Introdução à Física Nuclear

Prof. Marcelo A. Leigui de Oliveira

Quarimestre 2024.3

Prova 1

NOME: GABARITO **RA:**

1. Partindo de $E = mc^2$, calcule o valor de uma unidade de massa atômica u nas unidades MeV/c^2.
   Dados: $u \approx 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg, $c = 3 \times 10^8$ m/s, 1 eV $= 1,6 \times 10^{-19}$ J.

$$E = mc^2 \Rightarrow m = E/c^2 \Rightarrow 1eV/c^2 = \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 1,78 \cdot 10^{-36} \text{ kg}$$

$$1u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = \frac{1,66 \cdot 10^{-27}}{1,78 \cdot 10^{-36}} \frac{\cancel{kg}}{\cancel{kg}} eV/c^2 = 933750 \ eV/c^2 = 933,75 \text{ MeV}/c^2$$

2. Supondo que um núcleo de número de massa A tem massa de, aproximadamente, $m \approx C \cdot A$, onde C é uma constante:
   (a) Determine uma expressão para a densidade nuclear em função de C e da constante r_0;
   (b) Calcule o valor dessa densidade em g/cm^3, usando que $C = 1\text{g}/N_A$, onde N_A é o número de Avogadro.

Dados: $r_0 = 1,2$ fm, $N_A = 6 \times 10^{23}$ mol^{-1}.

$r_0 = 1,2 \cdot 10^{-13}$ cm

a) $\rho = \frac{m}{V} = \frac{C \cdot A}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{3CA}{4\pi (r_0 A^{1/3})^3} = \frac{3C\cancel{A}}{4\pi r_0^3 \cancel{A}} \Rightarrow \boxed{\rho = \frac{3C}{4\pi r_0^3}}$

b) $\rho = \frac{3}{4\pi r_0^3} \frac{1}{N_A} = \frac{3}{4\pi (1,2 \cdot 10^{-13})^3\, 6 \cdot 10^{23}} = \boxed{2,29 \cdot 10^{14}\ g/cm^3}$

3. Um feixe com corrente de 3,2 nA de partículas α, de energia cinética de 5,688 MeV, incide numa folha de ouro com 1 μm de espessura. Quantas partículas α serão contadas a um ângulo de espalhamento de 60° por um detector de 10 mm² de área situado a 1 cm da folha? Dados do ouro: $Z = 79$, $A = 197$, $\rho = 19,32$ g/cm³, $n = 5,88 \times 10^{28}$ m^{-3}.

10^{-6} m

10^{-6} m²

0,01 m

Intensidade: $I_0 = \dfrac{i}{ze} = \dfrac{3,2 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 10^{10}\ s^{-1}$

Dens. numérica: $n = \dfrac{\rho N_A}{M} = \dfrac{19,32 \cdot 6 \cdot 10^{23}}{197} = 5,88 \cdot 10^{28}\ m^{-3}$

Contagem: $\Delta N = \left(\dfrac{I_0 A_{det}\, n\, \delta}{r^2}\right)\left(\dfrac{Z K e^2}{2E_\alpha}\right)^2 \dfrac{1}{\sin^4(\theta/2)} =$

$= \left(\dfrac{10^{10} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 5,88 \cdot 10^{28} \cdot 10^{-6}}{(0,01)^2}\right)\left(\underbrace{\dfrac{79 \cdot 1,44}{2 \cdot 5,688}}_{=10} \cdot 10^{-15}\right)^2 \dfrac{1}{\sin^4 30^\circ} =$

$= 5,88 \cdot 10^{31} \cdot 10^{-28} \cdot \dfrac{1}{(0,5)^4} = 94080\ s^{-1}$

4. Calcule o fator de forma para a distribuição de carga nuclear do modelo I:

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0 & \text{, para } r < r_0 \\ 0 & \text{, para } r > r_0 \end{cases}$$

Dica: faça a substituição de variáveis: $x = qr/\hbar$.   Seja $r_0 \equiv a$

Como $\rho(r) = 0$, para $r > a$, as integrais $\int_0^\infty$ se reduzem a $\int_0^a$

Partindo de

$$\left[F(q^2) = \frac{\hbar}{q} \frac{\int_0^\infty \rho(r) \,\mathrm{sen}(qr/\hbar)\, r\, dr}{\int_0^\infty \rho(r)\, r^2\, dr} \right. =$$

$$= \frac{\int_0^a \cancel{\rho_0} \frac{\mathrm{sen}(qr/\hbar)}{(qr/\hbar)} r^2 dr}{\int_0^a \cancel{\rho_0}\, r^2 dr} , \quad \text{def. } x \equiv qr/\hbar \Rightarrow \begin{cases} dr = \frac{\hbar}{q} dx \\ r^2 = \frac{\hbar^2}{q^2} x^2 \end{cases}$$

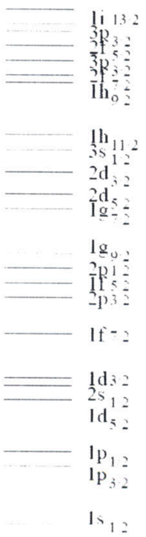
$$= \frac{\int_0^{qa/\hbar} \frac{\mathrm{sen}\, x}{\cancel{x}} \cancel{\frac{\hbar^2}{q^2}} x^{\cancel{2}} \cancel{\frac{\hbar}{q}} dx}{\int_0^{qa/\hbar} \cancel{\frac{\hbar^2}{q^2}} x^2 \cancel{\frac{\hbar}{q}} dx} = \frac{\int_0^{qa/\hbar} x \,\mathrm{sen}\, x\, dx}{\int_0^{qa/\hbar} x^2 dx} =$$

$$= \frac{(\mathrm{sen}\, x - x \cos x)\Big|_0^{qa/\hbar}}{(x^3/3)\Big|_0^{qa/\hbar}} = \boxed{3\left[\frac{\mathrm{sen}(qa/\hbar) - (qa/\hbar)\cos(qa/\hbar)}{(qa/\hbar)^3}\right]}$$

5. Utilizando-se do modelo de camadas (vide figura), determine a distribuição de prótons e nêutrons, o spin e a paridade nuclear dos nuclídeos (J^{Π}) dos seguintes nuclídeos:

   (a) ${}^{4}_{2}$He.
   (b) ${}^{17}_{8}$O
   (c) ${}^{19}_{9}$F

   Justifique suas respostas.



${}^{4}_{2}He$

a) $Z = 2$, $A = 4 \Rightarrow N = 4 - 2 = 2$

prótons : $(1s_{1/2})^2$
nêutrons : $(1s_{1/2})^2$
} duplamente fechada $\Rightarrow \boxed{J^{\pi} = 0^+}$

b) ${}^{17}_{8}O$: $Z = 8$, $A = 17 \Rightarrow N = 17 - 8 = 9$

prótons : $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 \Rightarrow$ fechada

nêutrons : $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^1$

$\Rightarrow J = 5/2$, $l = 2$

$\Rightarrow \pi = (-1)^2 = +1$

$$\boxed{J^{\pi} = 5/2^+}$$

c) ${}^{19}_{9}F$: $Z = 9$, $A = 19 \Rightarrow N = 19 - 9 = 10$

prótons : $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^1$

nêutrons : $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^2$

1 próton desemparelhado, 2 nêutrons desemparelhados

$$|j_1 - j_2| \leq j \leq j_1 + j_2$$

$$\pi = (-1)^{l_1} \cdot (-1)^{l_2}$$

Formulário:

$$E = mc^2 \quad , \quad \rho = \frac{m}{(4/3)\pi r^3} \quad , \quad r = r_0 A^{1/3}$$

$$F(q^2) = \frac{1}{(qr/\hbar)} \frac{\int_0^\infty \rho(r)\sin(qr/\hbar) r^2 dr}{\int_0^\infty \rho(r) r^2 dr} \quad , \quad \int x \sin x \, dx = \sin x - x\cos x + c \quad , \quad \int x^2 dx = x^3/3 + c.$$

$$I_0 = \frac{i}{ze} \quad , \quad n = \frac{\rho N_A}{M} \quad , \quad \Delta N = \left(\frac{I_0 A_{det} n\delta}{r^2}\right)\left(\frac{Zke^2}{2E_\alpha}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \quad , \quad ke^2 = 1,44\ \mathbf{MeV} \cdot \mathrm{fm}$$