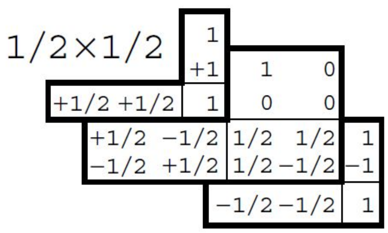
Introdução à Física de Partículas Elementares (NHZ3024)

Prof. Dr. Marcelo Augusto Leigui de Oliveira
Centro de Ciências Naturais e Humanas (CCNH)
Universidade Federal do ABC (UFABC)

LISTA DE EXERCÍCIOS #4

1. Um quark e um antiquark estão ligados, num estado de momento angular zero, para formar um méson. Quais os possíveis valores de spin do méson?

   (a) Partindo da tabela de Clebsch-Gordan para o acoplamento $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$, complete com os coeficientes adequados:



$$|\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\rangle = \boxed{\quad\quad} \; |11\rangle$$
$$|\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\rangle = \boxed{\quad\quad} \; |10\rangle + \boxed{\quad\quad} \; |00\rangle$$
$$|\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\rangle = \boxed{\quad\quad} \; |10\rangle - \boxed{\quad\quad} \; |00\rangle$$
$$|\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\rangle = \boxed{\quad\quad} \; |1-1\rangle$$

   (b) Invertendo-se as equações, determine os coeficientes dos estados do tripleto:

$$|11\rangle = \boxed{\quad\quad} \; |\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\rangle$$
$$|10\rangle = \boxed{\quad\quad} \; |\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\rangle + \boxed{\quad\quad} \; |\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\rangle$$
$$|1-1\rangle = \boxed{\quad\quad} \; |\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\rangle$$

   e do singleto:

$$|00\rangle = \boxed{\quad\quad} \; |\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\rangle - \boxed{\quad\quad} \; |\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\rangle$$

   (c) Qual é a probabilidade do estado singleto ter sido formado a partir do acoplamento de spins para cima (↑↑), para baixo (↓↓), ou antiparalelos, em cada caso (↑↓, ↓↑)? Justifique.

   (d) Quais mésons podem ser identificados em cada caso?

2. Na combinação de 3 quarks ($s = 1/2$), sem momento angular entre eles ($\ell = 0$), conte todos os estados possíveis antes e depois da adição de momentos angulares. Lembre-se de que:

$$j = |j_1 - j_2|, |j_1 - j_2| + 1, ..., (j_1 + j_2) - 1, (j_1 + j_2), \quad m = m_1 + m_2.$$

3. No decaimento $\Delta^{++} \to p + \pi^+$ quais são os possíveis valores do momento angular ℓ do estado final no CM?

4. Mostre que $\chi_\pm$ são autoestados de $\hat{S}_x$ e encontre seus autovalores, onde:

$$\chi_\pm = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ \pm 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad \hat{S}_x = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Mostre, para as matrizes de Pauli, que:

$$\sigma_i \sigma_j = \delta_{ij} + i\epsilon_{ijk}\sigma_k,$$

onde δ_{ij} é o delta de Kronecker e ϵ_{ijk} é o tensor de Levi-Civita, isto é, explicitamente, mostre que:

(a) $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = 1;$

(b) $\sigma_x \sigma_y = -\sigma_y \sigma_x = i\sigma_z;$

(c) $\sigma_y \sigma_z = -\sigma_z \sigma_y = i\sigma_x;$

(d) $\sigma_z \sigma_x = -\sigma_x \sigma_z = i\sigma_y;$

(e) suas relações de comutação: $[\sigma_i, \sigma_j] = 2i\epsilon_{ijk}\sigma_k;$

(f) e de anticomutação: $\{\sigma_i, \sigma_j\} = 2\delta_{ij};$

(g) Dados 2 vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, mostre que: $(\vec{\sigma} \cdot \vec{a})(\vec{\sigma} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + i\vec{\sigma} \cdot (\vec{a} \times \vec{b});$

(h) Para um ângulo de rotação θ_i em torno do eixo i, mostre que:

$$U(\theta) = e^{-i\theta_i \sigma_i} = cos\,\theta_i - i\sigma_i sin\,\theta_i.$$