

Interações fracas

Física de Partículas Elementares

Prof. Marcelo A. Leigui de Oliveira

Centro de Ciências Naturais e Humanas
Universidade Federal do ABC
Av. dos Estados, 5001
09210-580 Santo André-SP

22 de abril de 2025



Universidade Federal do ABC

Interações fracas leptônicas carregadas

- Vamos formular as regras de Feynman para os acoplamentos de léptons aos bósons $W^\pm$ e tratar problemas como o decaimento β , o n e os $\pi^\pm$. Depois, os acoplamentos do $W^\pm$ com os quarks que levam ao ângulo de Cabibo, o mecanismo GIM e a matriz de Kobayashi-Maskawa. Finalmente, as regras do acoplamento de quarks e léptons ao bóson Z^0 da teoria eletrofraca de Glashow-Weinbeg-Salam;
- Os mediadores da interação fraca são os bósons $W^\pm$ e Z^0 que, ao contrário dos fótons e glúons, têm (muita!) massa:

$$M_W = 82 \pm 2 \text{ GeV}/c^2, \quad M_Z = 92 \pm 2 \text{ GeV}/c^2;$$

- Partículas massivas de spin 1 tem 3 estados de polarização ($m_s = 1, 0, -1$), enquanto que as sem massa tem 2. Para fótons e glúons, impusemos a condição de Lorenz:

$$\epsilon^\mu p_\mu = 0$$

e o calibre de Coulomb:

$$\epsilon^0 = 0 \Rightarrow \vec{\epsilon} \cdot \vec{p} = 0,$$

mas, para os bósons vetoriais, a condição de Lorenz sozinha elimina a liberdade do calibre;

Interações fracas leptônicas carregadas

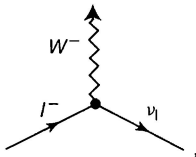
- Ademais, o propagador para partículas massivas de spin 1 é:

$$\frac{-i(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M^2 c^2)}{q^2 - M^2 c^2},$$

onde $M = M_W$ ou $M = M_Z$. Na maioria dos casos (em que $q^2 \ll (Mc)^2$), o propagador pode ser aproximado para:

$$\frac{ig_{\mu\nu}}{(Mc)^2} \quad (q^2 \ll (Mc)^2);$$

- Consideremos, inicialmente, as interações fracas carregadas (mediada pelos $W^\pm$) com acoplamento com léptons. O vértice fundamental é:



onde um lépton é convertido no neutrino associado com a emissão de um W^- (ou absorção de um W^+). O processo reverso:

$$\nu_l \rightarrow l^- + W^+$$

também é possível, bem como a reação “cruzada” com antiléptons.

Interações fracas leptônicas carregadas

- As regras de Feynman são as mesmas, exceto pelo fator de vértice:

$$\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}}\gamma^\mu(1 - \gamma^5) \quad (\text{fator de vértice fraco}),$$

onde $g_w = \sqrt{4\pi\alpha_w}$ é a “*constante de acoplamento fraca*”.

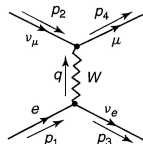
- Note que o fator $\gamma^\mu(1 - \gamma^5) = \gamma^\mu - \gamma^\mu\gamma^5$ é a soma de um *vetor* com um *vetor axial*. Esta combinação *viola* a conservação da paridade, conforme o esperado para as interações fracas;

Interações fracas leptônicas carregadas - Exemplos

1 Decaimento inverso do múon

Considere o processo:

$$\nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e,$$



onde um lépton é convertido no associado ao neutrino (representado na mais baixa ordem pelo diagrama acima). Aqui $q = p_1 - p_3$ e $q^2 \ll M_W^2 c^2$, portanto, vamos usar o propagador simplificado. A amplitude fica:

$$\mathcal{M} = \frac{g_w^2}{8(M_W c)^2} [\bar{u}(3) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u(1)] [\bar{u}(4) \gamma_\mu (1 - \gamma^5) u(2)].$$

Aplicando-se o truque de Casimir:

$$\sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2 = \left(\frac{g_w^2}{8(M_W c)^2} \right)^2 \text{Tr}[\gamma^\mu (1 - \gamma^5) (\not{p}_1 + m_e c) \gamma^\nu (1 - \gamma^5) \not{p}_3] \times \text{Tr}[\gamma_\mu (1 - \gamma^5) \not{p}_2 \gamma_\nu (1 - \gamma^5) (\not{p}_4 + m_\mu c)],$$

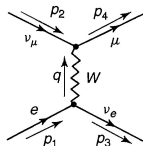
que, pelos teoremas dos traços:

$$\begin{aligned} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2 &= \left(\frac{g_w^2}{8(M_W c)^2} \right)^2 8[p_1^\mu p_3^\nu + p_1^\nu p_3^\mu - g^{\mu\nu} (p_1 \cdot p_3) - i\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} p_{1\lambda} p_{3\sigma}] \times \\ &\quad \times 8[p_{2\mu} p_{4\nu} + p_{2\nu} p_{4\mu} - g_{\mu\nu} (p_2 \cdot p_4) - i\epsilon_{\mu\nu\kappa\gamma} p_2^\kappa p_4^\gamma]. \end{aligned}$$

Interações fracas leptônicas carregadas - Exemplos

1 Decaimento inverso do múon

$$\nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e$$



Assim:

$$\sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2 = 4 \left(\frac{g_w}{M_w c} \right)^4 (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4).$$

Agora, tomando-se a média (o elétron tem 2 estados de spin e o neutrino somente 1):

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = 2 \left(\frac{g_w}{M_w c} \right)^4 (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4).$$

Substituindo-se os quadrimomentos no CM:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = 8 \left(\frac{g_w E}{M_w c^2} \right)^4 \left\{ 1 - \left(\frac{m_\mu c^2}{2E} \right)^2 \right\}^2,$$

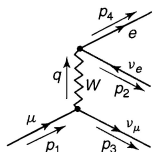
onde E é a energia do elétron incidente. E as seções de choque diferencial e total são, respectivamente:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} \left(\frac{\hbar c g_w^2 E}{4\pi (M_w c^2)^2} \right)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{m_\mu c^2}{2E} \right)^2 \right\}^2 \Rightarrow \sigma = \frac{1}{8\pi} \left[\left(\frac{g_w}{M_w c^2} \right)^2 \hbar c E \right]^2 \left\{ 1 - \left(\frac{m_\mu c^2}{2E} \right)^2 \right\}^2$$

Decaimento do múon

- O decaimento do múon:

$$\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$$



é o processo fraco mais fácil de ser estudado experimentalmente, cuja amplitude é:

$$\mathcal{M} = \frac{g_w^2}{8(M_w c)^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu(1 - \gamma^5)u(1)][\bar{u}(4)\gamma_\mu(1 - \gamma^5)u(2)]$$

De onde:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = 2 \left(\frac{g_w}{M_w c} \right)^4 (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4).$$

No referencial de repouso do múon, $p_1 = (m_\mu c, \vec{0})$, então:

$$p_1 \cdot p_2 = m_\mu E_2$$

e, como $p_1 - p_2 = p_3 + p_4$:

$$(p_1 - p_2)^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1 \cdot p_2 = m_\mu^2 c^2 - 2p_1 \cdot p_2,$$

$$(p_3 + p_4)^2 = p_3^2 + p_4^2 + 2p_3 \cdot p_4 = m_e^2 c^2 + 2p_3 \cdot p_4,$$

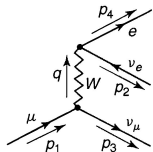
vem:

$$\Rightarrow p_3 \cdot p_4 = \frac{(m_\mu^2 - m_e^2)c^2}{2} - m_\mu E_2.$$

Decaimento do múon

- O decaimento do múon:

$$\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$$



Para simplificar, faremos $m_e = 0$:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \left(\frac{g_w}{M_w c} \right)^4 m_\mu^2 E_2 (m_\mu c^2 - 2E_2) = \left(\frac{g_w^2 m_\mu}{M_w^2 c} \right)^2 |\vec{p}_2| (m_\mu c - 2|\vec{p}_2|),$$

onde $E_2 = |\vec{p}_2|c$, $E_3 = |\vec{p}_3|c$ e $E_4 = |\vec{p}_4|c$ e a taxa de decaimento, pela regra de ouro, dá:

$$d\Gamma = \frac{\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle}{2\hbar m_\mu} \left(\frac{d^3 \vec{p}_2}{(2\pi)^3 2|\vec{p}_2|} \right) \left(\frac{d^3 \vec{p}_3}{(2\pi)^3 2|\vec{p}_3|} \right) \left(\frac{d^3 \vec{p}_4}{(2\pi)^3 2|\vec{p}_4|} \right) (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - p_4).$$

Abrindo a função delta:

$$\delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - p_4) = \delta(m_\mu c - |\vec{p}_2| - |\vec{p}_3| - |\vec{p}_4|) \delta^3(\vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \vec{p}_4)$$

e integrando em $\vec{p}_3$:

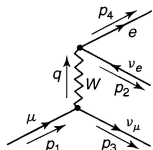
$$d\Gamma = \frac{\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle}{16(2\pi)^5 \hbar m_\mu} \left(\frac{d^3 \vec{p}_2 d^3 \vec{p}_4}{|\vec{p}_2| |\vec{p}_2 + \vec{p}_4| |\vec{p}_4|} \right) \delta(m_\mu c - |\vec{p}_2| - |\vec{p}_2 + \vec{p}_4| - |\vec{p}_4|),$$

onde $E_3 = |\vec{p}_2 + \vec{p}_4|c$.

Decaimento do múon

- O decaimento do múon:

$$\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$$



Agora, para integrar em $\vec{p}_2$, alinhamos o eixo polar ao longo de $\vec{p}_4$ (a direção do elétron):

$$d^3\vec{p}_2 = |\vec{p}_2|^2 d|\vec{p}_2| \sin\theta d\theta d\phi = 2\pi |\vec{p}_2|^2 d|\vec{p}_2| \sin\theta d\theta,$$

sabendo que:

$$|\vec{p}_2 + \vec{p}_4|^2 = |\vec{p}_2|^2 + |\vec{p}_4|^2 + 2\vec{p}_2 \cdot \vec{p}_4 = |\vec{p}_2|^2 + |\vec{p}_4|^2 + 2|\vec{p}_2||\vec{p}_4| \cos\theta,$$

e definindo-se:

$$u \equiv \sqrt{|\vec{p}_2|^2 + |\vec{p}_4|^2 + 2|\vec{p}_2||\vec{p}_4| \cos\theta} \Rightarrow 2u du = -2|\vec{p}_2||\vec{p}_4| \sin\theta d\theta$$

vem a integração em θ :

$$\int_0^\pi \sin\theta d\theta \delta(m_\mu c - |\vec{p}_2| - |\vec{p}_2 + \vec{p}_4| - |\vec{p}_4|) = \int_{u_-}^{u_+} \delta(m_\mu c - |\vec{p}_2| - |\vec{p}_4| - u) du,$$

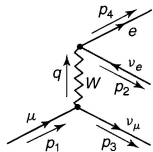
onde:

$$u_{\pm} \equiv \sqrt{|\vec{p}_2|^2 + |\vec{p}_4|^2 \pm 2|\vec{p}_2||\vec{p}_4|} = ||\vec{p}_2| \pm |\vec{p}_4||.$$

Decaimento do múon

- O decaimento do múon:

$$\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$$



Assim, a integral fica:

$$\int_{u_-}^{u_+} \delta(m_\mu c - |\vec{p}_2| - |\vec{p}_4| - u) du = \begin{cases} 1, & \text{se } u_- < m_\mu c - |\vec{p}_2| - |\vec{p}_4| < u_+ \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

onde:

$$u_\pm \equiv \sqrt{|\vec{p}_2|^2 + |\vec{p}_4|^2 \pm 2|\vec{p}_2||\vec{p}_4|} = ||\vec{p}_2| \pm |\vec{p}_4||.$$

Reescrevendo a desigualdade:

$$\begin{aligned} ||\vec{p}_2| - |\vec{p}_4|| &< (m_\mu c - |\vec{p}_2| - |\vec{p}_4|) < ||\vec{p}_2| + |\vec{p}_4|| \Rightarrow \\ (||\vec{p}_2| - |\vec{p}_4||) + (|\vec{p}_2| + |\vec{p}_4|) &< m_\mu c < (|\vec{p}_2| + |\vec{p}_4|) + (|\vec{p}_2| + |\vec{p}_4|) \Rightarrow \\ \frac{1}{2} (||\vec{p}_2| - |\vec{p}_4||) + (|\vec{p}_2| + |\vec{p}_4|) &< \frac{1}{2} m_\mu c < (|\vec{p}_2| + |\vec{p}_4|). \end{aligned}$$

Agora, note que:

$$|\vec{p}_2|, |\vec{p}_4| \leq \frac{1}{2} (||\vec{p}_2| - |\vec{p}_4||) + (|\vec{p}_2| + |\vec{p}_4|) < \frac{1}{2} m_\mu c < |\vec{p}_2| + |\vec{p}_4|,$$

ou seja, temos, na verdade, 3 desigualdades.

Decaimento do múon

- O decaimento do múon:

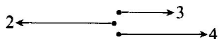
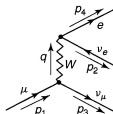
$$\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$$

Note que:

$$|\vec{p}_2|, |\vec{p}_4| < \frac{1}{2} m_\mu c < |\vec{p}_2| + |\vec{p}_4|,$$

ou seja, temos, na verdade, 3 desigualdades:

$$\left\{ \begin{array}{l} |\vec{p}_2| < \frac{1}{2} m_\mu c, \\ |\vec{p}_4| < \frac{1}{2} m_\mu c, \\ |\vec{p}_2| + |\vec{p}_4| > \frac{1}{2} m_\mu c. \end{array} \right.$$



Cinematicamente, se as partículas 3 e 4 saem diametralmente opostas à 2, esta obtém a maior parcela de energia, que é a metade da disponível. Se 3 e 4 tiverem um ângulo entre elas, a partícula 2 terá menos energia.

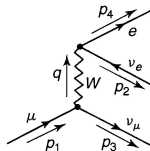
- Ou seja, $\frac{1}{2} m_\mu c^2$ é a máxima energia *individual* para qualquer das partículas.

Conclusão: $\frac{1}{2} m_\mu c^2 - E_4 < E_2 < \frac{1}{2} m_\mu c^2$ e $0 < E_4 < \frac{1}{2} m_\mu c^2$.

Decaimento do múon

- O decaimento do múon:

$$\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$$



Substituindo tudo na integral original, vem:

$$\begin{aligned} d\Gamma &= \left(\frac{g_w}{4\pi M_w} \right)^4 \frac{m_\mu}{\hbar c^2} \frac{d^3 \vec{p}_4}{|\vec{p}_4|^2} \int_{m_\mu c/2 - |\vec{p}_4|}^{m_\mu c/2} |\vec{p}_2| (m_\mu c - 2|\vec{p}_2|) d|\vec{p}_2| = \\ &= \left(\frac{g_w}{4\pi M_w c} \right)^4 \frac{m_\mu}{\hbar c^2} \left(\frac{m_\mu c}{2} - \frac{2}{3} |\vec{p}_4| \right) d^3 \vec{p}_4. \end{aligned}$$

Agora, reescrevendo:

$$d^3 \vec{p}_4 = 4\pi |\vec{p}_4|^2 d|\vec{p}_4|$$

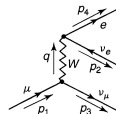
e redefinindo a energia do elétron, $E \equiv c|\vec{p}_4|$, concluímos que:

$$\frac{d\Gamma}{dE} = \left(\frac{g_w}{M_w c} \right)^4 \frac{m_\mu^2 E^2}{2\hbar(4\pi)^3} \left(1 - \frac{4E}{3m_\mu c^2} \right).$$

Decaimento do múon

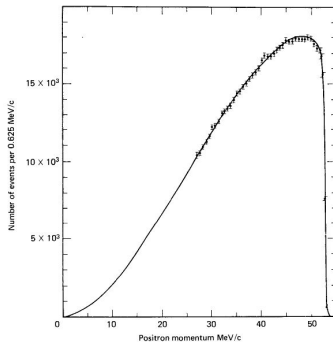
- O decaimento do múon:

$$\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$$



$$\frac{d\Gamma}{dE} = \left(\frac{g_w}{M_w c} \right)^4 \frac{m_\mu^2 E^2}{2\hbar(4\pi)^3} \left(1 - \frac{4E}{3m_\mu c^2} \right),$$

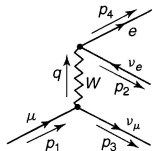
de onde obtemos a distribuição de energia do pósitron:



Decaimento do múon

- O decaimento do múon:

$$\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$$



Integrando, vem a taxa total de decaimentos:

$$\Gamma = \left(\frac{g_w}{M_w c} \right)^4 \frac{m_\mu^2}{2\hbar(4\pi)^3} \int_0^{(1/2)m_\mu c^2} E^2 \left(1 - \frac{4E}{3m_\mu c^2} \right) dE = \left(\frac{m_\mu g_w}{M_w} \right)^4 \frac{m_\mu c^2}{12\hbar(8\pi)^3}$$

e a vida média do múon é:

$$\tau = \frac{1}{\Gamma} = \left(\frac{M_w}{m_\mu g_w} \right)^4 \frac{12\hbar(8\pi)^3}{m_\mu c^2}.$$

Definindo-se, agora, a “constante de acoplamento de Fermi”:

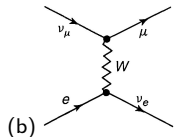
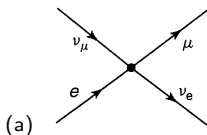
$$G_F = \frac{\sqrt{2}}{8} \left(\frac{g_w}{M_w c^2} \right)^2 (\hbar c)^3,$$

vem que:

$$\tau = \frac{192\pi^3 \hbar^7}{G_F^2 m_\mu^5 c^4}.$$

Decaimento do múon

- Na teoria original de Fermi, não havia o W e a interação era supostamente pontual, com o acoplamento de 4 partículas (fig.(a)), mas, na perspectiva moderna (fig.(b)) é:



com uma constante de acoplamento efetiva de 4 partículas, G_F . Isto só funcionou por causa da grande massa do W , que permitiu a aproximação do propagador:

$$\frac{-i(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M^2 c^2)}{q^2 - M^2 c^2} \rightarrow \frac{ig_{\mu\nu}}{(Mc)^2} \quad (q^2 \ll (Mc)^2),$$

a qual não é válida para altas energias.

- Pondo-se os valores empíricos do tempo de vida e da massa do múon e recalculando-se:

$$G_F/(\hbar c)^3 = \frac{\sqrt{2}}{8} \left(\frac{g_w}{M_w c^2} \right)^2 = 1,166 \times 10^{-5} / \text{GeV}^2 \Rightarrow g_w = 0,66,$$

então a “*constante de estrutura fina fraca*” é:

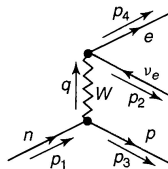
$$\alpha_w = \frac{g_w^2}{4\pi} = \frac{1}{29}.$$

Isto é, um valor ~ 5 vezes maior que $\alpha = \frac{1}{137}$!

Decaimento do nêutron

- Vamos estudar o decaimento do nêutron:

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$$



Como o nêutron e o próton são compostos, o diagrama acima é uma aproximação (boa para baixas energias). O vértice da esquerda é análogo ao do múon ($\mu \rightarrow \nu_\mu + W^-$), mas com a diferença que o próton (partícula 3) é massivo. Mesmo assim, a amplitude é a mesma (probl. 9.8):

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = 2 \left(\frac{g_w}{M_{Wc}} \right)^4 (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4).$$

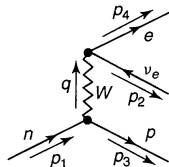
No referencial de repouso do nêutron (neste caso, sem desprezar a massa do elétron.):

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{m_n}{c} \left(\frac{g_w}{M_w} \right)^4 |\vec{p}_2| \left(m_n^2 - m_p^2 - m_e^2 - 2m_n \frac{|\vec{p}_2|}{c} \right).$$

Decaimento do nêutron

- O decaimento do nêutron:

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$$



A taxa de decaimento, pela regra de ouro, é:

$$d\Gamma = \frac{\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle}{2\hbar m_n} \left(\frac{c d^3 \vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \right) \left(\frac{c d^3 \vec{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right) \left(\frac{c d^3 \vec{p}_4}{(2\pi)^3 2E_4} \right) (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - p_4),$$

onde $E_2 = c|\vec{p}_2|$, $E_3 = c\sqrt{\vec{p}_3^2 + m_p^2 c^2}$ e $E_4 = c\sqrt{\vec{p}_4^2 + m_e^2 c^2}$.

Integrando em $\vec{p}_3$:

$$d\Gamma = \frac{\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle}{16(2\pi)^5 \hbar m_n} \left(\frac{d^3 \vec{p}_2 d^3 \vec{p}_4}{|\vec{p}_2| u \sqrt{\vec{p}_4^2 + m_e^2 c^2}} \right) \delta \left(m_n c - |\vec{p}_2| - u - \sqrt{\vec{p}_4^2 + m_e^2 c^2} \right),$$

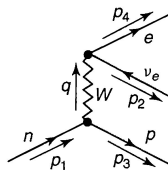
onde $u \equiv \sqrt{(\vec{p}_2 + \vec{p}_4)^2 + m_p^2 c^2} \Rightarrow u^2 = |\vec{p}_2|^2 + |\vec{p}_4|^2 + 2|\vec{p}_2||\vec{p}_4| \cos \theta + m_p^2 c^2$ (com o eixo z orientado na direção de $\vec{p}_4$) e, derivando, vem:

$$u du = -|\vec{p}_2||\vec{p}_4| \sin \theta d\theta.$$

Decaimento do nêutron

- O decaimento do nêutron:

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$$



A integral em $\vec{p}_2$, vem fazendo:

$$d^3 \vec{p}_2 = |\vec{p}_2|^2 d|\vec{p}_2| \sin \theta d\theta d\phi$$

e integrando em θ e em ϕ (ou em u) que dá:

$$d\Gamma = \frac{<|\mathcal{M}|^2>}{(4\pi)^2 \hbar m_n} \frac{d^3 \vec{p}_4}{|\vec{p}_4| \sqrt{\vec{p}_4^2 + m_e^2 c^2}} d|\vec{p}_2| I,$$

onde:

$$I \equiv \int_{u_-}^{u_+} \delta \left(m_n c - |\vec{p}_2| - \sqrt{\vec{p}_4^2 + m_e^2 c^2} \right) du =$$

$$= \begin{cases} 1, & \text{se } u_- < \left(m_n c - |\vec{p}_2| - \sqrt{\vec{p}_4^2 + m_e^2 c^2} \right) < u_+ \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

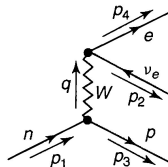
e os limites são:

$$u_{\pm} = \sqrt{(|\vec{p}_2| \pm |\vec{p}_4|)^2 + m_p^2 c^2}.$$

Decaimento do nêutron

- O decaimento do nêutron:

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$$



Ou, em termos de limites de $|\vec{p}_2|$ (probl. 9.9):

$$p_{\pm} = \frac{\frac{1}{2}(m_n^2 - m_p^2 - m_e^2)c^2 - m_n\sqrt{\vec{p}_4^2 + m_e^2c^2}}{m_nc - \sqrt{\vec{p}_4^2 + m_e^2c^2} \mp |\vec{p}_4|}.$$

Assim, a integral em $|\vec{p}_2|$ é:

$$\int_{p_-}^{p_+} |\vec{E}_2| [(m_n^2 - m_p^2 - m_e^2 - 2m_n|\vec{p}_2|/c] d|\vec{p}_2| \equiv J$$

e como:

$$d^3\vec{p}_4 = 4\pi|\vec{p}_4|^2 d|\vec{p}_4|,$$

conclui-se que:

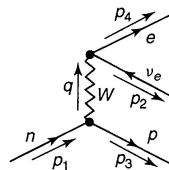
$$\frac{d\Gamma}{dE} = \frac{1}{\hbar c^2 (4\pi)^3} \left(\frac{g_w}{M_w c} \right)^4 J(E),$$

onde $E \equiv E_4 = c\sqrt{\vec{p}_4^2 + m_e^2c^2}$.

Decaimento do nêutron

- O decaimento do nêutron:

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$$



A equação:

$$\frac{d\Gamma}{dE} = \frac{1}{\hbar c^2 (4\pi)^3} \left(\frac{g_w}{M_w c} \right)^4 J(E)$$

é exata.

Ela pode ser reduzida à do decaimento do múon:

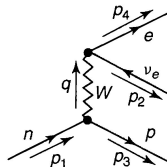
$$\frac{d\Gamma}{dE} = \left(\frac{g_w}{M_w c} \right)^4 \frac{m_\mu^2 E^2}{2\hbar (4\pi)^3} \left(1 - \frac{4E}{3m_\mu c^2} \right),$$

com $m_n \rightarrow m_\mu$, $m_p, m_e \rightarrow 0$, mas vejamos $J(E)$...

Decaimento do nêutron

- O decaimento do nêutron:

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$$



$$J(E) = \frac{1}{2}(m_n^2 - m_p^2 - m_e^2)c^4(p_+^2 - p_-^2) - \frac{2m_nc^3}{3}(p_+^3 - p_-^3).$$

Definindo-se:

$$\epsilon \equiv \frac{m_n - m_p}{m_n} = 0,0014, \quad \delta \equiv \frac{m_e}{m_n} = 0,0005,$$

$$\eta \equiv \frac{E}{m_nc^2} \quad (\delta < \eta < \epsilon), \quad \phi \equiv \frac{|\vec{p}_4|}{m_nc} \quad (0 < \phi < \eta),$$

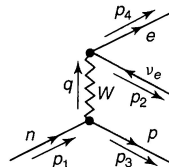
com $\phi^2 = \eta^2 - \delta^2$, expande-se em 1ª ordem (probl. 9.9):

$$J(E) \approx 4m_n^4c^6\eta\phi(\epsilon - \eta)^2 = \frac{4}{c^2}E\sqrt{E^2 - m_e^2c^4}[(m_n - m_p)c^2 - E]^2.$$

Decaimento do nêutron

- O decaimento do nêutron:

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$$

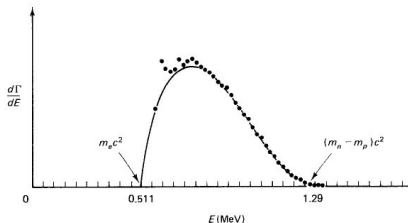


Assim, a distribuição de energias dos elétrons é:

$$\frac{d\Gamma}{dE} = \frac{1}{\pi^3 \hbar} \left(\frac{g_w}{2M_W c^2} \right)^4 E \sqrt{E^2 - m_e^2 c^4} [(m_n - m_p) c^2 - E]^2,$$

que comparada com os dados experimentais:

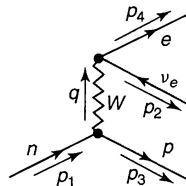
Note os limites: $m_e c^2 < E < (m_n - m_p) c^2$.



Decaimento do nêutron

- O decaimento do nêutron:

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$$



A distribuição de energias dos elétrons é:

$$\frac{d\Gamma}{dE} = \frac{1}{\pi^3 \hbar} \left(\frac{g_w}{2M_w c^2} \right)^4 E \sqrt{E^2 - m_e^2 c^4} [(m_n - m_p)c^2 - E]^2.$$

Integrando-se em E (probl. 9.12), vem:

$$\Gamma = \frac{1}{4\pi^3 \hbar} \left(\frac{g_w}{2M_w c^2} \right)^4 (m_e c^2)^5 \left[\frac{1}{15} (2a^4 - 9a^2 - 8) \sqrt{a^2 - 1} + a \ln(a + \sqrt{a^2 - 1}) \right],$$

onde:

$$a \equiv \frac{m_n - m_p}{m_e}.$$

Substituindo-se os valores numéricos (probl. 9.11):

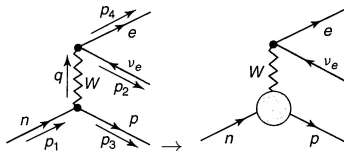
$$\tau = \frac{1}{\Gamma} = 1316 \text{ s.}$$

Decaimento do nêutron

- O decaimento do nêutron:

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$$

O valor obtido foi $\tau = 1316$ s, mas o valor experimental do tempo de vida do nêutron é $\tau = 898 \pm 16$ s. A razão disso é termos tratado o nêutron e o próton como pontuais (não sabemos como o W se acopla):



e não termos expressada a amplitude em termos dos fatores de forma. Substituindo-se no vértice $n \rightarrow p + W$:

$$(1 - \gamma^5) \rightarrow (c_V - c_A \gamma^5),$$

onde c_V e c_A são as correções devidas à “carga fraca” vetorial e axial, respectivamente. Experimentalmente:

$$c_V = 1,000 \pm 0,003, \quad c_A = 1,26 \pm 0,02,$$

onde $c_V = 1$ é denominada hipótese da “*corrente vetorial conservada (CVC)*” e $c_A \approx 1$ a hipótese da “*corrente axial parcialmente conservada (PCAC)*”. O fator de correção na taxa de decaimento é dado por:

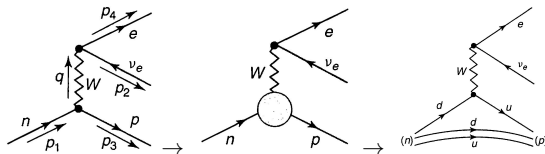
$$\frac{1}{4}(c_V^2 + 3c_A^2) = 1,44 \Rightarrow \tau = \frac{1316 \text{ s}}{1,44} = 914 \text{ s}.$$

Decaimento do nêutron

- O decaimento do nêutron:

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$$

Há ainda uma outra correção, pois o processo em termos dos quarks é $d \rightarrow u + W$, com 2 quarks expectadores:



Neste caso, introduz-se no vértice $d \rightarrow u + W$ o fator $\cos \theta_C$, onde:

$$\theta_C = 13,1^\circ$$

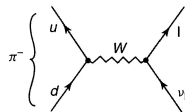
é o ângulo de Cabibo e a correção no tempo de vida do nêutron é:

$$\tau = \frac{914 \text{ s}}{\cos^2 \theta_C} = 963 \text{ s.}$$

Decaimento do pión

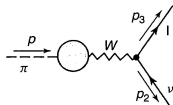
- O decaimento do pión:

$$\pi^- \rightarrow l^- + \bar{\nu}_l,$$



onde l é um lepton e $\bar{\nu}_l$ o seu antineutrino.

- O processo pode ser entendido como um espalhamento em que o estado inicial é de quarks que estão ligados, mas o cálculo é complicado e leva, mais cedo ou mais tarde, a um fator $|\psi(0)|^2$ desconhecido;
- Então, é melhor seguir o método de redesenhar-se o diagrama com uma bolha no vértice entre o π^- e o W^- :



Este acoplamento é desconhecido, mas o outro vértice, do acoplamento do lépton l com o W^- , é conhecido. A amplitude deve ter a forma geral:

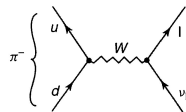
$$\mathcal{M} = \frac{g_w^2}{8(M_{Wc})^2} [\bar{u}(3)\gamma_\mu(1 - \gamma^5)v(2)] F^\mu,$$

onde F^μ é um fator de forma descrevendo a bolha $\pi \rightarrow W$, que então deve ser um quadrivetor para contrair-se com o fator do lépton γ_μ .

Decaimento do pión

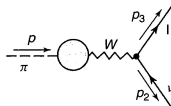
- O decaimento do pión:

$$\pi^- \rightarrow l^- + \bar{\nu}_l,$$



onde l é um lepton e $\bar{\nu}_l$ o seu antineutrino.

- Então, é melhor seguir o método de redesenhar-se o diagrama com uma bolha no vértice entre o π^- e o W^- :



Este acoplamento é desconhecido, mas o outro vértice, do acoplamento do lépton l com o W^- , é conhecido. A amplitude deve ter a forma geral:

$$\mathcal{M} = \frac{g_w^2}{8(M_W c)^2} [\bar{u}(3)\gamma_\mu(1 - \gamma^5)v(2)]F^\mu,$$

onde F^μ é um fator de forma descrevendo a bolha $\pi \rightarrow W$, que então deve ser um quadrivetor para contrair-se com o fator do lépton γ_μ . Contudo, o pión tem spin zero e o único quadrivetor associado é o momento p^μ , portanto, F^μ deve ser um escalar vezes ele:

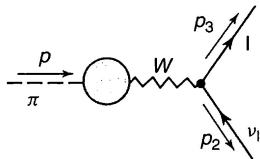
$$F^\mu = f_\pi p^\mu,$$

onde, em princípio, $f_\pi = f(p^2) = f(m_\pi^2 c^2)$ é a *constante de decaimento do pión*.

Decaimento do pión

- O decaimento do pión:

$$\pi^- \rightarrow l^- + \bar{\nu}_l$$



- Somando-se sobre os spins da saída:

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \left[\frac{f_\pi}{8} \left(\frac{g_w}{M_W c} \right)^2 \right]^2 p_\mu p_\nu \text{Tr}[\gamma^\mu (1 - \gamma^5) \not{p}_2 \gamma^\nu (1 - \gamma^5) (\not{p}_3 + m_l c)] = \\ &= \frac{1}{8} \left[f_\pi \left(\frac{g_w}{M_W c} \right)^2 \right]^2 [2(p \cdot p_2)(p \cdot p_3) - p^2(p_2 \cdot p_3)], \end{aligned}$$

onde $p \equiv p_1 = p_2 + p_3$, de onde:

$$\begin{aligned} p \cdot p_2 &= p_2 \cdot p_3, \quad p \cdot p_3 = m_l^2 c^2 + p_2 \cdot p_3, \\ p^2 &= p_2^2 + p_3^2 + 2p_2 \cdot p_3, \quad 2p_2 \cdot p_3 = (m_\pi^2 - m_l^2) c^2 \Rightarrow \\ \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \frac{1}{8} \left(\frac{g_w}{M_W c} \right)^4 f_\pi^2 m_l^2 (m_\pi^2 - m_l^2), \quad \text{ou seja, uma constante.} \end{aligned}$$

Decaimento do pión

- O decaimento do pión:

$$\pi^- \rightarrow l^- + \bar{\nu}_l$$

- A taxa de decaimento é:

$$\Gamma = \frac{|\vec{p}_2|}{8\pi\hbar m_\pi^2 c} < |\mathcal{M}|^2 >$$

e com o momento de saída (probl. 3.16):

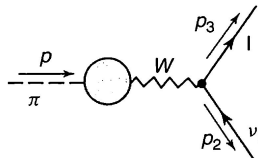
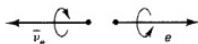
$$|\vec{p}_2| = \frac{c}{2m_\pi}(m_\pi^2 - m_l^2) \Rightarrow \Gamma = \frac{f_\pi^2}{\pi\hbar m_\pi^3} \left(\frac{g_w}{4M_W} \right)^4 m_l^2 (m_\pi^2 - m_l^2)^2.$$

- Agora, mesmo sem saber f_π , podemos calcular, por exemplo, a razão:

$$\frac{\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu)} = \frac{m_e^2(m_\pi^2 - m_e^2)^2}{m_\mu^2(m_\pi^2 - m_\mu^2)^2} = 1,28 \times 10^{-4},$$

cujo valor experimental é $1,23 \times 10^{-4}$, isto é, o modo de decaimento em elétron é bastante suprimido.

- Note que se $m_l \rightarrow 0$: $\Gamma \rightarrow 0$, pois, neste limite, o “elétron” seria unicamente de mão de direita:



Interações fracas carregadas de quarks

- As interações fracas carregadas entre *léptons* são sempre intragerações:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix},$$

$$\text{p.ex.: } e^- \rightarrow \nu_e + W^-, \quad \mu^- \rightarrow \nu_\mu + W^-, \quad \tau^- \rightarrow \nu_\tau + W^-$$

- Mas no caso dos quarks, a coisa não é tão simples:

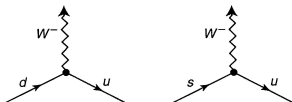
$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix},$$

- ▶ intragerações: $d \rightarrow u + W^-$ (no decaimento: $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$);
- ▶ intergerações: $s \rightarrow u + W^-$ (no decaimento: $\Lambda \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$).

Se não houvesse os cruzamentos entre gerações, teríamos as 3 leis de conservação respectivas de cada geração. Ademais, partículas como o K^- (a estranha mais leve), ou o B (a bonita mais leve), seriam estáveis.

Interações fracas carregadas de quarks - Exemplos

- Em 1963, Cabibbo propôs (quando se conhecia, no máximo, u , d e s):



$$\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}}\gamma^\mu(1-\gamma^5)\cos\theta_C \qquad \frac{-ig_w}{2\sqrt{2}}\gamma^\mu(1-\gamma^5)\sin\theta_C$$

que estes vértices carregassem os fatores extras: $\sin\theta_C$ e $\cos\theta_C$. Como entre os dois, o vértice $s \rightarrow u + W^-$ é o suprimido, o *ângulo de Cabibbo* deve ser pequeno:

$$\theta_C = 13, 15^\circ$$

2 Decaimento leptônico:

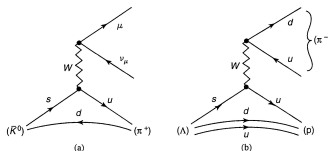
$K^- \rightarrow l^- + \bar{\nu}_l$, onde l é um lépton, tem um vértice $s + \bar{u} \rightarrow W^-$, como o da direita. (Analogamente, o decaimento do $\pi^- \rightarrow l^- + \bar{\nu}_l$, tem um vértice $d + \bar{u} \rightarrow W^-$, como o da esquerda.)

Agora:

$$\Gamma = \frac{f_K^2}{\pi\hbar m_K^3} \left(\frac{g_w}{4M_W} \right)^4 m_l^2 (m_K^2 - m_l^2)^2 \Rightarrow$$

$$\frac{\Gamma(K^- \rightarrow l^- + \bar{\nu}_l)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow l^- + \bar{\nu}_l)} = \tan^2\theta_C \left(\frac{m_\pi}{m_K} \right)^3 \left(\frac{m_K^2 - m_l^2}{m_\pi^2 - m_l^2} \right)^2$$

Interações fracas carregadas de quarks - Exemplos



(a) $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ + \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ é um exemplo de *decaimento semileptônico*;

(b) $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ é um exemplo de *decaimento não leptônico*.

③ **Decaimento semileptônico:** Sejam 2 processos com o vértice $d \rightarrow u + W^-$:

► No decaimento $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$, os estados de sabor ψ_{12} (Cap.5):

$$n = (ud - du)d/\sqrt{2}, \quad d \rightarrow u: \quad p = (ud - du)u/\sqrt{2} \Rightarrow (*\cos\theta_C)$$

► No decaimento $\Sigma^0 \rightarrow \Sigma^+ + e + \bar{\nu}_e$:

$$\Sigma^0 = [(us - su)d + (ds - sd)u]/\sqrt{2}, \quad d \rightarrow u: \quad (us - su)u = \sqrt{2}\Sigma^+ \Rightarrow (*\sqrt{2}\cos\theta_C)$$

Nestes casos (da eq. 9.60):

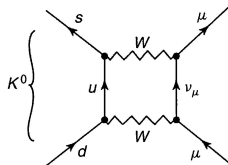
$$\Gamma = \frac{1}{30\pi^3\hbar} \left(\frac{g_w}{2M_W c^2} \right)^4 (\Delta m c^2)^5 X^2,$$

onde Δm é a diferença de massa dos bárions e X o fator de Cabibbo (acima).

Interações fracas carregadas de quarks

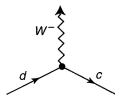
- Consideremos o processo de decaimento do K^0 :

$$K^0 \rightarrow \mu^+ + \mu^-.$$

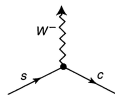


A amplitude deve ser proporcional a $\sin \theta_C \cos \theta_C$. Entretanto, a taxa de decaimento calculada é muito maior que o valor experimental;

- Em 1970, Glashow, Iliopoulos e Maiani (GIM) propuseram uma solução. Eles introduziram um 4º quark (c), cujos acoplamentos são:



$$\frac{-ig_W}{2\sqrt{2}} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) (-\sin \theta_C)$$



$$\frac{-ig_W}{2\sqrt{2}} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \cos \theta_C$$

proporcionais a $-\sin \theta_C$ e $\cos \theta_C$;

- No mecanismo GIM, a amplitude do decaimento do K^0 deve ser proporcional a $-\sin \theta_C \cos \theta_C$.

Interações fracas carregadas de quarks

- O mecanismo Cabibbo-GIM, sugere que, nas interações fracas, os quarks se comportam como misturas de estados:

$$d' = d \cos \theta_C + s \sin \theta_C, \quad s' = -d \sin \theta_C + s \cos \theta_C,$$

ou, em forma matricial:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}.$$

- Os W s acoplam-se a estados rodados:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}$$

ou aos estados físicos:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ d \cos \theta_C + s \sin \theta_C \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ -d \sin \theta_C + s \cos \theta_C \end{pmatrix}.$$

Assim, $d \rightarrow u + W^-$ carrega um fator $\cos \theta_C$ e $s \rightarrow u + W^-$ carrega um fator $\sin \theta_C$.

Interações fracas carregadas de quarks

- Posteriormente, Kobayashi e Maskawa generalizaram o mecanismo Cabibbo-GIM para as 3 gerações de quarks:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix},$$

com a *matriz de Kobayashi-Maskawa*:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}.$$

- A matriz tem 9 entradas, que não são todas independentes (probl. 9.18). Ela pode ser reduzida à “forma canônica”, com 3 ângulos generalizados ($\theta_1, \theta_2, \theta_3$) e 1 fator de fase δ :

$$V = \begin{pmatrix} c_1 & s_1 c_3 & s_1 s_3 \\ -s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ -s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix},$$

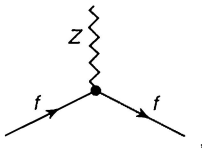
onde $c_i = \cos \theta_i$ e $s_i = \sin \theta_i$.

- Alguns valores obtidos experimentalmente são:

$$|V_{ij}| = \begin{pmatrix} 0,9738 & 0,2272 & 0,0040 \\ 0,2271 & 0,9730 & 0,0422 \\ 0,0081 & 0,0416 & 0,9991 \end{pmatrix}.$$

Interações fracas neutras

- Em 1958, Bludman sugeriu que devem existir interações fracas neutras, mediada por um bóson neutro, o Z^0 :



onde f é um lépton ou um quark qualquer, que é o mesmo na entrada e na saída do vértice. Não são permitidos vértices como:

$$\mu^- \rightarrow e^- + Z^0,$$

que viola a conservação dos números leptônicos,

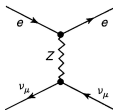
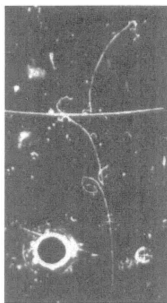
$$s \rightarrow d + Z^0,$$

que viola a conservação da estranheza.

Interações fracas neutras

- Em 1961, Glashow publicou o 1º paper da unificação das interações fraca e eletromagnética. Em 1967, Weinberg e Salam formularam a “teoria da quebra espontânea de calibre”. E, em 1971, t’Hooft demonstrou que a teoria é renormalizável. As razões teóricas aumentavam, mas em 1973 veio do CERN a primeira evidência experimental, pela reação:

$$\bar{\nu}_\mu + e \rightarrow \bar{\nu}_\mu + e$$



- Os mesmos experimentos obtiveram os processos neutrino-quark correspondentes:

$$\bar{\nu}_\mu + N \rightarrow \bar{\nu}_\mu + X \quad , \quad \nu_\mu + N \rightarrow \nu_\mu + X$$

As seções de choque são cerca de um terço das interações carregadas respectivas ($\bar{\nu}_\mu + N \rightarrow \mu^+ + X$ e $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + X$), indicando que era uma nova interação e não uma correção de ordem maior.

Interações fracas neutras

- Os acoplamentos de quarks e léptons com o $W^\pm$ seguem a forma universal “V-A”, com fatores:

$$\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}}\gamma^\mu(1-\gamma^5) \quad (\text{fator de vértice } W^\pm),$$

$$\frac{-ig_z}{2}\gamma^\mu(c_V^f - c_A^f\gamma^5) \quad (\text{fator de vértice } Z^0),$$

onde g_w é a constante de acoplamento carregada, g_z é a constante de acoplamento neutra e c_V^f e c_A^f são coeficientes que dependem do quark ou do lépton (f) envolvido.

- No modelo GWS, todos esses parâmetros dependem de θ_w , o “*ângulo de mistura fraco*”, ou “*ângulo de Weinberg*”:

f	c_V	c_A
ν_e, ν_μ, ν_τ	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
e^-, μ^-, τ^-	$-\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_w$	$-\frac{1}{2}$
u, c, t	$\frac{1}{2} - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_w$	$\frac{1}{2}$
d, s, b	$-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w$	$-\frac{1}{2}$

**NEUTRAL VECTOR AND
AXIAL VECTOR
COUPLINGS
IN THE GWS MODEL**

Além disso:

$$g_w = \frac{g_e}{\sin \theta_w}, \quad g_z = \frac{g_e}{\sin \theta_w \cos \theta_w},$$

onde g_e é a constante de acoplamento eletromagnética (em unidades de e).

Interações fracas neutras

- O propagador do Z^0 é:

$$\frac{-i(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M_Z^2 c^2)}{q^2 - M_Z^2 c^2},$$

que no caso típico ($q^2 \ll M_Z^2 c^2$) reduz-se a:

$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{(M_Z c)^2}$$

- Finalmente, as massas dos $W^\pm$ e Z^0 estão relacionadas:

$$M_W = M_Z \cos \theta_W.$$

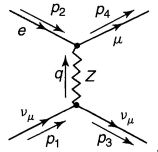
- Só experimentalmente obtém-se: $\theta_W = 28,75^\circ \Rightarrow \sin^2 \theta_W = 0,2314$, mas dado o seu valor pode-se calcular as massas do W e do Z (probl. 9.20).
- Em 1983, o grupo de C. Rubia no CERN mediu as massas:

$$M_W = 82 \text{ GeV}/c^2 \text{ e } M_Z = 92 \text{ GeV}/c^2.$$

Interações fracas neutras - Exemplos

- 4 **Espalhamento elétron-neutrino elástico:** Consideremos a seguinte reação, medida pelo Z^0 , e descrita pelo seguinte diagrama:

$$\nu_\mu + e \rightarrow \nu_\mu + e$$



A amplitude é:

$$\mathcal{M} = \frac{g_Z^2}{8(M_Z c)^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu(1 - \gamma^5)u(1)][\bar{u}(4)\gamma_\mu(c_V - c_A\gamma^5)u(2)]$$

e assim:

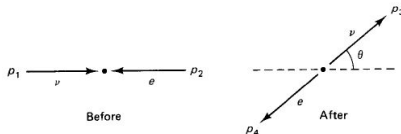
$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= 2 \left(\frac{g_Z}{4M_Z c} \right)^4 \text{Tr}\{\gamma^\mu(1 - \gamma^5)\not{p}_1\gamma^\nu(1 - \gamma^5)\not{p}_3\} \times \\ &\quad \times \text{Tr}\{\gamma_\mu(c_V - c_A\gamma^5)(\not{p}_2 + mc)\gamma_\nu(c_V - c_A\gamma^5)(\not{p}_4 + m_\mu c)\} = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{g_Z}{M_Z c} \right)^4 \{ (c_V + c_A)^2 (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) + (c_V - c_A)^2 (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3) - (mc)^2 (c_V^2 - c_A^2)(p_1 \cdot p_3) \}, \end{aligned}$$

onde m é a massa do elétron e c_V e c_A são os acoplamentos fracos neutros para o elétron.

Interações fracas neutras - Exemplos

● Espalhamento elétron-neutrino elástico:

No referencial do CM:



e ignorando a massa do elétron ($m \rightarrow 0$):

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = 2 \left(\frac{g_z E}{M_Z c^2} \right)^4 \left[(c_V + c_A)^2 + (c_V - c_A)^2 \cos^4 \frac{\theta}{2} \right]$$

onde E é a energia do elétron (ou do neutrino) e θ o ângulo de espalhamento. A seção de choque diferencial é:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 2 \left(\frac{\hbar c}{\pi} \right)^2 \left(\frac{g_z}{4M_Z c^2} \right)^4 E^2 \left[(c_V + c_A)^2 + (c_V - c_A)^2 \cos^4 \frac{\theta}{2} \right]$$

e a seção de choque total é:

$$\sigma = \frac{2}{3\pi} (\hbar c)^2 \left(\frac{g_z}{2M_Z c^2} \right)^4 E^2 (c_V^2 + c_A^2 + c_V c_A).$$

Substituindo-se os valores da tabela e comparando-se com o exemplo 1, vem:

$$\frac{\sigma(\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu + e^-)}{\sigma(\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu + \mu^-)} = \frac{1}{4} - \sin^2 \theta_w + \frac{2}{3} \sin^4 \theta_w = 0,09$$

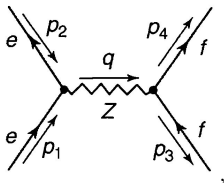
e o valor experimental é de 0,11 ($\sim 10\%$).

Interações fracas neutras - Exemplos

5 Espalhamento elétron-pósitron próximo do pólo do Z^0 :

Consideremos a seguinte reação:

$$e^+ + e^- \rightarrow f + \bar{f}$$



onde f é um quark ou lépton qualquer (com $m_f \ll M_Z$).

Neste caso, usaremos o propagador não aproximado, pois estamos interessados no regime $q^2 \sim (M_Z c)^2$. A amplitude é:

$$\mathcal{M} = -\frac{g_Z^2}{4(q^2 - (M_Z c)^2)} [\bar{u}(4)\gamma^\mu (c_V^f - c_A^f \gamma^5) v(3)] \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{(M_Z c)^2} \right) [\bar{v}(2)\gamma^\nu (c_V^e - c_A^e \gamma^5) u(1)],$$

onde $q = p_1 + p_2 = p_3 + p_4$.

Trabalhando na vizinhança de 90 GeV, podemos ignorar as massas do lépton e do quark. Neste caso, o 2º termo do propagador não contribui em nada e, da contração $q_\mu \gamma^\mu$, vem o fator:

$$\bar{u}(4) \not{q} (c_V - c_A \gamma^5) v(3),$$

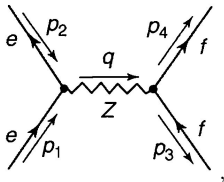
mas $\not{q} = \not{p}_3 + \not{p}_4$ e $\bar{u}(4) \not{p}_4 = 0$ (da eq. de Dirac para $m = 0$) e, ainda, pela mesma razão:

$$\not{p}_3 (c_V - c_A \gamma^5) v(3) = (c_V - c_A \gamma^5) \not{p}_3 v(3) = 0.$$

Interações fracas neutras - Exemplos

5 Espalhamento elétron-pósitron próximo do pólo do Z^0 :

$$e^+ + e^- \rightarrow f + \bar{f}$$



Assim:

$$\mathcal{M} = -\frac{g_z^2}{4[q^2 - (M_Z c)^2]} [\bar{u}(4)\gamma^\mu (c_V^f - c_A^f \gamma^5) v(3)] [\bar{v}(2)\gamma_\mu (c_V^e - c_A^e \gamma^5) u(1)]$$

e segue-se que:

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = & \left[\frac{g_z^2}{8(q^2 - (M_Z c)^2)} \right]^2 \text{Tr}\{\gamma^\mu (c_V^f - c_A^f \gamma^5) \not{p}_3 \gamma^\nu (c_V^f - c_A^f \gamma^5) \not{p}_4\} \times \\ & \times \text{Tr}\{\gamma_\mu (c_V^e - c_A^e \gamma^5) \not{p}_1 \gamma_\nu (c_V^e - c_A^e \gamma^5) \not{p}_2\}. \end{aligned}$$

Calculando-se os traços ... o primeiro é:

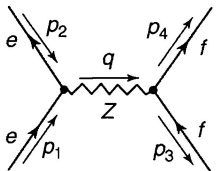
$$4[(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2][p_3^\mu p_4^\nu + p_3^\nu p_4^\mu - g^{\mu\nu}(p_3 \cdot p_4)] - 8ic_V^f c_A^f \epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} p_{3\lambda} p_{4\sigma}$$

e o segundo tem formato análogo.

Interações fracas neutras - Exemplos

5 Espalhamento elétron-pósitron próximo do pólo do Z^0 :

$$e^+ + e^- \rightarrow f + \bar{f}$$



Assim:

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = & \frac{1}{2} \left[\frac{g_z^2}{q^2 - (M_Z c^2)^2} \right]^2 \left\{ [(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2][(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2] \times \right. \\ & \left. \times [(p_1 \cdot p_3)(p_2 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3)] + 4c_V^f c_A^f c_V^e c_A^e [(p_1 \cdot p_3)(p_2 \cdot p_4) - (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3)] \right\}, \end{aligned}$$

que no CM reduz-se a:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \left[\frac{g_z^2 E^2}{(2E)^2 - (M_Z c^2)^2} \right]^2 \left\{ [(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2][(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2](1 + \cos^2 \theta) - 8c_V^f c_A^f c_V^e c_A^e \cos \theta \right\},$$

onde E é a energia do elétron (ou do férmion) e θ o ângulo de espalhamento. A seção de choque diferencial é:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar c g_z^2 E}{16\pi[(2E)^2 - (M_Z c^2)^2]} \right)^2 \left\{ [(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2][(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2](1 + \cos^2 \theta) - 8c_V^f c_A^f c_V^e c_A^e \cos \theta \right\}$$

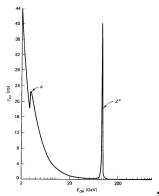
E a seção de choque total é (eq. 9.47):

$$\sigma = \frac{1}{3\pi} \left(\frac{\hbar c g_z^2 E}{4[(2E)^2 - (M_Z c^2)^2]} \right)^2 [(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2][(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2].$$

Interações fracas neutras - Exemplos

5 Espalhamento elétron-pósitron próximo do pólo do Z^0 :

$$e^+ + e^- \rightarrow f + \bar{f}$$



$$\sigma = \frac{1}{3\pi} \left(\frac{\hbar c g_Z^2 E}{4[(2E)^2 - (M_Z c^2)^2]} \right)^2 [(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2][(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2].$$

Note que há um pólo em $2E = M_Z c^2$. O problema vem de termos tratado o Z^0 como estável, mas ele tem um tempo de vida τ_Z . Alterando o propagador:

$$\frac{1}{q^2 - (M_Z c^2)^2} \rightarrow \frac{1}{q^2 - (M_Z c^2)^2 + i\hbar M_Z \Gamma_Z},$$

onde $\Gamma_Z = 1/\tau_Z$ é a taxa de decaimento. A seção de choque diferencial fica:

$$\sigma = \frac{(\hbar c g_Z^2 E)^2}{48\pi} \frac{[(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2][(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2]}{[(2E)^2 - (M_Z c^2)^2]^2 + (\hbar M_Z c^2 \Gamma_Z)^2},$$

o que ameniza o pico na vizinhança do pólo do Z^0 .

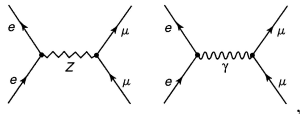
Interações fracas neutras - Exemplos

5 Espalhamento elétron-pósitron próximo do pólo do Z^0 :

Consideremos a seguinte reação:

$$e^+ + e^- \rightarrow f + \bar{f}$$

No capítulo 8, calculamos o mesmo processo mediado por um fóton (eq. 8.6):



$$\sigma = \frac{(\hbar c g_Z^2 E)^2}{48\pi} \frac{(Q^f)^2}{E^2},$$

onde Q^f é a carga de f em unidades de e .

Então, a razão:

$$\frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \overbrace{\left\{ \frac{(1/2 - 2\sin^2\theta_W + 4\sin^4\theta_W)^2}{(\cos\theta_W \sin\theta_W)^4} \right\}}^{\sim 2} \times \frac{E^4}{[(2E)^2 - (M_Z c^2)^2]^2 + (\hbar\Gamma_Z M_Z c^2)^2},$$

Agora, bem abaixo do pólo ($2E \ll M_Z c^2$), o processo eletromagnético é dominante:

$$\frac{\sigma_Z}{\sigma_\gamma} \approx 2 \left(\frac{E}{M_Z c^2} \right)^4 \ll 1$$

e, em cima do pólo ($2E = M_Z c^2$), o processo fraco é dominante:

$$\frac{\sigma_Z}{\sigma_\gamma} \approx \frac{1}{8} \left(\frac{M_Z c^2}{\hbar\Gamma_Z} \right) \gg 1.$$

Unificação eletrofraca

1) Estados quirais de férmions

- O intuito original de Glashow, em 1961, era *unificar* as interações eletromagnéticas e fraca.
 - ▶ Primeiro, havia (há) uma grande disparidade das intensidades, mas isto poderia ser explicado pelos mediadores massivos da força fraca;
 - ▶ O que leva à segunda questão: por que o mediador eletromagnético (γ) é sem massa enquanto que os da força fraca ($W^\pm$ e Z^0) são tão pesados? A solução de Weinberg e Salam foi, em 1967, de considerar o “*mecanismo de Higgs*”;
 - ▶ Finalmente, há uma diferença estrutural nos vértices das interações eletromagnéticas (γ^μ , vetorial) e fraca ($\gamma^\mu(1 - \gamma^5)$, vetorial-axial).
- A última dificuldade é resolvida com a absorção da matriz $(1 - \gamma^5)$ dentro do spinor:

$$u_L(p) \equiv \frac{(1 - \gamma^5)}{2} u(p),$$

onde o subscrito L indica “*mão esquerda*”, mas nem sempre u_L é um autoestado de helicidade ...

Unificação eletrofraca

- Pode-se mostrar que (probl. 9.26):

$$\gamma^5 u(p) = \begin{pmatrix} \frac{c(\vec{p} \cdot \vec{\sigma})}{E+mc^2} & 0 \\ 0 & \frac{c(\vec{p} \cdot \vec{\sigma})}{E-mc^2} \end{pmatrix} u(p).$$

Se a partícula em questão é sem massa, então $E = |\vec{p}|c^1$, e, como antes:

$$\gamma^5 u(p) = (\hat{p} \cdot \vec{\Sigma}) u(p), \quad \text{onde } \vec{\Sigma} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix}.$$

Agora, $\frac{\hbar}{2} \vec{\Sigma}$ é a matriz de spin para partículas de Dirac, então $(\hat{p} \cdot \vec{\Sigma})$ é a helicidade, com autovalores ± 1 . De acordo:

$$\frac{1}{2}(1 - \gamma^5)u(p) = \begin{cases} 0, & \text{se } u(p) \text{ tem } h = +1 \\ u(p), & \text{se } u(p) \text{ tem } h = -1 \end{cases} \quad (\text{somente para } m = 0),$$

ou seja, $\frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$ é um “operador de projeção”, pegando somente a componente de $u(p)$ com helicidade -1 .

► Por isso, todo mundo chama u_L de um estado de mão esquerda.

¹Se a partícula tiver massa $E \approx |\vec{p}|c$ no regime ultrarrelativístico ($E \gg mc^2$).

Unificação eletrofraca

- Enquanto que para uma antipartícula com $m = 0$ define-se:

$$v_L(p) \equiv \frac{(1 + \gamma^5)}{2} v(p).$$

- Os spinores de “*mão direita*” correspondentes são:

$$u_R(p) \equiv \frac{(1 + \gamma^5)}{2} u(p), \quad v_R(p) \equiv \frac{(1 - \gamma^5)}{2} v(p).$$

- E os spinores adjuntos são:

$$\bar{u}_L = u_L^\dagger \gamma^0 = u^\dagger \frac{(1 - \gamma^5)}{2} \gamma^0 = u^\dagger \gamma^0 \frac{(1 + \gamma^5)}{2} = \bar{u} \frac{(1 + \gamma^5)}{2},$$

pois γ^5 é hermitiana ($\gamma^{5\dagger} = \gamma^5$) e anticomuta com γ^μ ($\gamma^5 \gamma^\mu = -\gamma^\mu \gamma^5$),

$$\bar{v}_L = \bar{v} \frac{(1 - \gamma^5)}{2},$$

$$\bar{u}_R = \bar{u} \frac{(1 - \gamma^5)}{2},$$

$$\bar{v}_R = \bar{v} \frac{(1 + \gamma^5)}{2}.$$

Estes são os spinores “*quirais*” dos férmions.

CHIRAL SPINORS

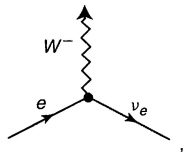
Particles	Antiparticles
$u_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)u$	$v_L = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)v$
$u_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)u$	$v_R = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)v$
$\bar{u}_L = \bar{u} \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)$	$\bar{v}_L = \bar{v} \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$
$\bar{u}_R = \bar{u} \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$	$\bar{v}_R = \bar{v} \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)$

R and L correspond to helicity $+1$ and -1 if $m = 0$, and *approximately* so if $E \gg mc^2$.

Unificação eletrofraca - Exemplo

- Consideremos o seguinte vértice:

$$e \rightarrow \nu_e + W^-$$



cujo fator na amplitude $\mathcal{M}$ é:

$$j_\mu^- = \bar{\nu} \gamma_\mu \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) e,$$

conhecido como “*corrente*” fraca (negativamente carregada).

Calculemos:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right)^2 &= \frac{1}{4} [1 - 2\gamma^5 + (\gamma^5)^2] = \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right), \quad \gamma_\mu \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) = \left(\frac{1 + \gamma^5}{2} \right) \gamma_\mu \\ \Rightarrow \gamma_\mu \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) &= \gamma_\mu \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right)^2 = \left(\frac{1 + \gamma^5}{2} \right) \gamma_\mu \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) \end{aligned}$$

Assim, em termos dos spinores quirais:

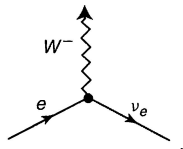
$$j_\mu^- = \bar{\nu} \gamma_\mu \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) e = \bar{\nu} \left(\frac{1 + \gamma^5}{2} \right) \gamma_\mu \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) e \Rightarrow \boxed{j_\mu^- = \bar{\nu}_L \gamma_\mu e_L}.$$

Desta forma, o fator de vértice é puramente **vetorial**, mas acopla somente elétrons de mão esquerda com neutrinos de mão esquerda.

Unificação eletrofraca - Exemplo

- Consideremos o seguinte vértice:

$$e \rightarrow \nu_e + W^-$$



Note, agora, que:

$$u = \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) u + \left(\frac{1 + \gamma^5}{2} \right) u = u_L + u_R.$$

Analogamente: $\bar{u} = \bar{u}_R + \bar{u}_L$.

Já a corrente eletromagnética, em termos dos spinores quirais, é:

$$j_\mu^{em} = -\bar{e}\gamma_\mu e = -(\bar{e}_L + \bar{e}_R)\gamma_\mu(e_L + e_R) = -\bar{e}_L\gamma_\mu e_L - \bar{e}_R\gamma_\mu e_R,$$

pois os termos cruzados se cancelam:

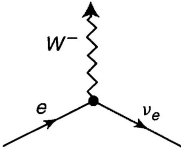
$$\begin{aligned} \bar{e}_L\gamma_\mu e_R &= \bar{e} \left(\frac{1 + \gamma^5}{2} \right) \gamma_\mu \left(\frac{1 + \gamma^5}{2} \right) e = \bar{e}\gamma_\mu \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) \left(\frac{1 + \gamma^5}{2} \right) e = \\ &= \frac{1}{4} \bar{e}\gamma_\mu (1 - \gamma^5)(1 + \gamma^5) e = \frac{1}{4} \bar{e}\gamma_\mu [1 - (\gamma^5)^2] e = 0 \end{aligned}$$

Desta forma, nesta teoria unificada, a corrente fraca acopla-se somente com os estados de mão esquerda, enquanto que a eletromagnética com ambos os estados.

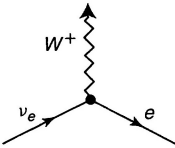
Unificação eletrofraca

2) Isospin e hipercarga fracos

- Além do vértice de corrente fraca negativamente carregada, há também a positivamente carregada:

$$j_\mu^- = \bar{\nu}_L \gamma_\mu e_L$$


$$e^- \rightarrow \nu_e + W^-,$$

$$j_\mu^+ = \bar{e}_L \gamma_\mu \nu_L$$


$$\nu_e \rightarrow e^- + W^+.$$

- Vamos introduzir o dublete de mão esquerda e 2 matrizes 2×2 , respectivamente:

$$\chi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \quad \tau^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

tais que:

$$j_\mu^\pm = \bar{\chi}_L \gamma_\mu \tau^\pm \chi_L.$$

As matrizes $\tau^\pm$ são combinações lineares das primeiras 2 matrizes de spin de Pauli:

$$\tau^\pm = \frac{1}{2}(\tau^1 \pm i\tau^2).$$

► Note a analogia com o *isospin*.

Unificação eletrofraca

- Poderíamos completar a simetria de “*isospin fraco*” se houvesse a terceira corrente fraca:

$$\frac{1}{2}\tau^3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

tal que:

$$j_\mu^3 = \bar{\chi}_L \gamma_\mu \frac{1}{2} \tau^3 \chi_L = \frac{1}{2} \bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L - \frac{1}{2} \bar{e}_L \gamma_\mu e_L,$$

mas esta é puramente de mão esquerda ($V - A$) e a corrente neutra envolve uma componente de mão direita também.

- Vamos introduzir a *hipercarga*, analogamente:

$$Q = I^3 + \frac{1}{2}Y,$$

onde Q é a carga em unidades de e e I^3 é a terceira componente do isospin.

Introduzimos, então, a corrente de “*hipercarga fraca*”:

$$j_\mu^Y = 2j_\mu^{em} - 2j_\mu^3 = -2\bar{e}_R \gamma_\mu e_R - \bar{e}_L \gamma_\mu e_L - \bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L,$$

que é um invariante de isospin fraco, assim como a componente puramente de mão esquerda:

$$\bar{e}_L \gamma_\mu e_L + \bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L = \bar{\chi}_L \gamma_\mu \tau^\pm \chi_L.$$

Unificação eletrofraca

- A simetria em questão é denominada $SU(2)_L \otimes U(1)$, onde $SU(2)_L$ refere-se ao isospin fraco e $U(1)$ à hipercarga fraca;
- Podemos estender a teoria também para as outras gerações de léptons e quarks:

$$\chi_L \rightarrow \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L.$$

Com eles, construímos as 3 correntes de isospin:

$$\vec{j}_\mu = \frac{1}{2} \bar{\chi}_L \gamma_\mu \vec{\tau} \chi_L, \quad j_\mu^Y = 2j_\mu^{em} - 2j_\mu^3,$$

onde:

$$j_\mu^{em} = \sum_{i=1}^2 Q_i (\bar{u}_{iL} \gamma_\mu u_{iL} + \bar{u}_{iR} \gamma_\mu u_{iR}),$$

com soma sobre as partículas do dubleto.

Unificação eletrofraca

3) Mistura eletrofraca

- O modelo GWS afirma que as 3 correntes de isospin fracas acoplam-se, com intensidade g_w , com um isotripleto fraco de bósons vetoriais intermediários, $\vec{W}$, enquanto que a corrente de hipercarga fraca acopla-se, com intensidade $g'/2$, com um bóson vetorial intermediário de um isossinglete, B :

$$-i \left[g_w \vec{j}_\mu \cdot \vec{W}^\mu + \frac{g'}{2} j_\mu^Y B^\mu \right].$$

- Dentro desta estrutura teórica está contida toda a eletrodinâmica e as interações fracas.

Explicitando o produto:

$$\vec{j}_\mu \cdot \vec{W}^\mu = j_\mu^1 W^{\mu 1} + j_\mu^2 W^{\mu 2} + j_\mu^3 W^{\mu 3}, \quad \text{com } j_\mu^\pm = j_\mu^1 \pm i j_\mu^2,$$

ou:

$$\vec{j}_\mu \cdot \vec{W}^\mu = (j_\mu^+ W^{\mu +} + j_\mu^- W^{\mu -})/\sqrt{2} + j_\mu^3 W^{\mu 3}, \quad \text{com } W_\mu^\pm = (W_\mu^1 \mp i W_\mu^2)/\sqrt{2},$$

onde estas são as funções de onda que representam as partículas $W^\pm$.

Unificação eletrofraca

- Acoplamento com os $W^\pm$:

P.ex., no processo: $e^- \rightarrow \nu_e + W^-$, temos $j_\mu^- = \bar{\nu}_L \gamma_\mu e_L = \bar{\nu} \gamma_\mu [(1 - \gamma^5)/2] e$, dando um termo:

$$-i \frac{g_w}{\sqrt{2}} j_\mu^- W^{\mu-} = -i \frac{g_w}{2\sqrt{2}} [\bar{\nu} \gamma_\mu (1 - \gamma^5) e] W^{\mu-}$$

e o fator de vértice é o mesmo de partida (eq. 9.5):

$$-i \frac{g_w}{2\sqrt{2}} \gamma_\mu (1 - \gamma^5).$$

- Entretanto, a simetria $SU(2)_L \otimes U(1)$ é *quebrada* na teoria GWS: os 2 estados neutros, W^3 e B , misturam-se, produzindo um estado sem massa (γ) e um massivo (W^0):

$$A_\mu = B_\mu \cos \theta_w + W_\mu^3 \sin \theta_w,$$

$$Z_\mu = -B_\mu \sin \theta_w + W_\mu^3 \cos \theta_w.$$

Em termos dos estados físicos, a parte neutra das interações eletrofracas é:

$$-i \left[g_w j_\mu^3 W^{\mu 3} + \frac{g'}{2} j_\mu^Y B^\mu \right] = -i \left\{ \left[g_w \sin \theta_w j_\mu^3 + \frac{g'}{2} \cos \theta_w j_\mu^Y \right] A^\mu + \left[g_w \cos \theta_w j_\mu^3 - \frac{g'}{2} \sin \theta_w j_\mu^Y \right] Z^\mu \right\}$$

Unificação eletrofraca

- Como o acoplamento eletromagnético é:

$$-ig_e j_\mu^{em} A^\mu$$

e estamos vendo que: $j_\mu^{em} = j_\mu^3 + \frac{1}{2}j_\mu^Y$, a consistência entre a QED e a teoria eletrofraca, requer que:

$$g_w \sin \theta_w = g' \cos \theta_w = g_e$$

e as constantes de acoplamento eletromagnética e fraca não são independentes.

- E para o acoplamento do Z^0 :

$$-ig_z(j_\mu^3 - \sin^2 \theta_w j_\mu^{em})Z^\mu, \quad \text{onde } g_z = \frac{g_e}{\sin \theta_w \cos \theta_w}.$$

P.ex., o processo $\nu_e \rightarrow \nu_e + Z^0$ vem exclusivamente do termo j_μ^3 , assim:

$$-i\frac{g_z}{2}(\bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L)Z^\mu = -\frac{ig_z}{2} \left[\bar{\nu} \gamma_\mu \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) \nu \right] Z^\mu$$

e os acoplamentos vetorial e axial são $c_V^\nu = c_A^\nu = \frac{1}{2}$ (probl. 9.28).

- As questões sobre o *por quê* de haver a quebra da simetria $SU(2)_L \otimes U(1)$, isto é:

$$B, W^3 \xrightarrow{?} \gamma, Z^0$$

e o *por quê* das massas dos medidores fracos ($W^\pm, Z^0$) serem tão grandes serão tratadas no último capítulo.