

Notas de Aula de Introdução à Física Nuclear (NHZ3026)

Prof. Dr. Marcelo Augusto Leigui de Oliveira
 Centro de Ciências Naturais e Humanas (CCNH)
 Universidade Federal do ABC (UFABC)
 Santo André - SP

AULA #14: FUSÃO NUCLEAR: PLASMAS E NUCLEOSSÍNTESE

I. FUSÃO

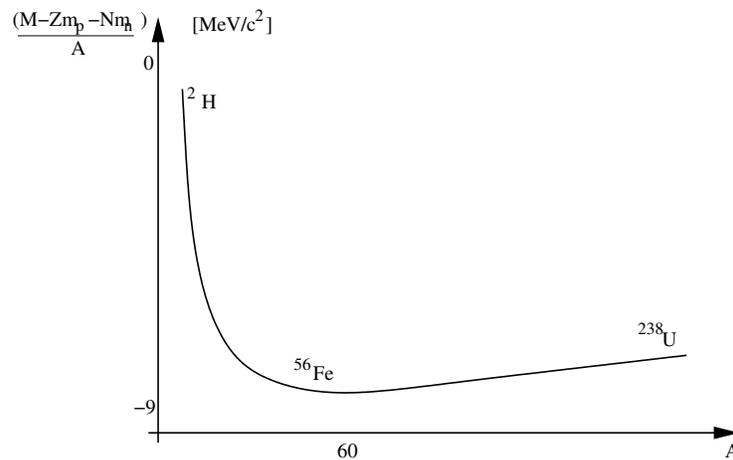
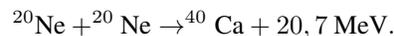


Figura 1: Diferença de massa por núcleon.

Núcleos leves ($A < 60$) liberam energia combinando-se através da fusão. Mas, o processo não acontece espontaneamente, isto é, sem injeção de energia cinética, pois há a barreira coulombiana a ser vencida:

$$K \geq V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{zZe^2}{2r}.$$

Gasta-se energia que depois pode ser recuperada. Por exemplo:



Adicionando-se a energia cinética inicial para vencer a barreira coulombiana ($V = 21,2 \text{ MeV}$):

$$21,2 \text{ MeV} + 20,7 \text{ MeV} = 41,9 \text{ MeV} \Rightarrow K + Q = E_{lib},$$

ou seja, gasta-se $21,2 \text{ MeV}$, mas ganha-se $41,9 \text{ MeV}$ (um fator de ~ 2).

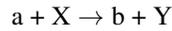
Seja um gás aquecido a temperatura suficiente para que os núcleos colidam-se, por exemplo, neste caso do neônio:

$$\frac{3}{2}kT = \frac{1}{2}(21,2 \text{ MeV}) \Rightarrow kT \approx 7 \text{ MeV} \Rightarrow T \approx \frac{7 \cdot 10^6 \text{ eV}}{8,62 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}} \approx 8,2 \cdot 10^{10} \text{ K} \Rightarrow T \approx 10^{10} \text{ K},$$

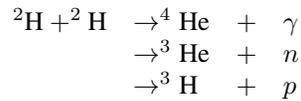
mas, na prática, busca-se a fusão termonuclear com $K \sim 1 - 10 \text{ keV}$, pois os íons conseguem penetrar a barreira por tunelamento.

A. Processos básicos

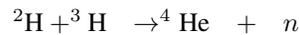
Seja a reação genérica:



Reações D-D:



Reação D-T:



Os valores Q destas reações são calculados no exercício 1.

A reação D-T é a mais utilizada nos reatores de fusão, pois a barreira coulombiana é:

$$V = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_a Z_X}{(r_a + r_X)}$$

e, por causa da dependência em Z_a e Z_X , os isótopos de hidrogênio têm barreiras menores: $V \approx 0,44$ MeV para as reações D-T.

B. Balanço energético

Vamos supor que $m_a < m_X$ e $m_b < m_Y$ e tomar o referencial do centro de massa, tal que:

$$m_b v_b = m_Y v_Y \Rightarrow \frac{m_b}{m_Y} = \frac{v_Y}{v_b}$$

Como:

$$Q = \frac{1}{2} m_b v_b^2 + \frac{1}{2} m_Y v_Y^2 \Rightarrow \frac{1}{2} m_b v_b^2 = \frac{Q}{1 + (m_b/m_Y)}, \quad \frac{1}{2} m_Y v_Y^2 = \frac{Q}{1 + (m_Y/m_b)}$$

Ou seja, o produto mais leve carrega a maior parte da energia. Por exemplo: nas reações D-T o nêutron leva 80% da energia e nas reações D-D o nêutron ou o próton levam 75% da energia.

II. ELEMENTOS DA TEORIA DE PLASMAS

A. Taxa de reações e o critério de Lawson

Um dos métodos mais pesquisados para a produção da fusão é o confinamento de plasmas. Um plasma é um gás ionizado, tendo se tornado uma mistura quente de íons e elétrons.

Seja uma coleção de partículas que se propaga numa região com velocidades médias v e livre caminho médio λ :

$$v = \frac{\lambda}{\Delta t} = \lambda f,$$

onde Δt é o intervalo de tempo médio entre duas interações consecutivas e f é a taxa de reações. Contudo, o livre caminho médio é função da densidade do meio espalhador e da seção de choque, então, a taxa de reações (por unidade de volume) é dada por:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \rho \sigma v.$$

Consideremos, então, um plasma com 2 espécies de íons, deutério e trítio, com iguais densidades. Podemos, então, estender a fórmula anterior para:

$$f = \rho_d \rho_t \sigma v = \frac{1}{4} \rho^2 \sigma v,$$

onde ρ a densidade total de íons.

Agora, as partículas de um gás à temperatura T seguem a distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann:

$$p(v) \propto v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)$$

e a energia cinética mais provável de uma partícula é kT .

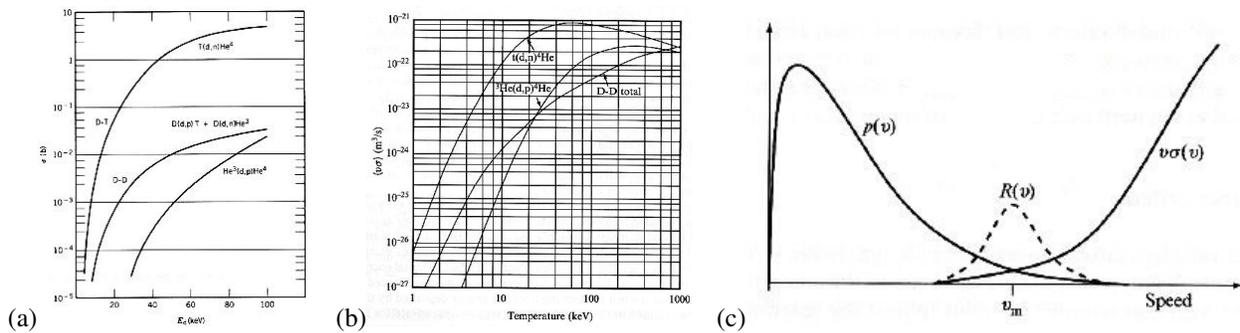


Figura 2: (a) seção de choque em função da energia; (b) distribuição de $\langle \sigma v \rangle$; (c) máxima taxa de reações.

Como a seção de choque depende da energia — e, conseqüentemente, das velocidades — e as velocidades se distribuem num espectro (distribuição de Maxwell-Boltzmann), devemos calcular o valor médio do produto σv , ponderado por $p(v)$:

$$\langle \sigma v \rangle = \int p(v) \sigma(v) v dv.$$

A energia térmica necessária para produzir um plasma é:

$$E_T = \frac{3}{2}(\rho + \rho_e)kT = 3\rho kT,$$

onde ρ_e é a densidade de elétrons, que fizemos $\rho_e = \rho$, pois para cada átomo ionizado há um núcleo e um elétron.

Então, a energia por unidade de volume liberada pelo plasma na fusão será:

$$E_f = \langle f \rangle Q\tau = \frac{1}{4} \rho^2 \langle \sigma v \rangle Q\tau,$$

onde τ é o tempo de confinamento do plasma.

Haverá ganho de energia se:

$$E_f > E_T \Rightarrow \frac{1}{4} \rho^2 \langle \sigma v \rangle Q\tau > 3\rho kT \Rightarrow \boxed{\rho\tau > \frac{12kT}{\langle \sigma v \rangle Q}},$$

condição conhecida como *critério de Lawson*. Então, o produto da densidade de íons pelo tempo de confinamento do plasma deve ser superior ao limiar do critério de Lawson para que haja a geração eficiente de energia (vide exercício 2).

O comprimento de Debye é definido pela fórmula:

$$L_D = \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 kT}{e^2 4\pi\rho}}$$

onde ρ é a densidade média de íons ou elétrons.

Normalmente, o plasma é muito maior que um *volume de Debye* e sempre existe uma grande quantidade de partículas em L_D^3 (exercício 2). Isto está de acordo com as exigências para o uso das equações de plasma (magnetohidrodinâmica). Mas o grande problema é confinar o plasma a uma temperatura de $T = 10^8$ K por um tempo τ suficientemente grande para produzir as fusões.

Os dois métodos utilizados na busca pela fusão nuclear são:

1. confinamento magnético: \vec{B} cuidadosamente desenhado:

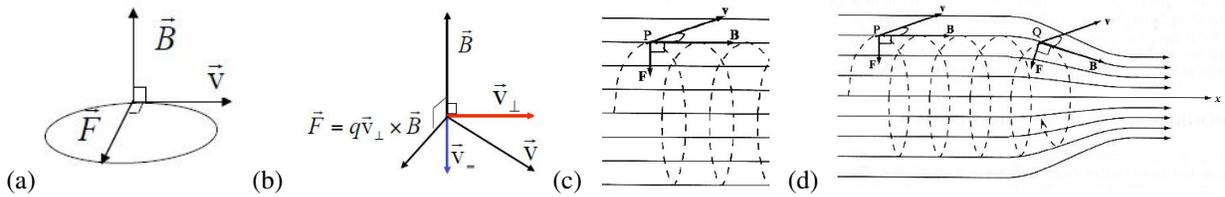


Figura 3: (a) Força de Lorentz; (b) Força de Lorentz para uma partícula com v_{\parallel} e v_{\perp} ao campo \vec{B} ; (c) movimento desta partícula num campo \vec{B} uniforme; (d) espelho magnético.

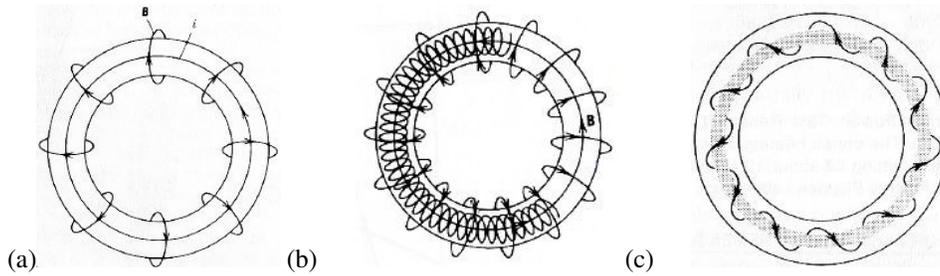


Figura 4: (a) Campo \vec{B} poloidal; (b) campo \vec{B} toroidal; (c) Tokamak.

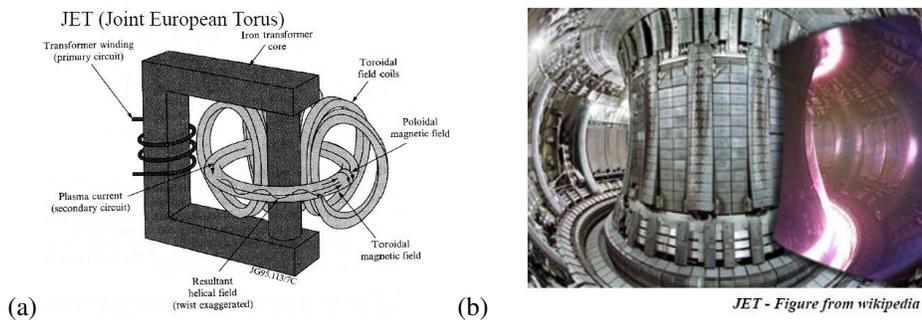


Figura 5: JET: Joint European Torus.

2. confinamento inercial: pelota com uma mistura de D-T aquecida e comprimida rapidamente ($P_T \sim 10^{15}$ W, exercício 3):

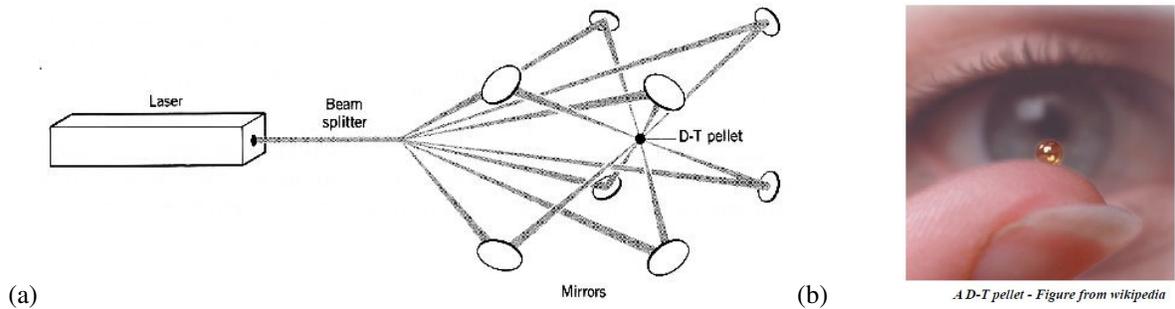


Figura 6: Confinamento inercial: (a) lasers; (b) pelota de D-T.

Status:

Várias instalações foram bem sucedidas para o confinamento magnético, por exemplo: foi obtido pelo JET, em 1997, o resultado de 16 MW por alguns segundos. Desde 2006, decidiu-se pela construção do ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor), orçado em 5 bilhões de euros, para produzir 500 MW por 400 s, que deve entrar em operação nos próximos anos. Será seguido pelo projeto DEMO, a primeira usina de fusão termonuclear.

Quanto ao confinamento inercial, a maior parte dos desenvolvimentos foram feitos no laboratório Lawrence Livermore (EUA): demonstração em 1978 pelo laser Shiva, seguido pelo Nova; o NIF (National Ignition Facility) gerou energia pela primeira vez em 2014. Projetos futuros: HiPER e o Megajoule na Europa.

III. ASTROFÍSICA NUCLEAR

A. Nucleossíntese estelar

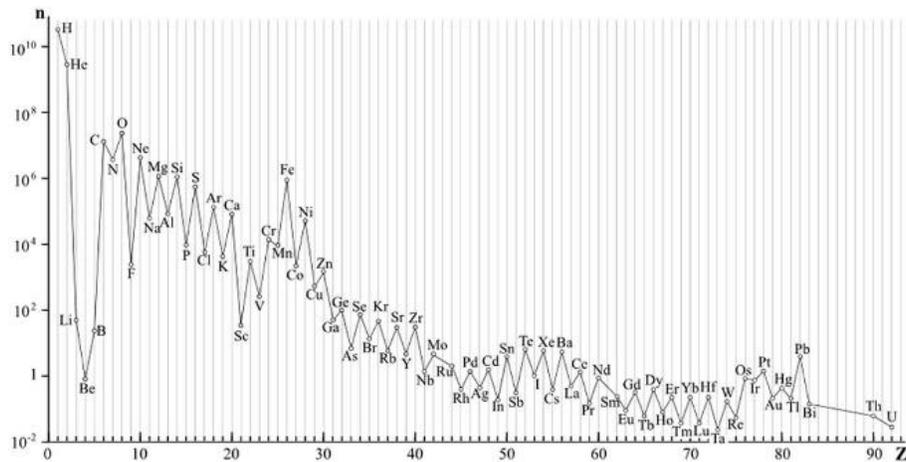
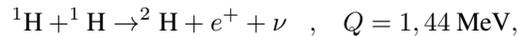


Figura 7: Abundância universal dos elementos.

Os átomos do Universo são: $\sim 92\%$ de hidrogênio, $\sim 7\%$ de hélio e $\sim 1\%$ etc.

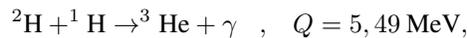
Processo básico: fusão de hidrogênio em hélio.

1º passo:



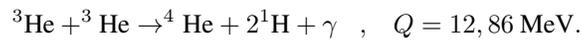
que é justamente o passo mais difícil. A seção de choque desta reação a energias da ordem de keV é $\sigma \sim 10^{-33}$ b, mas a energias da ordem de MeV é de $\sigma \sim 10^{-23}$ b. No núcleo do Sol as temperaturas são $T \sim 1,5 \cdot 10^7$ K, o que faz com que os prótons tenham energia cinética média $\langle K_p \rangle \sim 1 - 2$ keV. Mas, a densidade ali é da ordem de $\rho \sim 125 \text{ g/cm}^3 \sim 7,5 \cdot 10^{25}$ prótons/cm³ de tal forma que a taxa de reação por próton é de $5 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1}$ e, como o Sol contém 10^{56} prótons, a taxa de reações é 10^{38} s^{-1} .

2º passo:



que é muito rápida: $10^{18} \times$ mais prótons que dêuterons.

3º passo:



Temos, assim, o *ciclo próton-próton*:

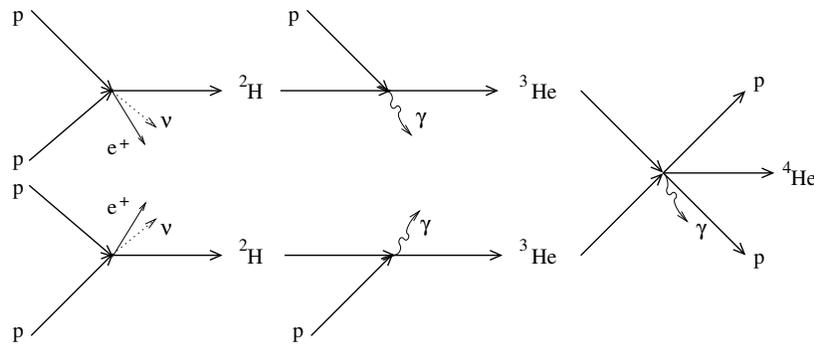
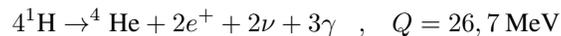
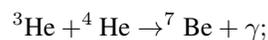


Figura 8: O ciclo próton-próton.

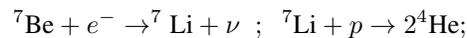
Reação líquida:



Destino alternativo para o ${}^3\text{He}$.



1ª possibilidade:



2ª possibilidade:



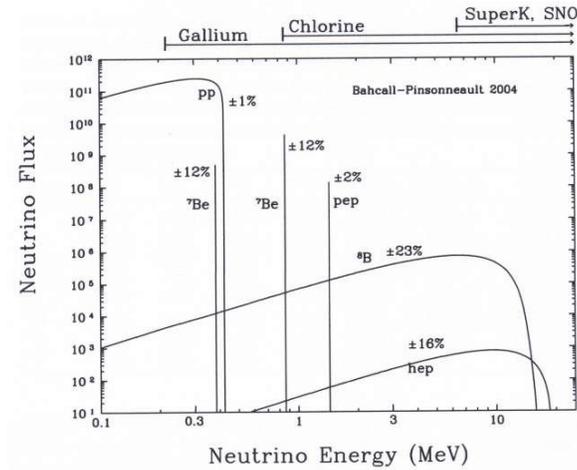
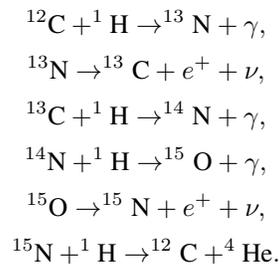


Figura 9: Fluxo de neutrinos do Sol.

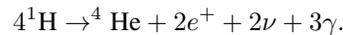
Portanto, neutrinos são formados com 3 possibilidades:

1. 1º passo do ciclo próton-próton: ν com distr. contínua ($E_{max} = 0,42$ MeV);
2. captura eletrônica: ν monoenergético ($E = 0,862$ MeV);
3. decaimento do B: ν com distr. contínua ($E_{max} = 14$ MeV).

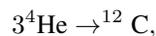
Se existirem outros elementos mais pesados na estrela (metalicidade) teremos também o ciclo do carbono (ou ciclo CNO), cujo resultado também é a fusão de hidrogênio em hélio:



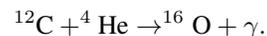
Com reação líquida:



Depois que os prótons são consumidos no núcleo de uma estrela como o Sol, as fusões começam a consumir os prótons da sua periferia. Neste estágio a estrela se expande e se torna uma *gigante vermelha*. Depois que todo o hidrogênio é consumido ela volta a se contrair e a temperatura do núcleo atinge $T \sim 10^7$ K e a densidade $\rho \sim 10^7$ g/cm³, quando as reações de queima do hélio surgem:



seguida pela formação de oxigênio:



A partir daí, o destino da estrela dependerá de sua massa. Para uma estrela com massa $< 1,26 M_{\odot}$, a fase de queima do hélio dura cerca de 10^7 anos e a estrela continua a se contrair até que atinja um limite em que a repulsão dos elétrons (devido ao princípio de exclusão de Pauli) evita uma compressão ainda maior. A estrela se esfria e perde sua luminosidade lentamente, terminando como uma *anã-branca*. Estrelas mais massivas se contraem elevando ainda mais a temperatura e a síntese de elementos mais pesados como oxigênio, neônio, silício, enxofre, etc se inicia na fase de *supergigante vermelha*. A síntese continua até elementos do grupo do ferro, onde temos o máximo de energia de ligação por partícula.

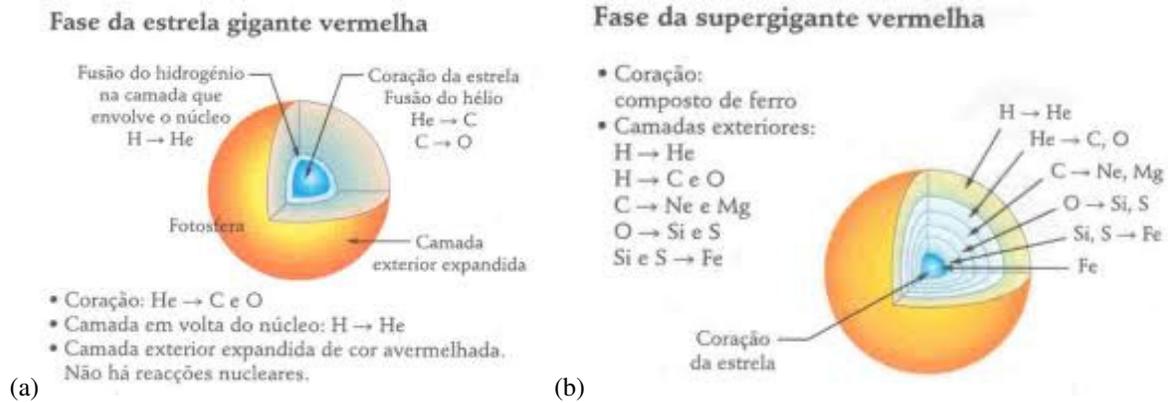


Figura 10: Interior de uma (a) gigante vermelha; (b) supergigante vermelha.

No estágio seguinte, para estrelas com $1,26 M_{\odot} < m < 1,6 M_{\odot}$, a pressão dos elétrons não é suficiente para vencer a pressão gravitacional e a temperatura e densidade aumentam ainda mais, o suficiente para que elétrons sejam capturados pelos núcleos e a matéria do núcleo estelar fica neutronizada. Ocorre, então, um colapso da matéria do envoltório sobre o núcleo da estrela. Também por causa do princípio de exclusão de Pauli, os nêutrons se repelem. Se a massa do caroço de nêutrons for $< 0,7 M_{\odot}$, a implosão da estrela se reverte na explosão de uma *supernova*, restando uma *estrela de nêutrons*.

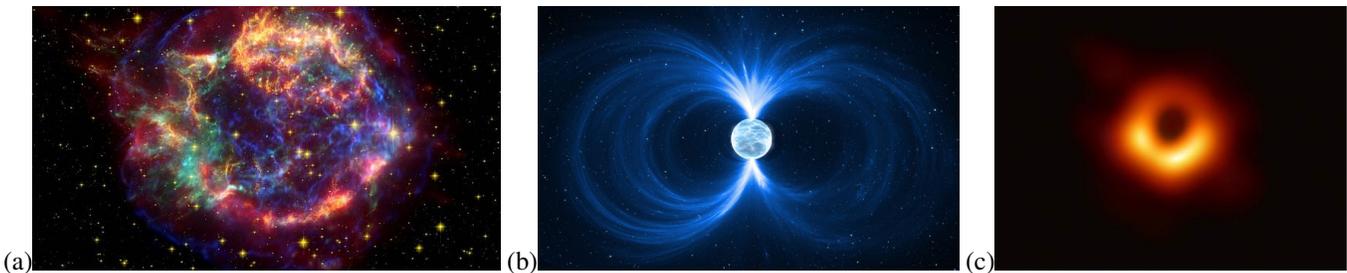


Figura 11: (a) Imagem da nebulosa de Cassiopeia A; (b) representação de uma estrela de nêutrons; (c) imagem do buraco negro de M87.

Se a massa do caroço de nêutrons for $> 0,7 M_{\odot}$, a pressão dos nêutrons degenerados não será suficiente para conter o colapso gravitacional e será formado um *buraco negro*.

IV. EXERCÍCIOS

1. Calcule as energias liberadas nas fusões das reações D-D e D-T.
2. Para a reação D-T com $kT \sim 10$ keV, determine o critério de Lawson e calcule a densidade de íons em um volume de Debye. Dados: $\langle \sigma v \rangle = 10^{-22} \text{ m}^3/\text{s}$, $\rho = 10^{22} \text{ m}^{-3}$.
3. Aplicando o critério de Lawson com $\rho\tau > 0.7 \cdot 10^{20} \text{ s} \cdot \text{m}^{-3}$, calcule a densidade necessária de um plasma com tempo de confinamento de $\tau = 1$ ns. Agora, para um confinamento inercial de uma pelota de D-T com 1 mm de diâmetro sendo aquecida a temperaturas de 10 keV, determine a potência total dos lasers incidentes, supondo uma eficiência de conversão de 10%.
4. Dada que a potência emitida pelo Sol é de $\sim 4 \cdot 10^{26} \text{ W}$ e que cada fusão libera ~ 25 MeV, determine a quantidade de fusões e o consumo de prótons por segundo no Sol. Determine, então, o tempo de vida previsto para nossa estrela na atual fase, sabendo que há $8,76 \cdot 10^{56}$ prótons atualmente e que cerca de 8% deles estão nas condições de gerar a fusão em hélio.
5. Modifique a fórmula da massa semi-empírica pela adição de um termo de energia potencial gravitacional atrativa e aplique-a a uma estrela de nêutrons: $Z = 0$, $A = N$ e qualquer outro elemento ausente. Encontre os limites para o raio e para a massa da estrela, supondo a densidade constante e igual à da matéria nuclear.