L}$ , junto com uma de suas componentes, usualmente  $L_z$ .

# Spin e momento angular orbital

- Mas os valores obtidos são quantizados:

- ▶ Para o módulo quadrado:

$$L^2|\psi\rangle = \ell(\ell + 1)\hbar^2|\psi\rangle, \text{ onde } \ell = 0, 1, 2, \dots$$

Esta é uma equação de autovalores,  $\ell(\ell + 1)\hbar^2$ , e autovetores,  $|\psi\rangle$ , cujas soluções são os harmônicos esféricos. A condição de quantização para o momento angular é, então:

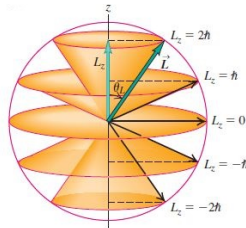
$$L = |\vec{L}| = \sqrt{\ell(\ell + 1)}\hbar, \text{ onde } \ell = 0, 1, 2, \dots$$

- ▶ Para a projeção  $L_z$ :

$$L_z|\psi\rangle = m_\ell\hbar|\psi\rangle, \text{ onde } m_\ell = -\ell, -\ell + 1, \dots, -1, 0, +1, \dots, \ell - 1, \ell,$$

formando  $(2\ell + 1)$  estados possíveis para cada  $\ell$ .

P.ex.:  $\ell = 2$ ,  $L = \hbar\sqrt{6}$  e  $L_z = -2\hbar, -1\hbar, 0, 1\hbar, 2\hbar$ .



# Spin e momento angular orbital

- Analogamente, para o spin:
  - ▶ Para o módulo quadrado:

$$S^2|\psi\rangle = s(s+1)\hbar^2|\psi\rangle, \text{ onde } s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \dots,$$

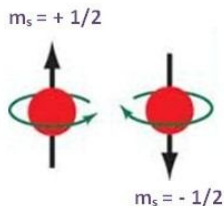
assumindo valores inteiros ou semi-inteiros;

- ▶ Para a projeção  $S_z$ :

$$S_z|\psi\rangle = m_s\hbar|\psi\rangle, \text{ onde } m_s = -s, -s+1, \dots, -1, 0, +1, \dots, s-1, s,$$

formando  $(2s+1)$  estados possíveis para cada  $s$ .

P.ex.:  $s = \frac{1}{2}$ ,  $S = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar$  e  $S_z = \pm\frac{1}{2}\hbar$ .



# Spin de partículas elementares

Bósons (spin inteiro)		Férmions (spin semi-inteiro)	
spin 0	spin 1	spin $\frac{1}{2}$	spin $\frac{3}{2}$
-	mediadores $\gamma, g, W^{\pm}, Z^0$	quarks, léptons u, d, s, c, b, t, e, $\mu, \tau, \nu$	-
mésons pseudoescalares $\pi, K, \eta$	mésons vetoriais $\rho, K^*, \psi$	octeto de bárions $p, n, \Lambda, \Sigma, \Xi$	decuplo de bárions $\Delta, \Sigma^*, \Xi^*, \Omega^-$

# Adição de momento angular

- O momento angular total de um elétron é a soma vetorial do momento angular orbital com o spin:  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ .

ou, podemos estar interessados, por exemplo, na soma dos spins de 2 elétrons:

$$\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2,$$

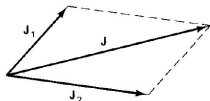
mas como somamos momentos angulares?

- De uma forma mais genérica, sejam 2 momentos angulares  $\vec{J}_1$  e  $\vec{J}_2$ , a soma:

$$\vec{J} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2$$

e seus estados respectivos:

$$|jm\rangle, \quad |j_1 m_1\rangle, \quad |j_2 m_2\rangle,$$

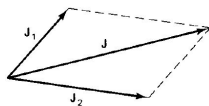


onde, as componentes z ainda se somam  $m = m_1 + m_2$ , pois:

$$J_z = J_{1z} + J_{2z}.$$

# Adição de momento angular

- Contudo, o módulo do vetor soma  $\vec{J}$  depende da orientação (ângulo) entre os vetores  $\vec{J}_1$  e  $\vec{J}_2$ : se forem paralelos, as magnitudes somam-se, se forem antiparalelos, as magnitudes subtraem-se. Então, os autovalores variam (em unidades de  $\hbar$ ) no intervalo:



$$j = |j_1 - j_2|, |j_1 - j_2| + 1, \dots, (j_1 + j_2) - 1, (j_1 + j_2)$$

P.ex., uma partícula com  $s = 1$ , num estado  $\ell = 3$ , pode ter  $j = 1 + 3 = 4$ ,  $j = 3$ , ou  $j = |1 - 3| = 2$ :

$$j = 2 \Rightarrow J^2 = 2(2 + 1)\hbar^2 = 6\hbar^2$$

$$j = 3 \Rightarrow J^2 = 3(3 + 1)\hbar^2 = 12\hbar^2$$

$$j = 4 \Rightarrow J^2 = 4(4 + 1)\hbar^2 = 20\hbar^2$$

# Adição de momento angular - Exemplos

- ① Um quark e um antiquark estão ligados, num estado de momento angular zero, para formar um méson. Quais os possíveis valores de spin do méson?

Como os quarks têm spin  $\frac{1}{2}$ :

$$s = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1,$$

dando origem aos mésons vetoriais:  $\rho$ ,  $K^*$ ,  $\phi$ ,  $\omega$ .

$$s = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0,$$

dando origem aos mésons pseudoescalares:  $\pi$ ,  $K$ ,  $\eta$ ,  $\eta'$ .

# Adição de momento angular - Exemplos

- 2 Suponha que você combine 3 quarks num estado de momento angular zero. Quais são os possíveis estados de spin do bárion resultante?

De 2 quarks (exemplo anterior), temos  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$  e  $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$ .

Adicionando-se um terceiro quark:

$$s = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$s = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$s = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Então, o bárion resultante poderá ter:

$$\boxed{s = \frac{3}{2}} \text{ (decuplo de bárions) ou } \boxed{s = \frac{1}{2}} \text{ (octeto de bárions).}$$



# Adição de momento angular

De forma geral, a decomposição:  $|j m \rangle = f(|j_1 m_1 \rangle, |j_2 m_2 \rangle)$ , com:

$$j = |j_1 - j_2|, |j_1 - j_2| + 1, \dots, (j_1 + j_2) - 1, (j_1 + j_2), \quad m = m_1 + m_2$$

pode ser escrita:

$$|j_1 m_1 \rangle |j_2 m_2 \rangle = \sum_{j=|j_1-j_2|}^{(j_1+j_2)} C_{m_1 m_2}^j |j m \rangle, \quad m = m_1 + m_2,$$

onde  $C_{m_1 m_2}^j$  são os coeficientes de Clebsch-Gordan.

		5/2															
2 × 1/2		+5/2		5/2		3/2											
+2		1/2		1		3/2		+3/2									
		+2		-1/2		1/5		4/5		5/2		3/2					
		+1		+1/2		4/5		-1/5		+1/2		+1/2					
						1		-1/2		2/5		3/5		5/2		3/2	
						0		+1/2		3/5		-2/5		-1/2		-1/2	
										-1		+1/2		3/5		2/5	
														2/5		-3/5	
														-3/2		-3/2	
														-1		-1/2	
														4/5		1/5	
														-2		+1/2	
														1/5		-4/5	
														-2		-1/2	
																1	

# Adição de momento angular - Exemplos

- 3 O elétron num átomo de hidrogênio ocupa um estado orbital  $|2 - 1 \rangle$  e o estado de spin  $|\frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle$ . Se medirmos  $J^2$ , quais valores vamos obter e qual é a probabilidade de cada um?

Os valores possíveis de  $j$  são: 
$$\begin{cases} \ell + s = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \\ \ell - s = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

A soma da componente  $z$  é  $m = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$ .

				5/2					
2 x 1/2		+5/2		5/2		3/2			
+2	1/2	1	3/2	+3/2	5/2	3/2			
+2	-1/2	1/5	4/5	5/2	3/2				
+1	+1/2	4/5	-1/5	+1/2	+1/2				
		1	-1/2	2/5	3/5	5/2	3/2		
		0	+1/2	3/5	-2/5	-1/2	-1/2		
				0	-1/2	3/5	2/5	5/2	3/2
				-1	+1/2	2/5	-3/5	-3/2	-3/2
						-1	-1/2	4/5	1/5
						-2	+1/2	1/5	-4/5
								-2	-1/2
									1

$$|2 - 1 \rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle = \sqrt{\frac{2}{5}} \left| \frac{5}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle - \sqrt{\frac{3}{5}} \left| \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \Rightarrow P\left(j = \frac{5}{2}\right) = \frac{2}{5}, P\left(j = \frac{3}{2}\right) = \frac{3}{5}$$

# Adição de momento angular - Exemplos

- 4 Um quark e um antiquark estão ligados, num estado de momento angular zero, para formar um méson. Quais os possíveis valores de spin do méson?

Consultando a tabela para  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ , encontramos:

$$\begin{aligned} |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle &= |11\rangle \\ |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} |10\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |00\rangle \\ |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} |10\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |00\rangle \\ |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle &= |1-1\rangle \end{aligned}$$

Então, temos o tripleto (spin-1):

$$\begin{aligned} |11\rangle &= |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle \\ |10\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle + |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle] \\ |1-1\rangle &= |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle \end{aligned}$$

e o singlete (spin-0):

$$|00\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle - |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle]$$

# Spin 1/2

- O sistema de spin mais importante é  $s = \frac{1}{2}$ :
  - ▶  $p, n, e, \mu, \nu, \dots$  todos os quarks e léptons têm spin  $\frac{1}{2}$  (férmions).
- Uma partícula de spin  $\frac{1}{2}$  pode ter:
  - ▶ spin “para cima” ( $\uparrow$ ):  $m_s = +\frac{1}{2}$ ;
  - ▶ spin “para baixo” ( $\downarrow$ ):  $m_s = -\frac{1}{2}$ .
- Representação de *spinors*:

$$\left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

com as combinações lineares:

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são números complexos, cujos módulos quadrados são as probabilidades de medir um estado correspondente:

$$P(S_z = +\frac{1}{2}\hbar) = |\alpha|^2, \quad P(S_z = -\frac{1}{2}\hbar) = |\beta|^2, \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1.$$

## Spin 1/2

- Suponha que vamos medir agora  $S_x$  e  $S_y$  de uma partícula no estado  $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ , para cada componente de  $S$  associamos uma matrix  $2 \times 2$ :

$$\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{S}_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{S}_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

(Probl. 4.15)  $\hat{S}_x$  tem autovalores  $\pm\hbar/2$  e autovetores:

$$\chi_{\pm} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ \pm 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

Um spinor arbitrário é então:

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

e a probabilidade de  $S_x$  medir  $+\frac{1}{2}\hbar$  é  $|a|^2$  e de medir  $-\frac{1}{2}\hbar$  é  $|b|^2$ , com  $|a|^2 + |b|^2 = 1$ .

# Spin 1/2 - Exemplos

- 5 Vamos medir  $\hat{S}_x^2$  do estado  $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ , que valores vamos obter e quais são as suas probabilidades?

Calculemos a matriz  $\hat{S}_x^2$ :

$$\hat{S}_x^2 = \frac{\hbar^2}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{\hbar^2}{4} \mathbb{I}.$$

Como:

$$\hat{S}_x^2 \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \frac{\hbar^2}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \frac{\hbar^2}{4} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix},$$

então qualquer spinor tem autovalor  $\hbar^2/4$  e a probabilidade de obter este valor é 1.

Analogamente, para os operadores  $\hat{S}_y^2$  e  $\hat{S}_z^2$ , assim:

$$\hat{S}^2 \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = (\hat{S}_x^2 + \hat{S}_y^2 + \hat{S}_z^2) \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \frac{3\hbar^2}{4} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = s(s+1)\hbar^2 \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}.$$

# Spin 1/2

- Introduzimos as *matrizes de Pauli*:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

tais que:  $\hat{S} = \frac{\hbar}{2} \hat{\sigma}$ . (Probls. 4.19 e 4.20)

- Sob rotações, um spinor seguirá a fórmula:

$$\begin{pmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{pmatrix} = U(\theta) \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix},$$

onde  $U(\theta)$  é uma matriz  $2 \times 2$  gerada a partir de:

$$U(\theta) = e^{-i\hat{\theta} \cdot \hat{\sigma} / 2},$$

com  $e^{\mathbb{A}} = \mathbb{I} + \mathbb{A} + \frac{1}{2}\mathbb{A}^2 + \dots$  e  $U(\theta)$  unitária. (Probls. 4.21 e 4.22)

O conjunto de todas as matrizes que obedecem tais rotações constituem o grupo  $SU(2)$ . Partículas de spin  $\frac{1}{2}$  são a representação bidimensional de  $SU(2)$ . (Probl. 4.23)

# Simetrias de sabor

- Logo após a descoberta do nêutron, Heisenberg observou que ele era quase idêntico ao próton (além da carga neutra):

$$m_p = 938,28 \text{ MeV}/c^2, \quad m_n = 939,57 \text{ MeV}/c^2.$$

Heisenberg propôs tratá-los como 2 estados de uma mesma partícula: o *núcleon* ( $N$ ). Ademais, a força forte é idêntica para prótons ou nêutrons;

- Sejam, então, os spinores:

$$N = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}, \quad p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad n = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

sendo a propriedade que os diferencia o *isospin*,  $I$ ;

- Em analogia, definiremos as componentes no espaço de isospin:  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$ ;
- O núcleon carrega isospin  $\frac{1}{2}$  e a terceira componente,  $I_3$ , tem autovalores  $+\frac{1}{2}$  (para o próton) e  $-\frac{1}{2}$  (para o nêutron):

$$p = \left| \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right\rangle, \quad n = \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle$$



# Simetrias de sabor

- A física vem na proposição de Heisenberg:

- ▶ “As interações fortes são invariantes sob rotações no espaço de isospin.”

Esta é uma simetria interna, pois não tem nada a ver com rotações espaciais;

- Segue, pelo teorema de Noether:

- ▶ O isospin é conservado em todas as interações fortes;

- As interações fortes são invariantes sob um grupo de simetria interna  $SU(2)$  e os núcleons pertencem à representação bidimensional do isospin- $\frac{1}{2}$ ;
- Analogamente, para os píons, temos o triplete ( $I = 1$ ):

$$\pi^+ = |11\rangle, \quad \pi^0 = |10\rangle, \quad \pi^- = |1-1\rangle$$

e o singleto ( $I = 0$ ):

$$\Lambda = |00\rangle.$$

Para as  $\Delta$ s,  $I = \frac{3}{2}$ :

$$\Delta^{++} = \left| \frac{3}{2} \frac{3}{2} \right\rangle, \quad \Delta^+ = \left| \frac{3}{2} \frac{1}{2} \right\rangle, \quad \Delta^0 = \left| \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle, \quad \Delta^- = \left| \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \right\rangle.$$

O número de partículas num multiplete é  $2I + 1$ .

# Simetrias de sabor

- Fórmula de Gell-Mann-Nishijima:

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}(A + S),$$

onde  $Q$  é a carga,  $I_3 = I$  para o membro de maior carga do multipletto e decrescendo de uma em uma unidade para os outros,  $A$  é o número bariônico e  $S$  a estranheza.

- ▶ Foi mais utilizada pré-1974, para hádrõs com quarks  $u$ ,  $d$  e  $s$  somente;
- ▶ Obtida empiricamente, mas segue do modelo a quarks assumindo-se o dubleto:

$$u = \left| \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right\rangle, \quad d = \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle$$

e zero para todos os outros sabores.

## Simetrias de sabor - Exemplos

- Implicação *dinâmica*: seja um estado de 2 núcleons. Sabemos, pelas regras de adição de momentos angulares, que deve haver um tripleto simétrico:

$$|11\rangle = pp$$

$$|10\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(pn + np)$$

$$|1-1\rangle = nn$$

e um singleto antissimétrico:

$$|00\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(pn - np)$$

- ▶ Experimentalmente, o próton e o nêutron formam o dêuteron ( $d$ );
- ▶ Não há estados ligados de 2 prótons ou 2 nêutrons;
- ▶ Evidentemente, o canal  $l = 0$  é atrativo e o canal  $l = 1$  repulsivo;
- ▶ Presume-se que o potencial tenha um termo  $l^{(1)} \cdot l^{(2)}$  que tem autovalor  $\frac{1}{4}$  para o tripleto e  $-\frac{3}{4}$  para o singleto.

# Simetrias de sabor - Exemplos

- Implicação no espalhamento núcleon-núcleon. Sejam os espalhamentos:

$$p + p \rightarrow d + \pi^+$$

$$p + n \rightarrow d + \pi^0$$

$$n + n \rightarrow d + \pi^-$$

À direita, temos  $l = 1$  (autoestados dos píons e  $l = 0$  para o dêuteron).

Enquanto que à esquerda, temos:  $|11\rangle, \frac{1}{\sqrt{2}}(|10\rangle + |00\rangle), |1-1\rangle$ , mas somente  $l = 1$  contribui (isospin é conservado).

As amplitudes e seções de choque são, respectivamente:

$$\mathcal{M}_a : \mathcal{M}_b : \mathcal{M}_c = 1 : \frac{1}{\sqrt{2}} : 1,$$

$$\sigma_a : \sigma_b : \sigma_c = 2 : 1 : 2,$$

verificadas experimentalmente.

# Simetrias de sabor - Exemplos

- Implicação no espalhamento píon-núcleon:  $\pi + N \rightarrow \pi + N$ .

▶ Há 6 espalhamentos elásticos:

$$(a) \pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p$$

$$(b) \pi^0 + p \rightarrow \pi^0 + p$$

$$(c) \pi^- + p \rightarrow \pi^- + p$$

$$(d) \pi^+ + n \rightarrow \pi^+ + n$$

$$(e) \pi^0 + n \rightarrow \pi^0 + n$$

$$(f) \pi^- + n \rightarrow \pi^- + n$$

▶ E 4 processos de troca de carga:

$$(g) \pi^+ + n \rightarrow \pi^0 + p$$

$$(h) \pi^0 + p \rightarrow \pi^+ + n$$

$$(i) \pi^0 + n \rightarrow \pi^- + p$$

$$(j) \pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$$

# Simetrias de sabor - Exemplos

$$(\pi + N \rightarrow \pi + N)$$

- ▶ Os píons carregam  $I = 1$  e os núcleons  $I = \frac{1}{2}$ , o isospin total pode ser  $\frac{3}{2}$  ou  $\frac{1}{2}$ , respectivamente, com as amplitudes  $\mathcal{M}_3$  e  $\mathcal{M}_1$ ;
- ▶ Dos coeficientes de Clebsch-Gordan:

$$(a) \pi^+ + p: |11\rangle|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle = |\frac{3}{2}\frac{3}{2}\rangle$$

$$(b) \pi^0 + p: |10\rangle|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}|\frac{3}{2}\frac{1}{2}\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}}|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle$$

$$(c) \pi^- + p: |1-1\rangle|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}}|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\rangle$$

$$(d) \pi^+ + n: |11\rangle|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|\frac{3}{2}\frac{1}{2}\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle$$

$$(e) \pi^0 + n: |10\rangle|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}|\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\rangle$$

$$(f) \pi^- + n: |1-1\rangle|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\rangle = |\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\rangle$$

- ▶ De onde vemos que as reações (a) e (f) são puramente  $I = \frac{3}{2}$ :

$$\mathcal{M}_a = \mathcal{M}_f = \mathcal{M}_3$$

e as outras são misturas, p.ex. (Probl. 4.28):

$$\mathcal{M}_c = \frac{1}{3}\mathcal{M}_3 + \frac{2}{3}\mathcal{M}_1, \quad \mathcal{M}_j = \frac{\sqrt{2}}{3}\mathcal{M}_3 - \frac{\sqrt{2}}{3}\mathcal{M}_1$$

# Simetrias de sabor - Exemplos

$$(\pi + N \rightarrow \pi + N)$$

- ▶ Então, as seções de choque são:

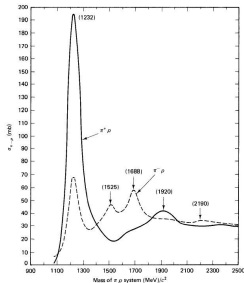
$$\sigma_a : \sigma_c : \sigma_j = 9|\mathcal{M}_3|^2 : |\mathcal{M}_3 + 2\mathcal{M}_1|^2 : 2|\mathcal{M}_3 - \mathcal{M}_1|^2$$

- ▶ Na energia de CM de 1232 MeV ocorre um forte pico de produção do estado ressonante  $\Delta$ , o qual tem  $I = \frac{3}{2}$ . Espera-se que  $\mathcal{M}_3 \gg \mathcal{M}_1$  e as seções de choque ficam:

$$\sigma_a : \sigma_c : \sigma_j = 9 : 1 : 2$$

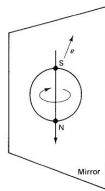
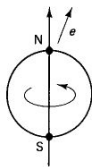
- ▶ Calculando-se a razão:

$$\frac{\sigma_{tot}(\pi^+ + p)}{\sigma_{tot}(\pi^- + p)} \sim \frac{\sigma_a}{\sigma_c + \sigma_j} = 3$$



# Paridade

- Antes de 1956, as leis da física eram ambidestras (e a paridade não seria violada em nenhuma interação);
- Em 1956, Lee e Yang perguntaram se haveria um teste experimental. Na literatura, encontraram amplas evidências para processos eletromagnéticos e fortes, mas nenhuma confirmação para a interação fraca;
- O teste foi realizado por C.S. Wu com emissões  $\beta$  do  $^{60}\text{Co}$ . Amostras do elemento foram cuidadosamente alinhadas (digamos, na direção  $z$ ) com seus spins apontando para cima: os elétrons são preferencialmente emitidos na direção norte, alinhados com o spin. O processo especular (imagem no espelho) não ocorre na natureza.

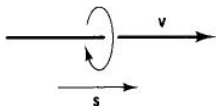


► A paridade não é conservada nas interações fracas.

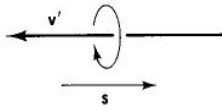


# Paridade

- O eixo de quantização do momento angular usualmente é adotado como o  $z$ , que, por sua vez, usualmente está alinhado na direção da velocidade da partícula:  $\vec{v} = v\hat{z}$ .



(a) Right-handed



(b) Left-handed

- Definimos a *helicidade* da partícula como a razão  $m_s/s$ , assim uma partícula de spin  $\frac{1}{2}$  pode ter helicidade  $+1$  ( $m_s = +\frac{1}{2}$ ) e ser “de mão direita” ou ter helicidade  $-1$  ( $m_s = -\frac{1}{2}$ ) e ser “de mão esquerda”;
- A helicidade não é um invariante de Lorentz, p.ex.: num referencial  $S'$  no qual  $v_{ref} > v_{part}$ , o sentido de  $\vec{v}'_{part}$  é invertido, mas não o spin;
- Contudo, como  $m_\nu \sim 0$  e suas velocidades são ultrarrelativísticas, na prática é impossível mudar para este referencial;
- Descobriu-se que:

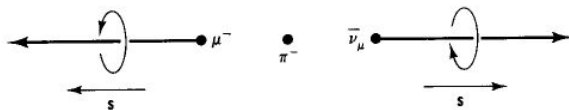
- Todos os neutrinos são de mão esquerda:  $h_\nu = -1$
- Todos os antineutrinos são de mão direita:  $h_{\bar{\nu}} = +1$

# Paridade - Exemplos

- Seja o decaimento do  $\pi^-$  (no seu referencial de repouso):

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu.$$

O pión tem spin 0, então os spins do múon e do antineutrino devem estar alinhados e em sentidos opostos. Então, se o antineutrino tem helicidade de mão direita, o múon também será de mão direita (conforme se obtém experimentalmente).



**Figure 4.10** Decay of  $\pi^-$  at rest.

- Analogamente, no decaimento do  $\pi^+$ :

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu,$$

o antimuon é sempre de mão esquerda, indicando que o neutrino também é.

# Paridade - Exemplos

- Em contraste, consideremos agora o decaimento do  $\pi^0$ :

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma.$$

Neste caso, temos um processo eletromagnético, no qual a paridade é conservada. Como a helicidade inicial é zero, teremos tanto fótons de mão direita como de mão esquerda, distribuídos uniformemente.

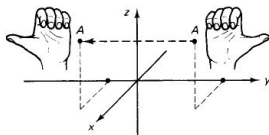
- Ao contrário do neutrino que é sempre de mão esquerda e não existe a sua imagem especular.

† This is perhaps too strong a statement. There could, I suppose, be right-handed neutrinos around, but they do not interact with ordinary matter by any mechanism presently known. If it turns out that neutrinos have a small but nonzero mass, then, of course, right-handed neutrinos *must* exist. None of this, however, can alter the fact that when a  $\pi^-$  decays, the emerging  $\mu^-$  is right-handed in the *CM* frame and that by itself destroys mirror symmetry.

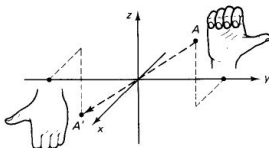
By the way, back in 1929, shortly after the publication of Dirac's equation, Weyl presented a beautifully simple theory of massless particles of spin  $\frac{1}{2}$ , which had the feature that they carried a fixed "handedness." At the time Weyl's theory aroused limited interest, since there were no massless particles known, except for the photon, which carries spin 1. When Pauli introduced the neutrino, in 1931, you might suppose that he would dust off Weyl's theory and put it to use. He did not. Pauli rejected Weyl's theory out of hand, on the ground that it violated mirror symmetry. He lived to regret this mistake, and in 1957 Weyl's theory was triumphantly vindicated.

# Paridade

- Em vez de falarmos em *reflexões*  $(x, -y, z)$ , vamos falar em *inversões*  $(-x, -y, -z)$ :



(a) Reflection (in the  $x$ - $z$  plane)  
 $(x, y, z) \rightarrow (x, -y, z)$



(b) Inversion  $(x, y, z) \rightarrow (-x, -y, -z)$

que também levam da helicidade de mão direita em mão esquerda e vice-versa. Ademais, a inversão é uma reflexão mais uma rotação de  $180^\circ$  em torno de  $y$ .

# Paridade

- Vamos denotar o operador paridade  $P$ , efetuando inversões:

$$P(\vec{a}) = P[\vec{a}(x, y, z)] = \vec{a}(-x, -y, -z) = -\vec{a},$$

$$P(\vec{b}) = -\vec{b}, \quad P(\vec{c}) = -\vec{c}, \dots$$

O produto vetorial é:

$$P(\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}) = P(\vec{a}) \times P(\vec{b}) = (-\vec{a}) \times (-\vec{b}) = +\vec{c} \neq -\vec{c}.$$

Assim, existem 2 tipos de vetores:

- 1 vetores *polares* (vetores):  $P(\vec{v}) = -\vec{v}$ ;
- 2 vetores *axiais* (*pseudovetores*):  $P(\vec{a}) = \vec{a}$ .

P.ex.: a força de Lorentz:  $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ .

Já o produto *escalar* de 2 vetores polares ( $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ) não muda de sinal sob  $P$ , enquanto que o produto escalar de 1 vetor polar com 1 axial ( $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ ) muda de sinal sob  $P$ .

Assim, existem 2 tipos de escalares:

- 1 *escalar*:  $P(s) = s$ ;
- 2 *pseudoescalar*:  $P(p) = -p$ .

# Paridade

- Aplicando o operador paridade 2 vezes, você retorna à configuração original:

$$P^2 = \mathbb{I}.$$

O grupo da paridade consiste em somente 2 elementos:

$$P \text{ e } \mathbb{I}.$$

Segue que os autovalores de  $P$  são  $\pm 1$ , onde:

- ▶  $+1$  para escalares e pseudovetores;
- ▶  $-1$  para pseudoescalares e vetores.

# Paridade

- Na TQC, a paridade de um férmion (spin semi-inteiro) é oposta à de sua antipartícula, enquanto que a paridade de um bóson (spin inteiro) é a mesma da sua antipartícula.
  - ▶ Define-se a paridade dos quarks *positiva* e a dos antiquarks *negativa*;
  - ▶ A paridade de um estado composto é o produto das paridades dos constituintes (*número quântico multiplicativo*), p.ex.: bárions (octeto ou decuplete) têm  $P = (+1)^3$ , enquanto que mésons (pseudoscalares ou vetoriais) têm  $P = (-1)(+1)$ ;
  - ▶ Para estados excitados, há um fator extra  $(-1)^\ell$ , onde  $\ell$  é o número quântico orbital (momento angular).

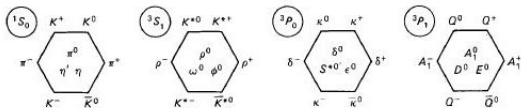
Assim, em geral:

$$\begin{cases} P = (-1)^\ell, & \text{para bárions;} \\ P = (-1)^{\ell+1}, & \text{para mésons.} \end{cases}$$

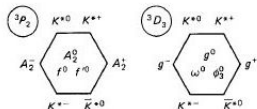
## Paridade

- Tabela de mésons compostos por quarks  $u$ ,  $d$  e  $s$ :

Mom.ang.orbital	spin	$J^P$	$I = 1$	$I = \frac{1}{2}$	$I = 2$	$\sim m(\text{MeV}/c^2)$
$l = 0$	$s = 0$	$0^-$	$\pi$	$K$	$\eta, \eta'$	500
	$s = 1$	$1^-$	$\rho$	$K^*$	$\omega, \phi$	800
$l = 1$	$s = 0$	$1^+$	$B$	$Q_2$	$H, ?$	1250
	$s = 1$	$0^+$	$\delta$	$\kappa$	$\epsilon, S^*$	1150
		$1^+$	$A_1$	$Q_1$	$D, E$	1300
		$2^+$	$A_2$	$K^*$	$f, f'$	1400



- Nonetos de mésons:





# Conjugação de carga

- Na física de partículas elementares introduzimos o operador *conjugação de carga*,  $C$ :

$$C|\rho\rangle = |\bar{\rho}\rangle,$$

que converte uma partícula em sua antipartícula. Apesar do nome, vale também para partículas neutras:

$$C|n\rangle = |\bar{n}\rangle,$$

invertendo todos os números quânticos, sem alterar massa, energia, momento e spin;

- Analogamente ao  $P$ :

$$C^2 = \mathbb{I}$$

e, portanto, os autovalores de  $C$  são  $\pm 1$ ;

- Por outro lado, a maioria das partículas não são autoestados:

$$C|\rho\rangle = \pm|\rho\rangle = |\bar{\rho}\rangle,$$

mas  $\pm|\rho\rangle$  e  $|\bar{\rho}\rangle$  diferem apenas por um sinal (mesmo estado);

- Os autoestados de  $C$  são tais que  $\pm|\rho\rangle = |\bar{\rho}\rangle$ , ou seja, o fóton e as partículas do meio do Caminho Octópulo:

$$\gamma, \pi^0, \eta, \eta', \rho^0, \phi, \omega, \psi, \dots$$

# Conjugação de carga

- No caso do fóton (quantum do campo eletromagnético) faz mais sentido:

$$C|\gamma\rangle = -|\gamma\rangle;$$

- Um sistema com partícula e antipartícula com spin  $\frac{1}{2}$  (méson), momento angular  $\ell$  e spin total  $s$ :

$$C|\psi\rangle = (-1)^{\ell+s}|\bar{\psi}\rangle,$$

onde

- Para pseudoescalares ( $\ell = 0$  e  $s = 0$ ):  $C = +1$ ;
- Para vetoriais ( $\ell = 0$  e  $s = 1$ ):  $C = -1$ ;
- Assim como a paridade,  $C$  é conservado nas interações eletromagnéticas e forte e é multiplicativo. P.ex., o  $\pi^0$  não pode decair em 3 fótons:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma,$$

pois  $C = +1$  antes e depois do decaimento.

Analogamente:

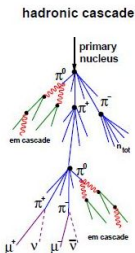
$$\omega \rightarrow \pi^0 + \gamma$$

$$\omega \not\rightarrow \pi^0 + \gamma + \gamma;$$

- Nas interações fortes:

$$p + \bar{p} \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0,$$

a invariância da carga exige uma distribuição de energia equipartida para os píons.



# Conjugação de carga

- Contudo,  $C$  não é uma simetria das interações fracas:

$$C|\nu_L\rangle = |\bar{\nu}_L\rangle$$

e interações fracas puramente hadrônicas também mostram violações de  $C$  e de  $P$ ;

- Rotações de  $180^\circ$ ,  $R_2$ , no espaço de isospin ( $I_3 \rightarrow -I_3$ ), junto com uma conjugação de carga:

$$G|\pi^+\rangle = CR_2|\pi^+\rangle = -C|\pi^-\rangle = -|\pi^+\rangle, \quad G = e^{i\pi I_2}$$

formam autoestados do operador combinado (“*paridade-G*”). Todos os mésons da primeira geração são autoestados de  $G$ .

- ▶ Para um multiplete de isospin (probl. 4.36):

$$G = (-1)^I C;$$

- ▶ Para 1 pión,  $G = -1$ , e para  $n$  píons:

$$G = (-1)^n,$$

P.ex., para o méson  $\rho$  ( $I = 1$ ,  $C = -1$ ):

$$\rho \rightarrow 2\pi$$

$$\rho \not\rightarrow 3\pi$$

# Violação CP

- Vimos que as interações fracas não são invariantes sob transformação de paridade ( $P$ ):

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu,$$

que sempre dá um antimúon de mão esquerda; nem são invariantes sob conjugação de carga ( $C$ ), pois conjugando-se o decaimento acima:

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu,$$

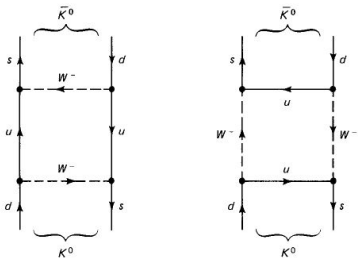
deveríamos obter um múon de mão esquerda (que não existe). Mas se combinarmos as duas operações,  $CP$ , obtemos (corretamente) um múon de mão direita.

# Violação CP

- O caso dos mésons  $K$  neutros. Gell-Mann e Pais notaram que:

$$K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0,$$

mesmo não conservando a estranheza:  $s_{K^0} = +1$  e  $s_{\bar{K}^0} = -1$ , através de interações fracas de segunda ordem:



Então, o que vemos em laboratório é uma combinação linear:

$$\left| K^0 \right\rangle = \alpha \left| K^0 \right\rangle + \beta \left| \bar{K}^0 \right\rangle$$

# Violação CP

- Para formar autoestados de  $CP$ , vemos inicialmente que  $K$ s são pseudoescalares:

$$P|K^0\rangle = -|K^0\rangle, \quad P|\bar{K}^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle$$

e que conjugando-se a carga:

$$C|K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle, \quad C|\bar{K}^0\rangle = |K^0\rangle.$$

Assim:

$$CP|K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle, \quad CP|\bar{K}^0\rangle = -|K^0\rangle$$

e os estados normalizados são:

$$|K_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle)$$

$$|K_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle),$$

com

$$CP|K_1\rangle = |K_1\rangle \quad \text{e} \quad CP|K_2\rangle = -|K_2\rangle.$$

Assumindo-se a conservação  $CP$  nas interações fracas  $K_1$  só pode decair em  $CP = +1$  e  $K_2$  em  $CP = -1$ . Ou seja:

$$K_1 \rightarrow 2\pi, \quad K_2 \rightarrow 3\pi.$$

# Violação CP

- Suponha que iniciamos com um feixe de  $K^0$ s:

$$|K^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K_1\rangle + |K_2\rangle),$$

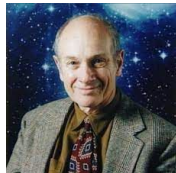
mas como:

$$K_1 \rightarrow 2\pi, \quad K_2 \rightarrow 3\pi,$$

o decaimento pelo modo  $K_1$  é muito mais rápido e com o passar do tempo o feixe transforma-se num feixe puro de  $K_2$ s e perto da fonte teremos vários decaimentos em  $2\pi$ , posteriormente, vários em  $3\pi$ .

Nas palavras de Jim Cronin:

So these gentlemen, Gell-Mann and Pais, predicted that in addition to the short-lived K mesons, there should be long-lived K mesons. They did it beautifully, elegantly and simply. I think theirs is a paper one should read sometime just for its pure beauty of reasoning. It was published in the *Physical Review* in 1955. A very lovely thing! You get shivers up and down your spine, especially when you find you understand it. At the time, many of the most distinguished theoreticians thought this prediction was really baloney.



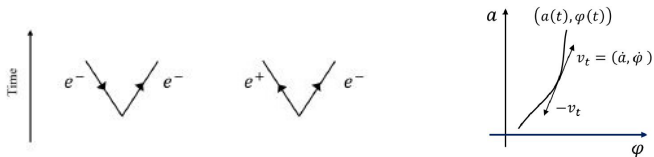
- Em 1956, Lederman mede 2 tempos de decaimento:

$$\tau_1 = 0,89 \times 10^{-10} \text{ s}, \quad \tau_2 = 5,2 \times 10^{-8} \text{ s}.$$

Depois, respectivamente, passaram a ser conhecidos como  $K_S^0$  (*short*) e  $K_L^0$  (*long*).

# Reversão temporal e o teorema CPT

- Reversão temporal: num dado instante, invertem-se todas as velocidades (momentos) de todas as partículas (o “filme” passa de trás para frente);



- Não há autoestados e é bem mais difícil de se testar.
- Seja a reação:

$$n + p \rightarrow d + \gamma,$$

cuja inversão temporal é:

$$d + \gamma \rightarrow n + p.$$

Pelo chamado *princípio do balanço detalhado*, nas condições correspondentes (energia, momento e spin), ela ocorre em ambas as direções. Isto vale, perfeitamente, para as interações eletromagnéticas e fortes.



# Reversão temporal e o teorema CPT

- Espera-se que a reversão temporal seja violada nas interações fracas, mas o grande problema é testá-la;
- Seja o decaimento:

$$\Lambda \rightarrow p + \pi^{-},$$

cuja inversão temporal é:

$$p + \pi^{-} \rightarrow \Lambda.$$

Entretanto, esta reação revertida é dominada pela interação forte.

- Então, para evitar a contaminação pela força forte ou pela eletromagnética, temos que estudar processos com neutrinos — o que é extremamente difícil e usualmente fornece medidas muito pequenas.
- Testes típicos são, portanto, buscar por valores que deveriam dar zero (em casos de simetria  $T$  perfeita) e qualquer desvio do zero, fornece evidência da violação  $T$ .
  - ▶ O experimento mais sensível é (ainda hoje) o do dipolo elétrico do nêutron, com limite superior de:

$$|\vec{d}| < e \cdot (6 \times 10^{-25} \text{ cm})$$

# Reversão temporal e o teorema CPT

- Teorema *CPT*: um dos teoremas mais profundos da TQC, que estabelece:

A combinação das operações reversão temporal, inversão de paridade e conjugação de carga é uma simetria exata em todas as interações.

- ▶ É impossível construir-se uma teoria quântica de campos que viole a simetria *CPT*.

P.ex.: se no experimento de Fitch-Cronin, *CP* é violada, deve haver uma violação de *T* para compensar.

- Outro importante teste é o da diferença de massas entre partícula e antipartícula, que deveria ser rigorosamente zero:
  - ▶ O teste mais sensível é o da diferença do  $K^0$  para o  $\bar{K}^0$ :

$$\frac{m(K^0) - m(\bar{K}^0)}{m(K^0)} < 6 \times 10^{-19}.$$