

Aula 3: O espalhamento Rutherford

Introdução à Física Nuclear

Prof. Marcelo A. Leigui de Oliveira

Centro de Ciências Naturais e Humanas
Universidade Federal do ABC
Av. dos Estados, 5001
09210-580 Santo André-SP

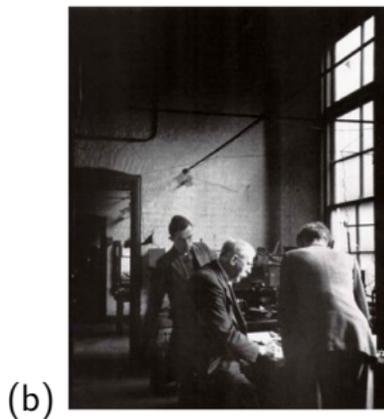
10 de outubro de 2024



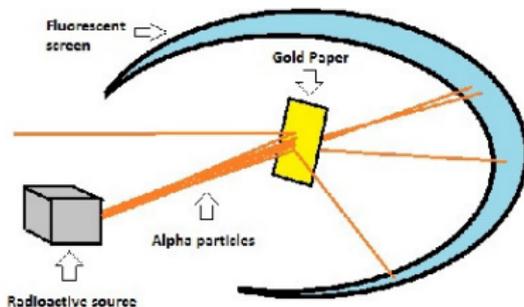
Universidade Federal do ABC

- 1 O experimento de Rutherford, Geiger e Mardsen
- 2 O espalhamento coulombiano
- 3 Seção de choque
- 4 O modelo de Rutherford
- 5 Exercícios

Em 1909, Rutherford e seus alunos Geiger e Marsden realizaram o experimento de espalhamento de partículas α numa fina folha de ouro:



(c)



O espalhamento coulombiano

→ foram contados eventos com $\theta > 90^\circ$, impossíveis pelo modelo de Thomson:

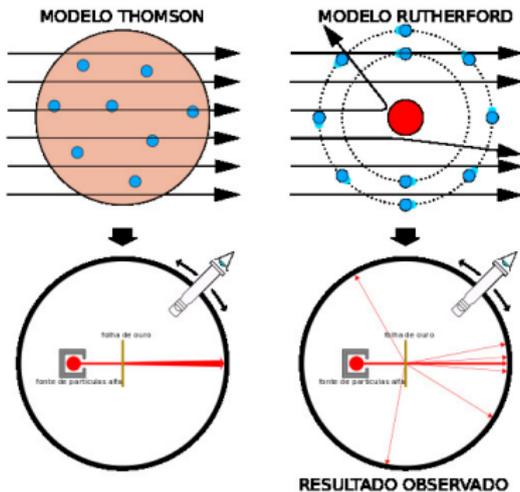
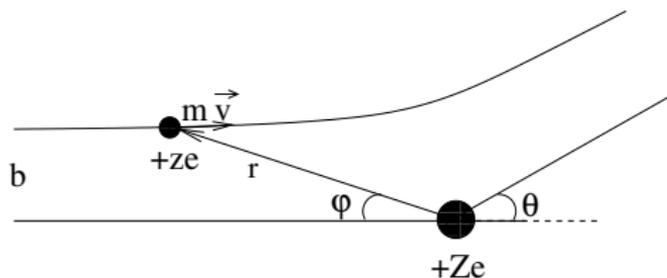


Figura: Resultados esperados pelo modelo de Thomson e pelo modelo de Rutherford.

- 1 O experimento de Rutherford, Geiger e Mardsen
- 2 O espalhamento coulombiano**
- 3 Seção de choque
- 4 O modelo de Rutherford
- 5 Exercícios

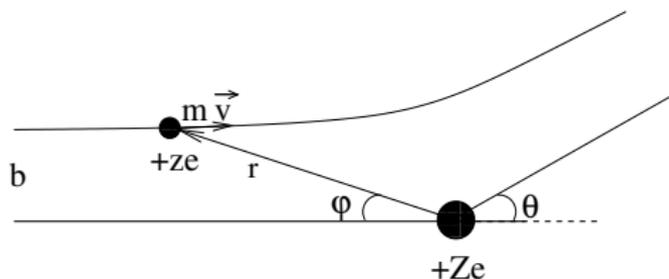
O espalhamento coulombiano

Consideremos o espalhamento de acordo com a figura:



O espalhamento coulombiano

Consideremos o espalhamento de acordo com a figura:

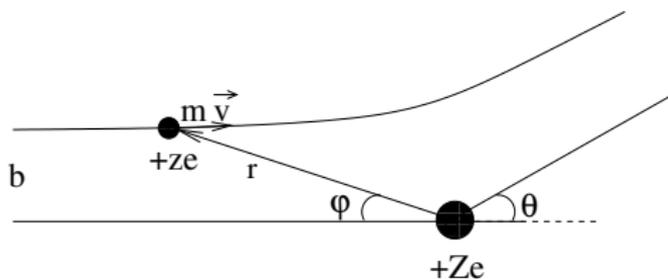


A força coulombiana é central:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_\alpha Q_{nucl}}{r^2} \hat{r}$$

O espalhamento coulombiano

Consideremos o espalhamento de acordo com a figura:

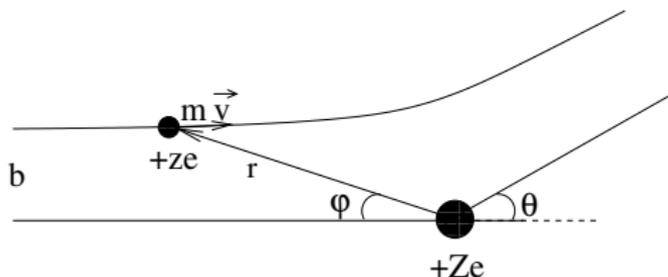


A força coulombiana é central:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_\alpha Q_{nucl}}{r^2} \hat{r} = k \frac{zZe^2}{r^2} \hat{r}.$$

O espalhamento coulombiano

Consideremos o espalhamento de acordo com a figura:



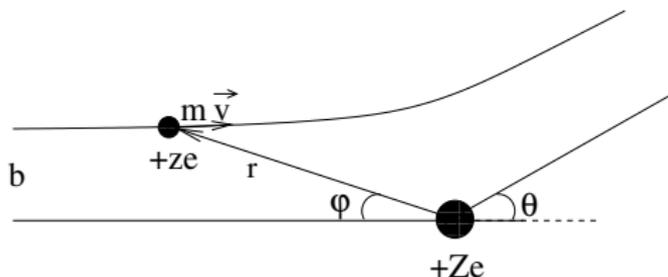
A força coulombiana é central:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_\alpha Q_{nucl}}{r^2} \hat{r} = k \frac{zZe^2}{r^2} \hat{r}.$$

Portanto, o momento angular é conservado: $L = m_\alpha vb = m_\alpha v' b'$.

O espalhamento coulombiano

Consideremos o espalhamento de acordo com a figura:

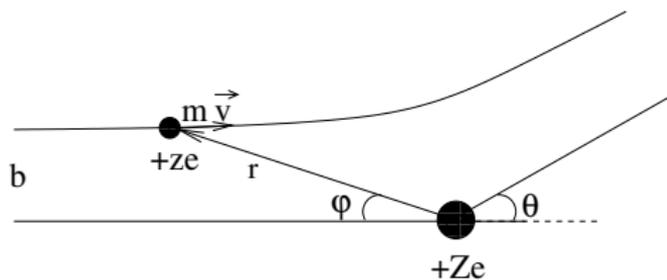


A força coulombiana é central:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_\alpha Q_{nucl}}{r^2} \hat{r} = k \frac{zZe^2}{r^2} \hat{r}.$$

Portanto, o momento angular é conservado: $L = \cancel{m_\alpha} vb = \cancel{m_\alpha} v' b' \Rightarrow vb = v' b'$.

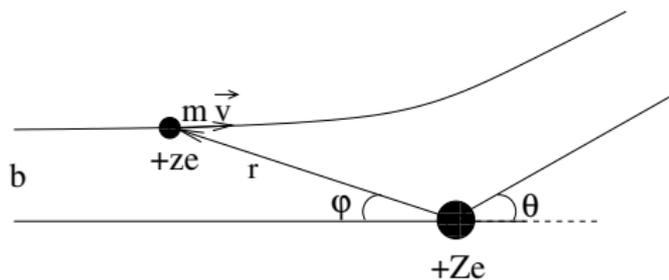
O espalhamento coulombiano



Como estamos tratando de colisões elásticas:

$$\frac{1}{2} m_{\alpha} v^2 = \frac{1}{2} m_{\alpha} v'^2$$

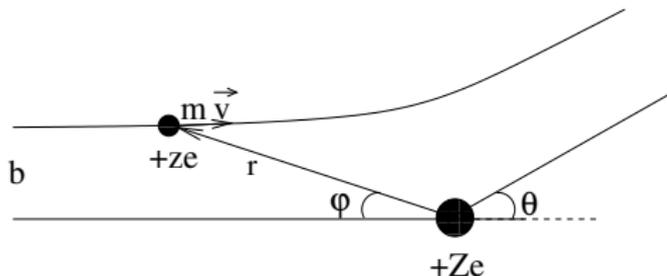
O espalhamento coulombiano



Como estamos tratando de colisões elásticas:

$$\frac{1}{2} m_{\alpha} v^2 = \frac{1}{2} m_{\alpha} v'^2 \Rightarrow v = v'$$

O espalhamento coulombiano



Como estamos tratando de colisões elásticas:

$$\frac{1}{2} m_{\alpha} v^2 = \frac{1}{2} m_{\alpha} v'^2 \Rightarrow v = v',$$

que, juntamente com a conservação do momento angular, indica que o parâmetro de impacto se conserva: $b = b'$.

O espalhamento coulombiano

A distância de maior aproximação da partícula α do núcleo para uma colisão frontal ($b = 0$), r_d , se dá quando a energia cinética é toda convertida em energia potencial:

$$E_c = E_p \quad (1)$$

O espalhamento coulombiano

A distância de maior aproximação da partícula α do núcleo para uma colisão frontal ($b = 0$), r_d , se dá quando a energia cinética é toda convertida em energia potencial:

$$E_c = E_p \Rightarrow \frac{1}{2} m_\alpha v^2 = k \frac{zZe^2}{r_d} \quad (2)$$

O espalhamento coulombiano

A distância de maior aproximação da partícula α do núcleo para uma colisão frontal ($b = 0$), r_d , se dá quando a energia cinética é toda convertida em energia potencial:

$$E_c = E_p \Rightarrow \frac{1}{2} m_\alpha v^2 = k \frac{zZe^2}{r_d} \Rightarrow r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2} \quad (3)$$

O espalhamento coulombiano

A distância de maior aproximação da partícula α do núcleo para uma colisão frontal ($b = 0$), r_d , se dá quando a energia cinética é toda convertida em energia potencial:

$$E_c = E_p \Rightarrow \frac{1}{2} m_\alpha v^2 = k \frac{zZe^2}{r_d} \Rightarrow r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2} \quad (4)$$

Sabendo que a *constante de estrutura fina*:

$$\alpha = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{e^2}{\hbar c}$$

O espalhamento coulombiano

A distância de maior aproximação da partícula α do núcleo para uma colisão frontal ($b = 0$), r_d , se dá quando a energia cinética é toda convertida em energia potencial:

$$E_c = E_p \Rightarrow \frac{1}{2} m_\alpha v^2 = k \frac{zZe^2}{r_d} \Rightarrow r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2} \quad (5)$$

Sabendo que a *constante de estrutura fina*:

$$\alpha = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{ke^2}{\hbar c}$$

O espalhamento coulombiano

A distância de maior aproximação da partícula α do núcleo para uma colisão frontal ($b = 0$), r_d , se dá quando a energia cinética é toda convertida em energia potencial:

$$E_c = E_p \Rightarrow \frac{1}{2} m_\alpha v^2 = k \frac{zZe^2}{r_d} \Rightarrow r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2} \quad (6)$$

Sabendo que a *constante de estrutura fina*:

$$\alpha = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{ke^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$$

O espalhamento coulombiano

A distância de maior aproximação da partícula α do núcleo para uma colisão frontal ($b = 0$), r_d , se dá quando a energia cinética é toda convertida em energia potencial:

$$E_c = E_p \Rightarrow \frac{1}{2} m_\alpha v^2 = k \frac{zZe^2}{r_d} \Rightarrow r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2} \quad (7)$$

Sabendo que a *constante de estrutura fina*:

$$\alpha = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{ke^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$$

é uma grandeza adimensional

O espalhamento coulombiano

A distância de maior aproximação da partícula α do núcleo para uma colisão frontal ($b = 0$), r_d , se dá quando a energia cinética é toda convertida em energia potencial:

$$E_c = E_p \Rightarrow \frac{1}{2} m_\alpha v^2 = k \frac{zZe^2}{r_d} \Rightarrow r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2} \quad (8)$$

Sabendo que a *constante de estrutura fina*:

$$\alpha = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{ke^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$$

é uma grandeza adimensional, podemos determinar o valor das grandezas eletromagnéticas ke^2 em unidades de MeV·fm

O espalhamento coulombiano

A distância de maior aproximação da partícula α do núcleo para uma colisão frontal ($b = 0$), r_d , se dá quando a energia cinética é toda convertida em energia potencial:

$$E_c = E_p \Rightarrow \frac{1}{2} m_\alpha v^2 = k \frac{zZe^2}{r_d} \Rightarrow r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2} \quad (9)$$

Sabendo que a *constante de estrutura fina*:

$$\alpha = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{ke^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$$

é uma grandeza adimensional, podemos determinar o valor das grandezas eletromagnéticas ke^2 em unidades de MeV·fm:

$$ke^2 = \alpha \hbar c$$

O espalhamento coulombiano

A distância de maior aproximação da partícula α do núcleo para uma colisão frontal ($b = 0$), r_d , se dá quando a energia cinética é toda convertida em energia potencial:

$$E_c = E_p \Rightarrow \frac{1}{2} m_\alpha v^2 = k \frac{zZe^2}{r_d} \Rightarrow r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2} \quad (10)$$

Sabendo que a *constante de estrutura fina*:

$$\alpha = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{ke^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$$

é uma grandeza adimensional, podemos determinar o valor das grandezas eletromagnéticas ke^2 em unidades de MeV·fm:

$$ke^2 = \alpha \hbar c = \frac{197,3}{137}$$

O espalhamento coulombiano

A distância de maior aproximação da partícula α do núcleo para uma colisão frontal ($b = 0$), r_d , se dá quando a energia cinética é toda convertida em energia potencial:

$$E_c = E_p \Rightarrow \frac{1}{2} m_\alpha v^2 = k \frac{zZe^2}{r_d} \Rightarrow r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2} \quad (11)$$

Sabendo que a *constante de estrutura fina*:

$$\alpha = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{ke^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$$

é uma grandeza adimensional, podemos determinar o valor das grandezas eletromagnéticas ke^2 em unidades de MeV·fm:

$$ke^2 = \alpha \hbar c = \frac{197,3}{137} \Rightarrow ke^2 = 1,44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$$

O espalhamento coulombiano

A distância de maior aproximação da partícula α do núcleo para uma colisão frontal ($b = 0$), r_d , se dá quando a energia cinética é toda convertida em energia potencial:

$$E_c = E_p \Rightarrow \frac{1}{2} m_\alpha v^2 = k \frac{zZe^2}{r_d} \Rightarrow \boxed{r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2}} \quad (12)$$

Sabendo que a *constante de estrutura fina*:

$$\alpha = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{ke^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$$

é uma grandeza adimensional, podemos determinar o valor das grandezas eletromagnéticas ke^2 em unidades de MeV·fm:

$$ke^2 = \alpha \hbar c = \frac{197,3}{137} \Rightarrow \boxed{ke^2 = 1,44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}$$

No caso de uma partícula α com energia cinética de 7,7 MeV, a distância de máxima aproximação para uma colisão frontal com um núcleo de ouro ...

O espalhamento coulombiano

A distância de maior aproximação da partícula α do núcleo para uma colisão frontal ($b = 0$), r_d , se dá quando a energia cinética é toda convertida em energia potencial:

$$E_c = E_p \Rightarrow \frac{1}{2} m_\alpha v^2 = k \frac{zZe^2}{r_d} \Rightarrow r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2} \quad (13)$$

O valor das grandezas eletromagnéticas ke^2 em unidades de MeV·fm é:

$$ke^2 = \alpha \hbar c = \frac{197,3}{137} \Rightarrow ke^2 = 1,44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$$

No caso de uma partícula α com energia cinética de 7,7 MeV, a distância de máxima aproximação para uma colisão frontal com um núcleo de ouro é:

$$r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2}$$

O espalhamento coulombiano

A distância de maior aproximação da partícula α do núcleo para uma colisão frontal ($b = 0$), r_d , se dá quando a energia cinética é toda convertida em energia potencial:

$$E_c = E_p \Rightarrow \frac{1}{2} m_\alpha v^2 = k \frac{zZe^2}{r_d} \Rightarrow r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2} \quad (14)$$

O valor das grandezas eletromagnéticas ke^2 em unidades de MeV·fm é:

$$ke^2 = \alpha \hbar c = \frac{197,3}{137} \Rightarrow ke^2 = 1,44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$$

No caso de uma partícula α com energia cinética de 7,7 MeV, a distância de máxima aproximação para uma colisão frontal com um núcleo de ouro é:

$$r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2} = \frac{2 \cdot 79 \cdot 1,44 \text{ [MeV} \cdot \text{fm]}}{7,7 \text{ [MeV]}}$$

O espalhamento coulombiano

A distância de maior aproximação da partícula α do núcleo para uma colisão frontal ($b = 0$), r_d , se dá quando a energia cinética é toda convertida em energia potencial:

$$E_c = E_p \Rightarrow \frac{1}{2} m_\alpha v^2 = k \frac{zZe^2}{r_d} \Rightarrow r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2} \quad (15)$$

O valor das grandezas eletromagnéticas ke^2 em unidades de MeV·fm é:

$$ke^2 = \alpha \hbar c = \frac{197,3}{137} \Rightarrow ke^2 = 1,44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$$

No caso de uma partícula α com energia cinética de 7,7 MeV, a distância de máxima aproximação para uma colisão frontal com um núcleo de ouro é:

$$r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2} = \frac{2 \cdot 79 \cdot 1,44 \text{ [MeV} \cdot \text{fm]}}{7,7 \text{ [MeV]}}$$

O espalhamento coulombiano

A distância de maior aproximação da partícula α do núcleo para uma colisão frontal ($b = 0$), r_d , se dá quando a energia cinética é toda convertida em energia potencial:

$$E_c = E_p \Rightarrow \frac{1}{2} m_\alpha v^2 = k \frac{zZe^2}{r_d} \Rightarrow r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2} \quad (16)$$

O valor das grandezas eletromagnéticas ke^2 em unidades de MeV·fm é:

$$ke^2 = \alpha \hbar c = \frac{197,3}{137} \Rightarrow ke^2 = 1,44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$$

No caso de uma partícula α com energia cinética de 7,7 MeV, a distância de máxima aproximação para uma colisão frontal com um núcleo de ouro é:

$$r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2} = \frac{2 \cdot 79 \cdot 1,44 [\text{MeV} \cdot \text{fm}]}{7,7 [\text{MeV}]} = 29,5 \text{ fm}$$

O espalhamento coulombiano

A distância de maior aproximação da partícula α do núcleo para uma colisão frontal ($b = 0$), r_d , se dá quando a energia cinética é toda convertida em energia potencial:

$$E_c = E_p \Rightarrow \frac{1}{2} m_\alpha v^2 = k \frac{zZe^2}{r_d} \Rightarrow r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2} \quad (17)$$

O valor das grandezas eletromagnéticas ke^2 em unidades de MeV·fm é:

$$ke^2 = \alpha \hbar c = \frac{197,3}{137} \Rightarrow ke^2 = 1,44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$$

No caso de uma partícula α com energia cinética de 7,7 MeV, a distância de máxima aproximação para uma colisão frontal com um núcleo de ouro é:

$$r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2} = \frac{2 \cdot 79 \cdot 1,44 \text{ [MeV} \cdot \text{fm]}}{7,7 \text{ [MeV]}} = 29,5 \text{ fm} = 29,5 \text{ F}$$

Exemplo 1:

Um experimento de espalhamento de elétrons de alta energia fornece o raio de núcleos de ouro de $6,6 F$. Calcule a energia cinética que partículas α deveriam ter para tocar a superfície destes núcleos (suponha colisão frontal).

Exemplo 1:

Um experimento de espalhamento de elétrons de alta energia fornece o raio de núcleos de ouro de $6,6 \text{ F}$. Calcule a energia cinética que partículas α deveriam ter para tocar a superfície destes núcleos (suponha colisão frontal).

$$r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2}$$

Exemplo 1:

Um experimento de espalhamento de elétrons de alta energia fornece o raio de núcleos de ouro de $6,6 \text{ F}$. Calcule a energia cinética que partículas α deveriam ter para tocar a superfície destes núcleos (suponha colisão frontal).

$$r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2} = \frac{zZke^2}{E_\alpha}$$

Exemplo 1:

Um experimento de espalhamento de elétrons de alta energia fornece o raio de núcleos de ouro de $6,6 \text{ F}$. Calcule a energia cinética que partículas α deveriam ter para tocar a superfície destes núcleos (suponha colisão frontal).

$$r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2} = \frac{zZke^2}{E_\alpha} \Rightarrow E_\alpha = \frac{zZke^2}{r_d}$$

Exemplo 1:

Um experimento de espalhamento de elétrons de alta energia fornece o raio de núcleos de ouro de 6,6 F. Calcule a energia cinética que partículas α deveriam ter para tocar a superfície destes núcleos (suponha colisão frontal).

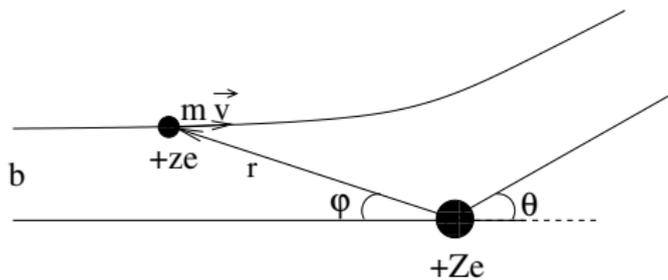
$$r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2} = \frac{zZke^2}{E_\alpha} \Rightarrow E_\alpha = \frac{zZke^2}{r_d} = \frac{2 \cdot 79 \cdot 1,44}{6,6}$$

Exemplo 1:

Um experimento de espalhamento de elétrons de alta energia fornece o raio de núcleos de ouro de 6,6 F. Calcule a energia cinética que partículas α deveriam ter para tocar a superfície destes núcleos (suponha colisão frontal).

$$r_d = \frac{zZke^2}{m_\alpha v^2/2} = \frac{zZke^2}{E_\alpha} \Rightarrow E_\alpha = \frac{zZke^2}{r_d} = \frac{2 \cdot 79 \cdot 1,44}{6,6} = 34,5 \text{ MeV}$$

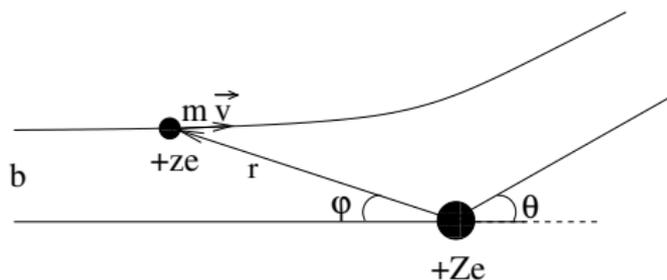
O espalhamento coulombiano



A trajetória da partícula α é uma hipérbole, cuja equação em coordenadas polares é:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b} \sin \varphi + \frac{r_d}{2b^2} (\cos \varphi - 1), \quad (18)$$

O espalhamento coulombiano

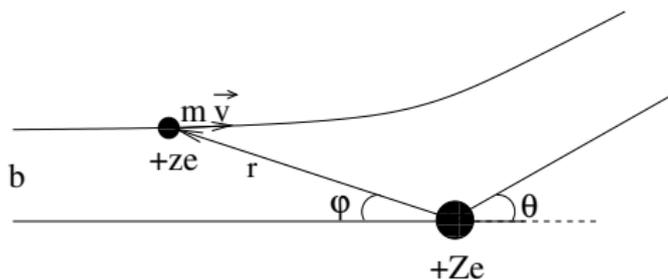


A trajetória da partícula α é uma hipérbole, cuja equação em coordenadas polares é:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b} \sin \varphi + \frac{r_d}{2b^2} (\cos \varphi - 1), \quad (19)$$

que, quando a distância é muito grande ($r \rightarrow \infty$)

O espalhamento coulombiano



A trajetória da partícula α é uma hipérbole, cuja equação em coordenadas polares é:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b} \sin \varphi + \frac{r_d}{2b^2} (\cos \varphi - 1), \quad (20)$$

que, quando a distância é muito grande ($r \rightarrow \infty$):

$$\frac{1}{r} \rightarrow 0$$

O espalhamento coulombiano

A trajetória da partícula α é uma hipérbole, cuja equação em coordenadas polares é:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b} \sin \varphi + \frac{r_d}{2b^2} (\cos \varphi - 1), \quad (21)$$

que, quando a distância é muito grande ($r \rightarrow \infty$):

$$\frac{1}{r} \rightarrow 0 \text{ e os ângulos: } \varphi + \theta \rightarrow \pi$$

O espalhamento coulombiano

A trajetória da partícula α é uma hipérbole, cuja equação em coordenadas polares é:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b} \sin \varphi + \frac{r_d}{2b^2} (\cos \varphi - 1), \quad (22)$$

que, quando a distância é muito grande ($r \rightarrow \infty$):

$$\frac{1}{r} \rightarrow 0 \text{ e os ângulos: } \varphi + \theta \rightarrow \pi \Rightarrow \begin{cases} \sin \varphi = \sin \theta \\ \cos \varphi = -\cos \theta \end{cases}$$

O espalhamento coulombiano

A trajetória da partícula α é uma hipérbole, cuja equação em coordenadas polares é:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b} \sin \varphi + \frac{r_d}{2b^2} (\cos \varphi - 1), \quad (23)$$

que, quando a distância é muito grande ($r \rightarrow \infty$):

$$\frac{1}{r} \rightarrow 0 \text{ e os ângulos: } \varphi + \theta \rightarrow \pi \Rightarrow \begin{cases} \sin \varphi = \sin \theta \\ \cos \varphi = -\cos \theta \end{cases},$$

então, a equação da trajetória tende a:

$$\rightarrow 0 = \frac{1}{b} \sin \theta - \frac{r_d}{2b^2} (\cos \theta + 1)$$

O espalhamento coulombiano

A trajetória da partícula α é uma hipérbole, cuja equação em coordenadas polares é:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b} \sin \varphi + \frac{r_d}{2b^2} (\cos \varphi - 1), \quad (24)$$

que, quando a distância é muito grande ($r \rightarrow \infty$):

$$\frac{1}{r} \rightarrow 0 \text{ e os ângulos: } \varphi + \theta \rightarrow \pi \Rightarrow \begin{cases} \sin \varphi = \sin \theta \\ \cos \varphi = -\cos \theta \end{cases},$$

então, a equação da trajetória tende a:

$$\rightarrow 0 = \frac{1}{b} \sin \theta - \frac{r_d}{2b^2} (\cos \theta + 1)$$

O espalhamento coulombiano

A trajetória da partícula α é uma hipérbole, cuja equação em coordenadas polares é:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b} \sin \varphi + \frac{r_d}{2b^2} (\cos \varphi - 1), \quad (25)$$

que, quando a distância é muito grande ($r \rightarrow \infty$):

$$\frac{1}{r} \rightarrow 0 \text{ e os ângulos: } \varphi + \theta \rightarrow \pi \Rightarrow \begin{cases} \sin \varphi = \sin \theta \\ \cos \varphi = -\cos \theta \end{cases},$$

então, a equação da trajetória tende a:

$$\rightarrow 0 = \frac{1}{b} \sin \theta - \frac{r_d}{2b^2} (\cos \theta + 1) \Rightarrow \frac{\cos \theta + 1}{\sin \theta} = \frac{2b}{r_d}$$

O espalhamento coulombiano

A trajetória da partícula α é uma hipérbole, cuja equação em coordenadas polares é:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b} \sin \varphi + \frac{r_d}{2b^2} (\cos \varphi - 1), \quad (26)$$

que, quando a distância é muito grande ($r \rightarrow \infty$):

$$\frac{1}{r} \rightarrow 0 \text{ e os ângulos: } \varphi + \theta \rightarrow \pi \Rightarrow \begin{cases} \sin \varphi = \sin \theta \\ \cos \varphi = -\cos \theta \end{cases},$$

então, a equação da trajetória tende a:

$$\rightarrow 0 = \frac{1}{b} \sin \theta - \frac{r_d}{2b^2} (\cos \theta + 1) \Rightarrow \frac{\cos \theta + 1}{\sin \theta} = \cotg \left(\frac{\theta}{2} \right) = \frac{2b}{r_d}$$

O espalhamento coulombiano

A trajetória da partícula α é uma hipérbole, cuja equação em coordenadas polares é:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b} \sin \varphi + \frac{r_d}{2b^2} (\cos \varphi - 1), \quad (27)$$

que, quando a distância é muito grande ($r \rightarrow \infty$):

$$\frac{1}{r} \rightarrow 0 \text{ e os ângulos: } \varphi + \theta \rightarrow \pi \Rightarrow \begin{cases} \sin \varphi = \sin \theta \\ \cos \varphi = -\cos \theta \end{cases},$$

então, a equação da trajetória tende a:

$$\rightarrow 0 = \frac{1}{b} \sin \theta - \frac{r_d}{2b^2} (\cos \theta + 1) \Rightarrow \frac{\cos \theta + 1}{\sin \theta} = \cotg \left(\frac{\theta}{2} \right) = \frac{2b}{r_d} \Rightarrow$$

$$b = \frac{r_d}{2} \cotg \left(\frac{\theta}{2} \right) \quad (28)$$

O espalhamento coulombiano

A trajetória da partícula α é uma hipérbole, cuja equação em coordenadas polares é:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b} \sin \varphi + \frac{r_d}{2b^2} (\cos \varphi - 1), \quad (29)$$

que, quando a distância é muito grande ($r \rightarrow \infty$):

$$\frac{1}{r} \rightarrow 0 \text{ e os ângulos: } \varphi + \theta \rightarrow \pi \Rightarrow \begin{cases} \sin \varphi = \sin \theta \\ \cos \varphi = -\cos \theta \end{cases},$$

então, a equação da trajetória tende a:

$$\rightarrow 0 = \frac{1}{b} \sin \theta - \frac{r_d}{2b^2} (\cos \theta + 1) \Rightarrow \frac{\cos \theta + 1}{\sin \theta} = \cotg \left(\frac{\theta}{2} \right) = \frac{2b}{r_d} \Rightarrow$$

$$b = \frac{r_d}{2} \cotg \left(\frac{\theta}{2} \right) \Rightarrow \boxed{b = \frac{kzZe^2}{m_\alpha v^2} \cotg \left(\frac{\theta}{2} \right)} \quad (30)$$

O espalhamento coulombiano

A trajetória da partícula α é uma hipérbole, cuja equação em coordenadas polares é:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b} \sin \varphi + \frac{r_d}{2b^2} (\cos \varphi - 1), \quad (31)$$

que, quando a distância é muito grande ($r \rightarrow \infty$):

$$\frac{1}{r} \rightarrow 0 \text{ e os ângulos: } \varphi + \theta \rightarrow \pi \Rightarrow \begin{cases} \sin \varphi = \sin \theta \\ \cos \varphi = -\cos \theta \end{cases},$$

então, a equação da trajetória tende a:

$$\rightarrow 0 = \frac{1}{b} \sin \theta - \frac{r_d}{2b^2} (\cos \theta + 1) \Rightarrow \frac{\cos \theta + 1}{\sin \theta} = \cotg \left(\frac{\theta}{2} \right) = \frac{2b}{r_d} \Rightarrow$$

$$b = \frac{r_d}{2} \cotg \left(\frac{\theta}{2} \right) \Rightarrow \boxed{b = \frac{kzZe^2}{m_\alpha v^2} \cotg \left(\frac{\theta}{2} \right)}, \quad (32)$$

onde substituímos, na última passagem, a equação 17.

- 1 O experimento de Rutherford, Geiger e Mardsen
- 2 O espalhamento coulombiano
- 3 Seção de choque**
- 4 O modelo de Rutherford
- 5 Exercícios

Seção de choque

Seja um feixe incidente de partículas α com fluxo F_0 partículas por unidade de área por segundo [$\text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$].

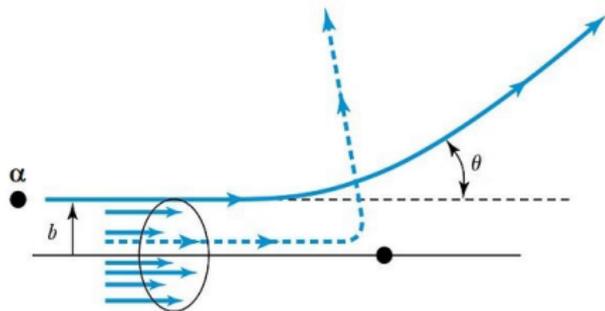


Figura: Área seccional associada a ângulos de espalhamento $\geq \theta$.

Seção de choque

Seja um feixe incidente de partículas α com fluxo F_0 partículas por unidade de área por segundo [$\text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$].

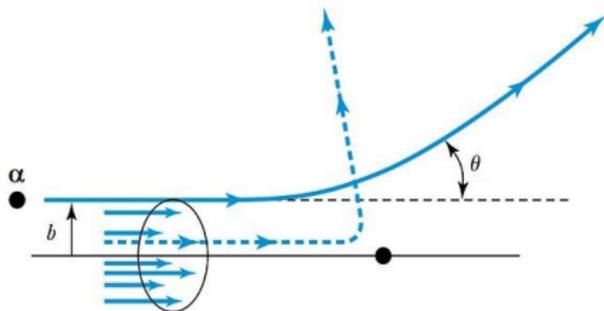


Figura: Área seccional associada a ângulos de espalhamento $\geq \theta$.

Multiplicando-se F_0 pela área da seção reta em torno do parâmetro de impacto b , temos o número de partículas por segundo [s^{-1}] que são espalhadas com ângulo $\geq \theta$ por núcleo do alvo: $\pi b^2 F_0$.

Seção de choque

Seja um feixe incidente de partículas α com fluxo F_0 partículas por unidade de área por segundo [$\text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$].

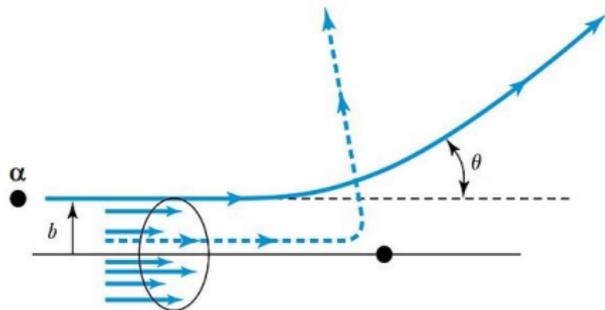


Figura: Área seccional associada a ângulos de espalhamento $\geq \theta$.

Multiplicando-se F_0 pela área da seção reta em torno do parâmetro de impacto b , temos o número de partículas por segundo [s^{-1}] que são espalhadas com ângulo $\geq \theta$ por núcleo do alvo: $\pi b^2 F_0$. Esta área define a **seção de choque** do espalhamento:

$$\sigma \equiv \pi b^2.$$

Seção de choque

Seja um feixe incidente de partículas α com fluxo F_0 partículas por unidade de área por segundo [$\text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$].

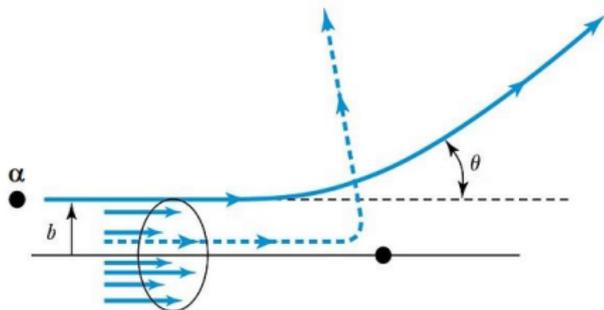


Figura: Área seccional associada a ângulos de espalhamento $\geq \theta$.

A **seção de choque** do espalhamento:

$$\sigma \equiv \pi b^2,$$

que tem como interpretação heurística a **probabilidade** das partículas incidentes sobre uma *área unitária* têm de espalharem-se por ângulo $\geq \theta$.

Seção de choque

Seja um feixe incidente de partículas α com fluxo F_0 partículas por unidade de área por segundo [$\text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$].

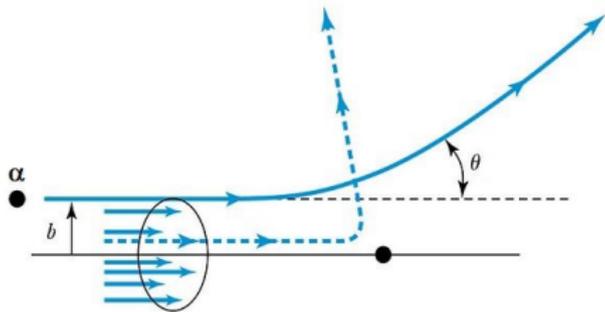


Figura: Área seccional associada a ângulos de espalhamento $\geq \theta$.

A **seção de choque** do espalhamento:

$$\sigma \equiv \pi b^2,$$

que tem como interpretação heurística a **probabilidade** das partículas incidentes sobre uma *área unitária* têm de espalharem-se por ângulo $\geq \theta$. A unidade adotada para a seção de choque, no SI, é o *barn*: $[\sigma] = 1 \text{ b} \equiv 10^{-28} \text{ m}^2$.

Seção de choque

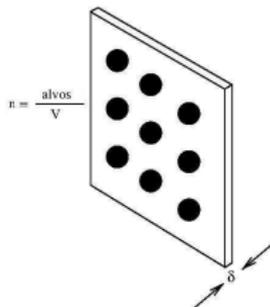


Figura: Chapa de área unitária e espessura δ de um material com densidade volumétrica ρ [$\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$].

Seção de choque

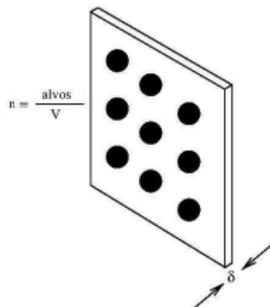


Figura: Chapa de área unitária e espessura δ de um material com densidade volumétrica ρ [$\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$].

O número de núcleos por unidade de volume [cm^{-3}] é:

$$n = \frac{\rho N_A}{M},$$

onde ρ é a densidade do material, N_A o número de Avogadro e M a massa molar.

Seção de choque

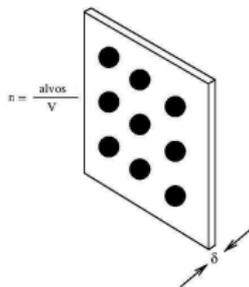


Figura: Chapa de área unitária e espessura δ de um material com densidade volumétrica ρ [$\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$].

Se δ é a espessura da placa do alvo, o número de núcleos na região do feixe é $nA\delta$.

Seção de choque

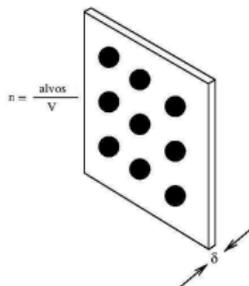


Figura: Chapa de área unitária e espessura δ de um material com densidade volumétrica ρ [$\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$].

Se δ é a espessura da placa do alvo, o número de núcleos na região do feixe é $nA\delta$ e o número total de partículas por segundo que são espalhadas com ângulo $\geq \theta$: $(\pi b^2 F_0)(nA\delta)$.

Seção de choque

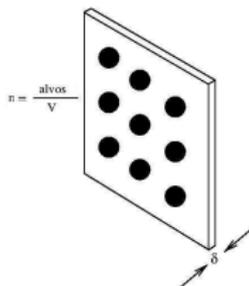


Figura: Chapa de área unitária e espessura δ de um material com densidade volumétrica ρ [$\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$].

Se δ é a espessura da placa do alvo, o número de núcleos na região do feixe é $nA\delta$ e o número total de partículas por segundo que são espalhadas com ângulo $\geq \theta$: $(\pi b^2 F_0)(nA\delta)$. Dividindo-se este número pelo fluxo incidente F_0 e pela área A , vem:

$$f = \pi b^2 n \delta$$

Seção de choque

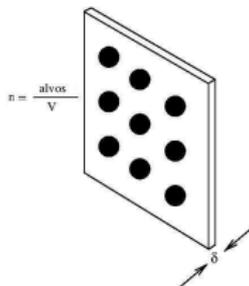


Figura: Chapa de área unitária e espessura δ de um material com densidade volumétrica ρ [$\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$].

Se δ é a espessura da placa do alvo, o número de núcleos na região do feixe é $nA\delta$ e o número total de partículas por segundo que são espalhadas com ângulo $\geq \theta$: $(\pi b^2 I_0)(nA\delta)$. Dividindo-se este número pelo fluxo incidente F_0 e pela área A , vem:

$$f = \pi b^2 n \delta,$$

que é a fração das partículas espalhadas com ângulo $\geq \theta$.

Exemplo 2:

a) Qual parâmetro de impacto b devem ter partículas α com energia cinética de 5 MeV para serem espalhadas numa folha de ouro a 90° ou mais? Dado:

$${}_{79}^{197}\text{Au} .$$

b) Calcule a fração de partículas α espalhadas com ângulo de espalhamento $\geq 90^\circ$ se a espessura da folha de ouro é de $1\mu\text{m}$. Dados:

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}, \rho_{\text{Au}} = 19,3 \text{ g/cm}^3 .$$

Exemplo 2:

a) Qual parâmetro de impacto b devem ter partículas α com energia cinética de 5 MeV para serem espalhadas numa folha de ouro a 90° ou mais? Dado: ${}_{79}^{197}\text{Au}$.

Exemplo 2:

a) Qual parâmetro de impacto b devem ter partículas α com energia cinética de 5 MeV para serem espalhadas numa folha de ouro a 90° ou mais? Dado: ${}_{79}^{197}\text{Au}$.

$$b = \frac{kzZe^2}{m_\alpha v^2} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Exemplo 2:

a) Qual parâmetro de impacto b devem ter partículas α com energia cinética de 5 MeV para serem espalhadas numa folha de ouro a 90° ou mais? Dado: ${}_{79}^{197}\text{Au}$.

$$b = \frac{kzZe^2}{m_\alpha v^2} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{zZ ke^2}{2E_\alpha} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Exemplo 2:

a) Qual parâmetro de impacto b devem ter partículas α com energia cinética de 5 MeV para serem espalhadas numa folha de ouro a 90° ou mais? Dado: ${}_{79}^{197}\text{Au}$.

$$b = \frac{kzZe^2}{m_\alpha v^2} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{zZ ke^2}{2E_\alpha} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2 \cdot 79 \cdot 1,44}{2 \cdot 5} \cotg 45^\circ$$

Exemplo 2:

a) Qual parâmetro de impacto b devem ter partículas α com energia cinética de 5 MeV para serem espalhadas numa folha de ouro a 90° ou mais? Dado: ${}_{79}^{197}\text{Au}$.

$$b = \frac{kzZe^2}{m_\alpha v^2} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{zZ ke^2}{2E_\alpha} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2 \cdot 79 \cdot 1,44}{2 \cdot 5} \cotg 45^\circ = 22,8 \text{ fm}$$

Exemplo 2:

a) Qual parâmetro de impacto b devem ter partículas α com energia cinética de 5 MeV para serem espalhadas numa folha de ouro a 90° ou mais? Dado: ${}_{79}^{197}\text{Au}$.

$$b = \frac{kzZe^2}{m_\alpha v^2} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{zZ ke^2}{2E_\alpha} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2 \cdot 79 \cdot 1,44}{2 \cdot 5} \cotg 45^\circ = 22,8 \text{ fm} \Rightarrow$$

$$b = 22,8 \text{ F}$$

Exemplo 2:

a) Qual parâmetro de impacto b devem ter partículas α com energia cinética de 5 MeV para serem espalhadas numa folha de ouro a 90° ou mais? Dado: ${}_{79}^{197}\text{Au}$.

$$b = \frac{kzZe^2}{m_\alpha v^2} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{zZ ke^2}{2E_\alpha} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2 \cdot 79 \cdot 1,44}{2 \cdot 5} \cotg 45^\circ = 22,8 \text{ fm} \Rightarrow$$

$$b = 22,8 \text{ F}$$

b) Calcule a fração de partículas α espalhadas com ângulo de espalhamento $\geq 90^\circ$ se a espessura da folha de ouro é de $1\mu\text{m}$. Dados:

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}, \rho_{\text{Au}} = 19,3 \text{ g/cm}^3.$$

Exemplo 2:

a) Qual parâmetro de impacto b devem ter partículas α com energia cinética de 5 MeV para serem espalhadas numa folha de ouro a 90° ou mais? Dado: ${}_{79}^{197}\text{Au}$.

$$b = \frac{kzZe^2}{m_\alpha v^2} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{zZ ke^2}{2E_\alpha} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2 \cdot 79 \cdot 1,44}{2 \cdot 5} \cotg 45^\circ = 22,8 \text{ fm} \Rightarrow$$

$$b = 22,8 \text{ F}$$

b) Calcule a fração de partículas α espalhadas com ângulo de espalhamento $\geq 90^\circ$ se a espessura da folha de ouro é de $1\mu\text{m}$. Dados:

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}, \rho_{\text{Au}} = 19,3 \text{ g/cm}^3.$$

$$n = \frac{\rho N_A}{M}$$

Exemplo 2:

a) Qual parâmetro de impacto b devem ter partículas α com energia cinética de 5 MeV para serem espalhadas numa folha de ouro a 90° ou mais? Dado: ${}_{79}^{197}\text{Au}$.

$$b = \frac{kzZe^2}{m_\alpha v^2} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{zZ ke^2}{2E_\alpha} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2 \cdot 79 \cdot 1,44}{2 \cdot 5} \cotg 45^\circ = 22,8 \text{ fm} \Rightarrow$$

$$b = 22,8 \text{ F}$$

b) Calcule a fração de partículas α espalhadas com ângulo de espalhamento $\geq 90^\circ$ se a espessura da folha de ouro é de $1\mu\text{m}$. Dados:

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}, \rho_{\text{Au}} = 19,3 \text{ g/cm}^3.$$

$$n = \frac{\rho N_A}{M} = \frac{19,3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{197}$$

Exemplo 2:

a) Qual parâmetro de impacto b devem ter partículas α com energia cinética de 5 MeV para serem espalhadas numa folha de ouro a 90° ou mais? Dado: ${}_{79}^{197}\text{Au}$.

$$b = \frac{kzZe^2}{m_\alpha v^2} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{zZ ke^2}{2E_\alpha} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2 \cdot 79 \cdot 1,44}{2 \cdot 5} \cotg 45^\circ = 22,8 \text{ fm} \Rightarrow$$

$$b = 22,8 \text{ F}$$

b) Calcule a fração de partículas α espalhadas com ângulo de espalhamento $\geq 90^\circ$ se a espessura da folha de ouro é de $1\mu\text{m}$. Dados:

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}, \rho_{\text{Au}} = 19,3 \text{ g/cm}^3.$$

$$n = \frac{\rho N_A}{M} = \frac{19,3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{197} = 5,90 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

Exemplo 2:

a) Qual parâmetro de impacto b devem ter partículas α com energia cinética de 5 MeV para serem espalhadas numa folha de ouro a 90° ou mais? Dado: ${}_{79}^{197}\text{Au}$.

$$b = \frac{kzZe^2}{m_\alpha v^2} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{zZ ke^2}{2E_\alpha} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2 \cdot 79 \cdot 1,44}{2 \cdot 5} \cotg 45^\circ = 22,8 \text{ fm} \Rightarrow$$

$$b = 22,8 \text{ F}$$

b) Calcule a fração de partículas α espalhadas com ângulo de espalhamento $\geq 90^\circ$ se a espessura da folha de ouro é de $1\mu\text{m}$. Dados:

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}, \rho_{\text{Au}} = 19,3 \text{ g/cm}^3.$$

$$n = \frac{\rho N_A}{M} = \frac{19,3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{197} = 5,90 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} = 5,90 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

Exemplo 2:

a) Qual parâmetro de impacto b devem ter partículas α com energia cinética de 5 MeV para serem espalhadas numa folha de ouro a 90° ou mais? Dado:

${}_{79}^{197}\text{Au}$.

$$b = \frac{kzZe^2}{m_\alpha v^2} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{zZ ke^2}{2E_\alpha} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2 \cdot 79 \cdot 1,44}{2 \cdot 5} \cotg 45^\circ = 22,8 \text{ fm} \Rightarrow$$

$$b = 22,8 \text{ F}$$

b) Calcule a fração de partículas α espalhadas com ângulo de espalhamento $\geq 90^\circ$ se a espessura da folha de ouro é de $1\mu\text{m}$. Dados:

$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, $\rho_{\text{Au}} = 19,3 \text{ g/cm}^3$.

$$n = \frac{\rho N_A}{M} = \frac{19,3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{197} = 5,90 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} = 5,90 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$f = \pi b^2 n \delta$$

Exemplo 2:

a) Qual parâmetro de impacto b devem ter partículas α com energia cinética de 5 MeV para serem espalhadas numa folha de ouro a 90° ou mais? Dado:

${}_{79}^{197}\text{Au}$.

$$b = \frac{kzZe^2}{m_\alpha v^2} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{zZ ke^2}{2E_\alpha} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2 \cdot 79 \cdot 1,44}{2 \cdot 5} \cotg 45^\circ = 22,8 \text{ fm} \Rightarrow$$

$$b = 22,8 \text{ F}$$

b) Calcule a fração de partículas α espalhadas com ângulo de espalhamento $\geq 90^\circ$ se a espessura da folha de ouro é de $1\mu\text{m}$. Dados:

$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, $\rho_{\text{Au}} = 19,3 \text{ g/cm}^3$.

$$n = \frac{\rho N_A}{M} = \frac{19,3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{197} = 5,90 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} = 5,90 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$f = \pi b^2 n \delta = \pi(2,28 \cdot 10^{-14})^2 \cdot 5,90 \cdot 10^{28} \cdot 10^{-6}$$

Exemplo 2:

a) Qual parâmetro de impacto b devem ter partículas α com energia cinética de 5 MeV para serem espalhadas numa folha de ouro a 90° ou mais? Dado:

${}_{79}^{197}\text{Au}$.

$$b = \frac{kzZe^2}{m_\alpha v^2} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{zZ ke^2}{2E_\alpha} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2 \cdot 79 \cdot 1,44}{2 \cdot 5} \cotg 45^\circ = 22,8 \text{ fm} \Rightarrow$$

$$b = 22,8 \text{ F}$$

b) Calcule a fração de partículas α espalhadas com ângulo de espalhamento $\geq 90^\circ$ se a espessura da folha de ouro é de $1\mu\text{m}$. Dados:

$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, $\rho_{\text{Au}} = 19,3 \text{ g/cm}^3$.

$$n = \frac{\rho N_A}{M} = \frac{19,3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{197} = 5,90 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} = 5,90 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$f = \pi b^2 n \delta = \pi (2,28 \cdot 10^{-14})^2 \cdot 5,90 \cdot 10^{28} \cdot 10^{-6} = 9,62 \cdot 10^{-5}$$

Exemplo 2:

a) Qual parâmetro de impacto b devem ter partículas α com energia cinética de 5 MeV para serem espalhadas numa folha de ouro a 90° ou mais? Dado: ${}_{79}^{197}\text{Au}$.

$$b = \frac{kzZe^2}{m_\alpha v^2} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{zZ ke^2}{2E_\alpha} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2 \cdot 79 \cdot 1,44}{2 \cdot 5} \cotg 45^\circ = 22,8 \text{ fm} \Rightarrow$$

$$b = 22,8 \text{ F}$$

b) Calcule a fração de partículas α espalhadas com ângulo de espalhamento $\geq 90^\circ$ se a espessura da folha de ouro é de $1\mu\text{m}$. Dados:

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}, \rho_{\text{Au}} = 19,3 \text{ g/cm}^3.$$

$$n = \frac{\rho N_A}{M} = \frac{19,3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{197} = 5,90 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} = 5,90 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$f = \pi b^2 n \delta = \pi (2,28 \cdot 10^{-14})^2 \cdot 5,90 \cdot 10^{28} \cdot 10^{-6} = 9,62 \cdot 10^{-5} = \frac{1}{10.395}$$

Exemplo 2:

a) Qual parâmetro de impacto b devem ter partículas α com energia cinética de 5 MeV para serem espalhadas numa folha de ouro a 90° ou mais? Dado: ${}_{79}^{197}\text{Au}$.

$$b = \frac{kzZe^2}{m_\alpha v^2} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{zZ ke^2}{2E_\alpha} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2 \cdot 79 \cdot 1,44}{2 \cdot 5} \cotg 45^\circ = 22,8 \text{ fm} \Rightarrow$$

$$b = 22,8 \text{ F}$$

b) Calcule a fração de partículas α espalhadas com ângulo de espalhamento $\geq 90^\circ$ se a espessura da folha de ouro é de $1\mu\text{m}$. Dados:

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}, \rho_{\text{Au}} = 19,3 \text{ g/cm}^3.$$

$$n = \frac{\rho N_A}{M} = \frac{19,3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{197} = 5,90 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} = 5,90 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$f = \pi b^2 n \delta = \pi (2,28 \cdot 10^{-14})^2 \cdot 5,90 \cdot 10^{28} \cdot 10^{-6} = 9,62 \cdot 10^{-5} = \frac{1}{10.395} \approx 10^{-4}.$$

Seção de choque de Rutherford

Número de partículas espalhadas a um ângulo θ qualquer:

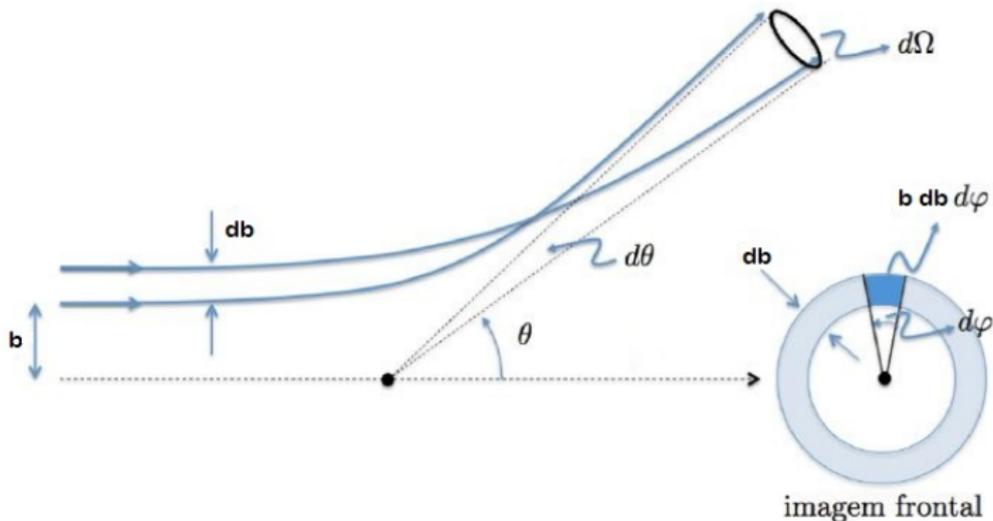
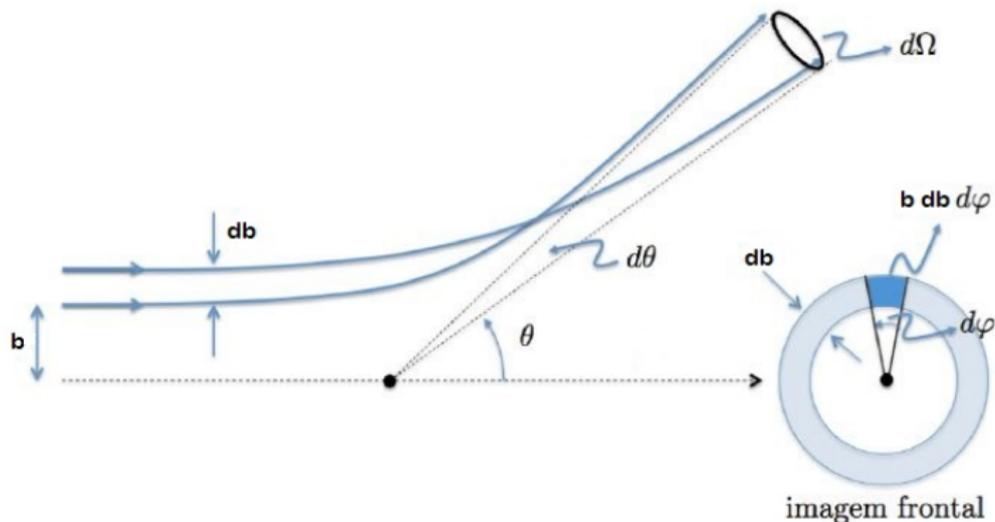


Figura: Espalhamento no intervalo entre b e $b + db$ por ângulos entre θ e $\theta + d\theta$.

Seção de choque de Rutherford

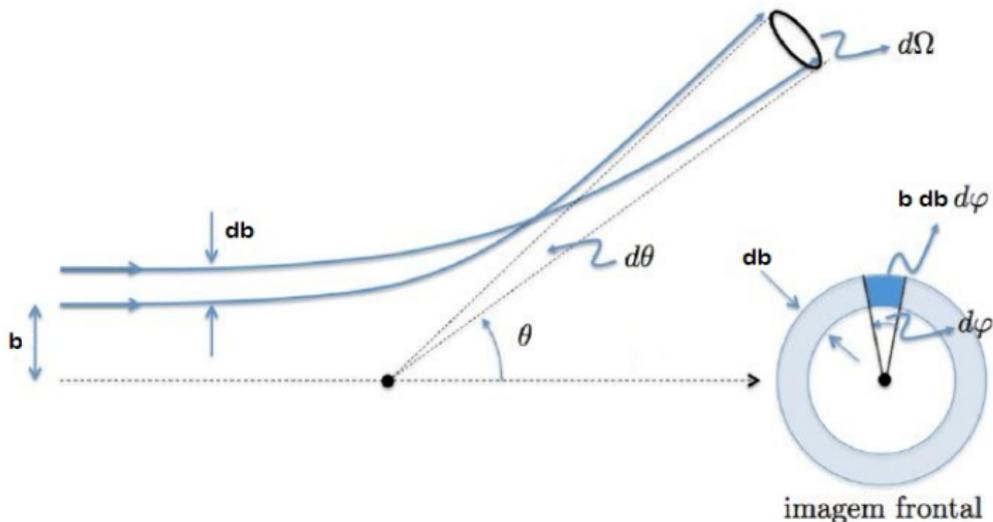
Número de partículas espalhadas a um ângulo θ qualquer:



Dado um ângulo de espalhamento num intervalo infinitesimal entre θ e $\theta + d\theta$.

Seção de choque de Rutherford

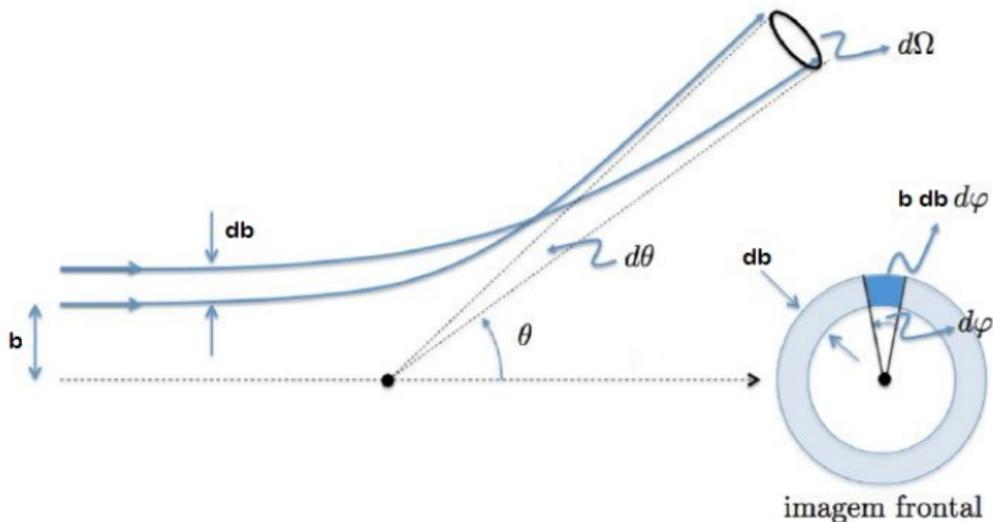
Número de partículas espalhadas a um ângulo θ qualquer:



Dado um ângulo de espalhamento num intervalo infinitesimal entre θ e $\theta + d\theta$, somente as partículas que passarem dentro de anéis infinitesimais de parâmetro de impacto b , entre b e $b + db$, vão espalhar-se nesta direção.

Seção de choque de Rutherford

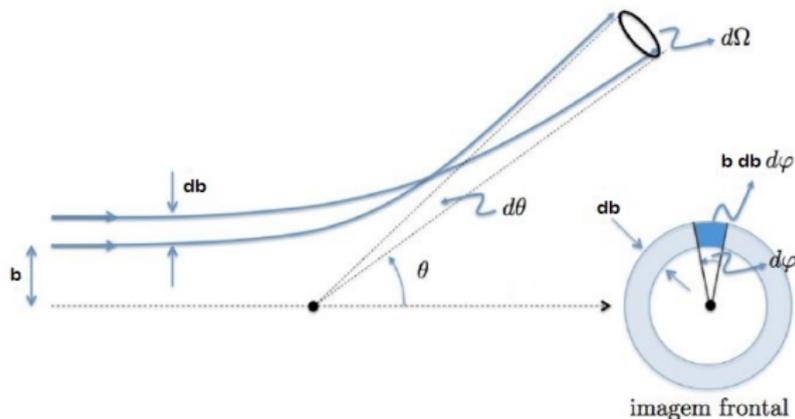
Número de partículas espalhadas a um ângulo θ qualquer:



Dado um ângulo de espalhamento num intervalo infinitesimal entre θ e $\theta + d\theta$, somente as partículas que passarem dentro de anéis infinitesimais de parâmetro de impacto b , entre b e $b + db$, vão espalhar-se nesta direção. Estes anéis infinitesimais possuem área $2\pi b db$.

Seção de choque de Rutherford

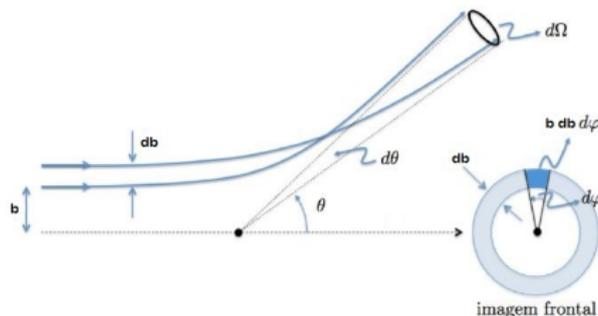
Número de partículas espalhadas a um ângulo θ qualquer:



Entre b e $b + db$: anéis infinitesimais de área $2\pi b db$.

Seção de choque de Rutherford

Número de partículas espalhadas a um ângulo θ qualquer:

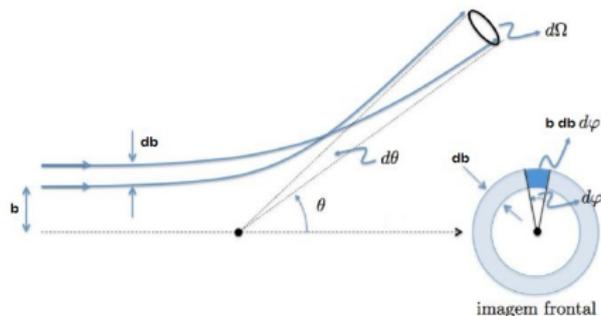


Entre b e $b + db$: anéis infinitesimais de área $2\pi b db$.

Retomando-se a equação 32 na forma $b = \frac{r_d}{2} \cotg(\theta/2)$

Seção de choque de Rutherford

Número de partículas espalhadas a um ângulo θ qualquer:



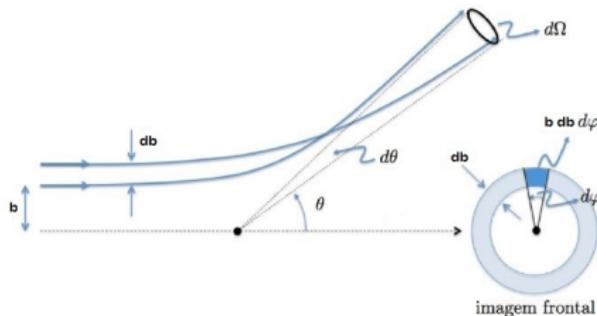
Entre b e $b + db$: anéis infinitesimais de área $2\pi b db$.

Retomando-se a equação 32 na forma $b = \frac{r_d}{2} \cotg(\theta/2)$ e lembrando-se de que:

$$\frac{d}{dx} \cotg x = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

Seção de choque de Rutherford

Número de partículas espalhadas a um ângulo θ qualquer:



Entre b e $b + db$: anéis infinitesimais de área $2\pi b db$.

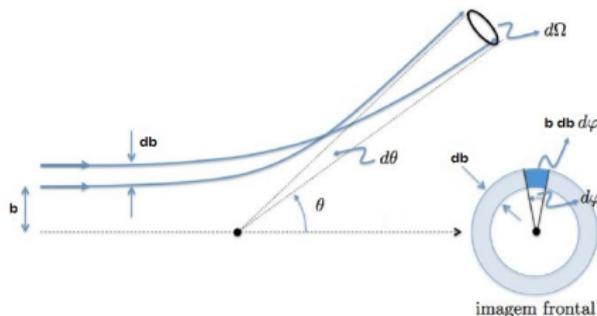
Retomando-se a equação 32 na forma $b = \frac{r_d}{2} \cotg(\theta/2)$ e lembrando-se de que:

$$\frac{d}{dx} \cotg x = -\frac{1}{\sin^2 x}, \text{ vem:}$$

$$2\pi b = 2\pi \left[\frac{r_d \cos(\theta/2)}{2 \sin(\theta/2)} \right]$$

Seção de choque de Rutherford

Número de partículas espalhadas a um ângulo θ qualquer:



Entre b e $b + db$: anéis infinitesimais de área $2\pi b db$.

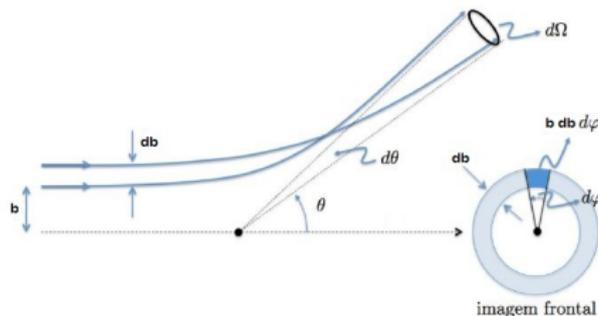
Retomando-se a equação 32 na forma $b = \frac{r_d}{2} \cotg(\theta/2)$ e lembrando-se de que:

$$\frac{d}{dx} \cotg x = -\frac{1}{\sin^2 x}, \text{ vem:}$$

$$2\pi b db = 2\pi \left[\frac{r_d \cos(\theta/2)}{2 \sin(\theta/2)} \right] \left[\frac{-r_d}{4} \frac{d\theta}{\sin^2(\theta/2)} \right]$$

Seção de choque de Rutherford

Número de partículas espalhadas a um ângulo θ qualquer:



Entre b e $b + db$: anéis infinitesimais de área $2\pi b db$.

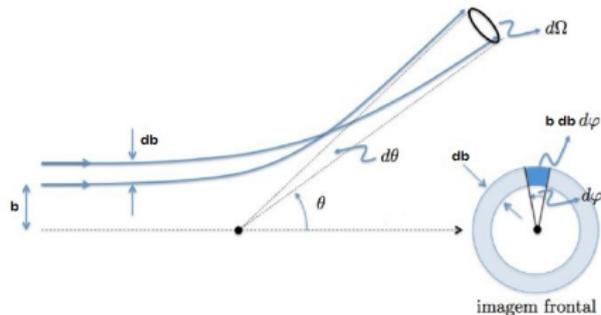
Retomando-se a equação 32 na forma $b = \frac{r_d}{2} \cotg(\theta/2)$ e lembrando-se de que:

$$\frac{d}{dx} \cotg x = -\frac{1}{\sin^2 x}, \text{ vem:}$$

$$2\pi b db = 2\pi \left[\frac{r_d \cos(\theta/2)}{2 \sin(\theta/2)} \right] \left[\frac{-r_d}{4} \frac{d\theta}{\sin^2(\theta/2)} \right] = -\frac{\pi r_d^2}{8} \frac{\sin \theta d\theta}{\sin^4(\theta/2)}$$

Seção de choque de Rutherford

Número de partículas espalhadas a um ângulo θ qualquer:



Entre b e $b + db$: anéis infinitesimais de área $2\pi b db$.

Retomando-se a equação 32 na forma $b = \frac{r_d}{2} \cotg(\theta/2)$ e lembrando-se de que:

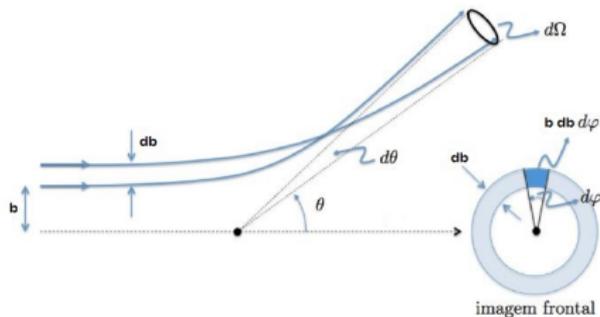
$$\frac{d}{dx} \cotg x = -\frac{1}{\sin^2 x}, \text{ vem:}$$

$$2\pi b db = \pi \left[\frac{r_d}{2} \frac{2 \cos(\theta/2)}{\sin(\theta/2)} \right] \left[\frac{-r_d}{4} \frac{d\theta}{\sin^2(\theta/2)} \right] = -\frac{\pi r_d^2}{8} \frac{\sin \theta d\theta}{\sin^4(\theta/2)},$$

onde usamos, na última passagem, que $\sin \theta = 2 \cos(\theta/2) \sin(\theta/2)$.

Seção de choque de Rutherford

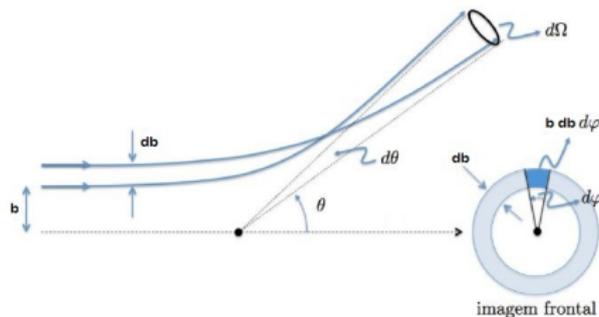
Número de partículas espalhadas a um ângulo θ qualquer:



Agora, dentro dessas áreas há $n\delta 2\pi b db$ núcleos se o alvo for uma folha fina o suficiente, tal que, para cada partícula incidente, nenhum núcleo se superponha a outro.

Seção de choque de Rutherford

Número de partículas espalhadas a um ângulo θ qualquer:



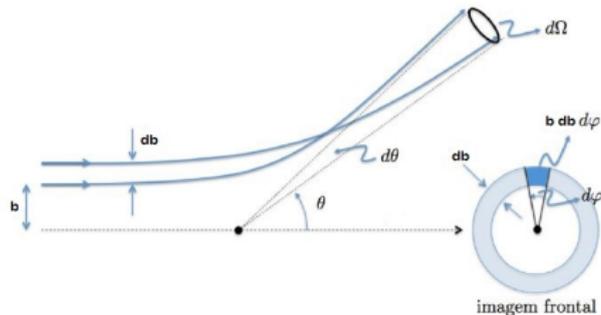
Agora, dentro dessas áreas há $n\delta 2\pi b db$ núcleos se o alvo for uma folha fina o suficiente, tal que, para cada partícula incidente, nenhum núcleo se superponha a outro. Nesta condição, o número de partículas espalhadas por segundo ao ângulo θ é proporcional à probabilidade dela passar dentro do anel infinitesimal de parâmetro de impacto:

$$dN = N(\theta)d\theta = -I_0 p(b)db,$$

onde a constante de proporcionalidade é a intensidade do feixe incidente $I_0 [s^{-1}]$.

Seção de choque de Rutherford

Número de partículas espalhadas a um ângulo θ qualquer:



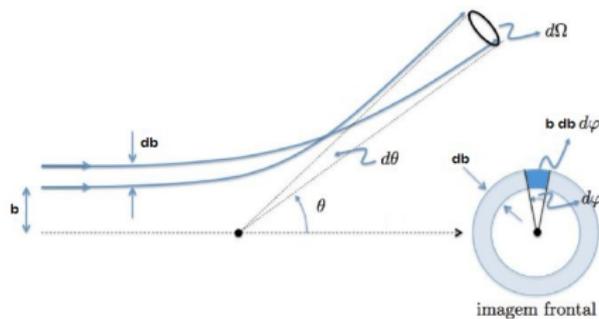
Agora, dentro dessas áreas há $n\delta 2\pi b db$ núcleos se o alvo for uma folha fina o suficiente, tal que, para cada partícula incidente, nenhum núcleo se superponha a outro. Nesta condição, o número de partículas espalhadas por segundo ao ângulo θ é proporcional à probabilidade dela passar dentro do anel infinitesimal de parâmetro de impacto:

$$dN = N(\theta)d\theta = -I_0 p(b)db,$$

onde a constante de proporcionalidade é a intensidade do feixe incidente $I_0 [s^{-1}]$. Note o sinal de menos que indica apenas que quanto maior é b menor é θ .

Seção de choque de Rutherford

Número de partículas espalhadas a um ângulo θ qualquer:

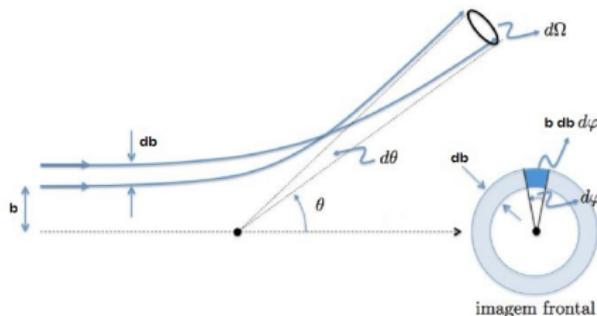


Assim:

$$dN = -I_0 n \delta 2\pi b db$$

Seção de choque de Rutherford

Número de partículas espalhadas a um ângulo θ qualquer:

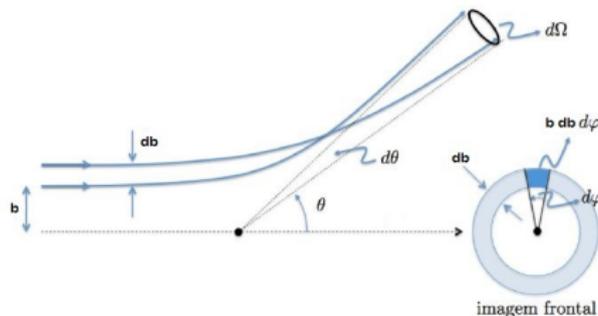


Assim:

$$dN = -I_0 n \delta (2\pi b db) = +I_0 n \delta \frac{r_d^2}{8} \frac{\pi \sin \theta d\theta}{\sin^4(\theta/2)}$$

Seção de choque

Número de partículas espalhadas a um ângulo θ qualquer:

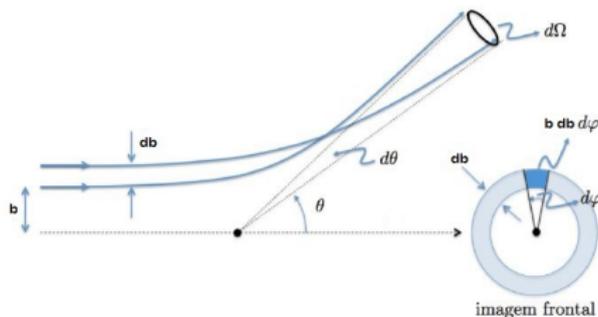


Assim:

$$dN = -I_0 n \delta 2\pi b db = I_0 n \delta \frac{r_d^2}{16} \frac{(2\pi \sin \theta d\theta)}{\sin^4(\theta/2)}$$

Seção de choque de Rutherford

Número de partículas espalhadas a um ângulo θ qualquer:



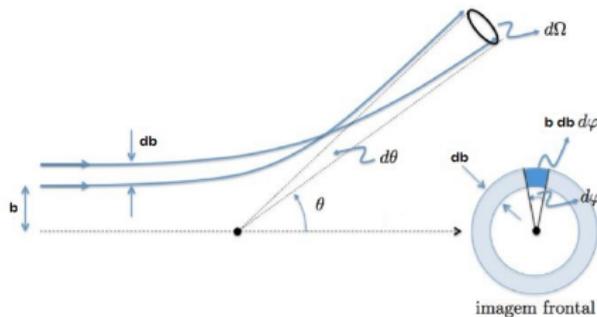
Assim:

$$dN = -I_0 n \delta 2\pi b db = I_0 n \delta \frac{r_d^2}{16} \frac{(2\pi \sin \theta d\theta)}{\sin^4(\theta/2)} = I_0 n \delta \frac{(zZke^2/E_\alpha)^2}{16} \frac{d\Omega}{\sin^4(\theta/2)},$$

onde substituímos a expressão de r_d da equação 17 e a definição de ângulo sólido ($d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$).

Seção de choque de Rutherford

Número de partículas espalhadas a um ângulo θ qualquer:



Assim:

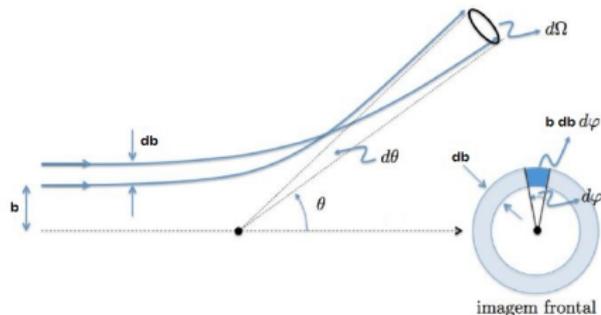
$$dN = -I_0 n \delta 2\pi b db = I_0 n \delta \frac{r_d^2}{16} \frac{(2\pi \sin \theta d\theta)}{\sin^4(\theta/2)} = I_0 n \delta \frac{(zZke^2/E_\alpha)^2}{16} \frac{d\Omega}{\sin^4(\theta/2)} \Rightarrow$$

$$dN = (I_0 n \delta d\Omega) \left(\frac{Zke^2}{2E_\alpha} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)},$$

onde substituímos a expressão de r_d da equação 17, a definição de ângulo sólido ($d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$) e $z = 2$ da partícula α .

Seção de choque de Rutherford

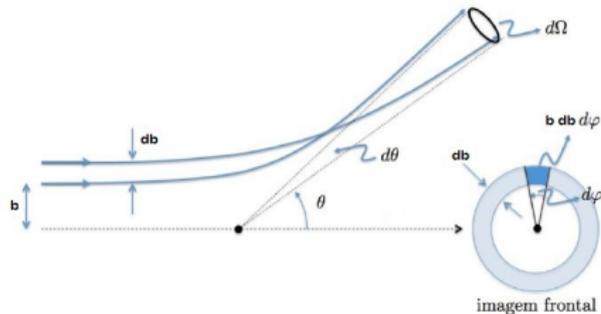
Número de partículas espalhadas a um ângulo θ qualquer:



Finalmente, tomando-se um detector de área A_{det} posicionado a uma distância r do alvo, o ângulo sólido fica determinado por: $\Delta\Omega = A_{det}/r^2$

Seção de choque de Rutherford

Número de partículas espalhadas a um ângulo θ qualquer:

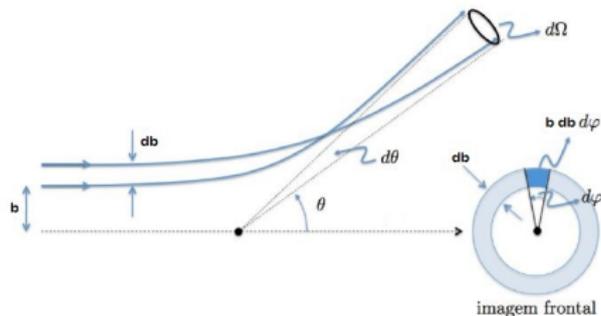


Finalmente, tomando-se um detector de área A_{det} posicionado a uma distância r do alvo, o ângulo sólido fica determinado por: $\Delta\Omega = A_{det}/r^2$ e o número de partículas espalhadas a um ângulo qualquer θ pode ser calculado pela expressão:

$$\Delta N = \left(\frac{I_0 n \delta A_{det}}{r^2} \right) \left(\frac{Zke^2}{2E_\alpha} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}. \quad (33)$$

Seção de choque de Rutherford

Número de partículas espalhadas a um ângulo θ qualquer:



Finalmente, tomando-se um detector de área A_{det} posicionado a uma distância r do alvo, o ângulo sólido fica determinado por: $\Delta\Omega = A_{det}/r^2$ e o número de partículas espalhadas a um ângulo qualquer θ pode ser calculado pela expressão:

$$\Delta N = \left(\frac{I_0 n \delta A_{det}}{r^2} \right) \left(\frac{Zke^2}{2E_\alpha} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}. \quad (34)$$

A dependência angular $N \propto [\sin(\theta/2)]^{-4}$ é bem conhecida, para a seção de choque de espalhamento de Rutherford, ou coulombiana.

Exemplo 3:

Um feixe de 1 nA de partículas α de 6 MeV de energia cinética incide numa folha de prata com 1 μm de espessura. Quantas partículas α serão contadas por um detector de 5 mm^2 de área situado a 2 cm da folha a um ângulo de espalhamento de 75° ? Dados: ${}_{47}^{108}\text{Ag}$ e $\rho = 10,5 \text{ g/cm}^3$.

Exemplo 3:

Um feixe de 1 nA de partículas α de 6 MeV de energia cinética incide numa folha de prata com 1 μm de espessura. Quantas partículas α serão contadas por um detector de 5 mm^2 de área situado a 2 cm da folha a um ângulo de espalhamento de 75° ? Dados: $^{108}_{47}\text{Ag}$ e $\rho = 10,5 \text{ g/cm}^3$.

① Intensidade do feixe:

$$I_0 = \frac{i}{ze}$$

Exemplo 3:

Um feixe de 1 nA de partículas α de 6 MeV de energia cinética incide numa folha de prata com 1 μm de espessura. Quantas partículas α serão contadas por um detector de 5 mm^2 de área situado a 2 cm da folha a um ângulo de espalhamento de 75° ? Dados: ${}_{47}^{108}\text{Ag}$ e $\rho = 10,5 \text{ g/cm}^3$.

① Intensidade do feixe:

$$I_0 = \frac{i}{ze} = \frac{10^{-9}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}$$

Exemplo 3:

Um feixe de 1 nA de partículas α de 6 MeV de energia cinética incide numa folha de prata com 1 μm de espessura. Quantas partículas α serão contadas por um detector de 5 mm² de área situado a 2 cm da folha a um ângulo de espalhamento de 75°? Dados: ${}_{47}^{108}\text{Ag}$ e $\rho = 10,5 \text{ g/cm}^3$.

① Intensidade do feixe:

$$I_0 = \frac{i}{ze} = \frac{10^{-9}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 3,125 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$$

Exemplo 3:

Um feixe de 1 nA de partículas α de 6 MeV de energia cinética incide numa folha de prata com 1 μm de espessura. Quantas partículas α serão contadas por um detector de 5 mm^2 de área situado a 2 cm da folha a um ângulo de espalhamento de 75° ? Dados: ${}_{47}^{108}\text{Ag}$ e $\rho = 10,5 \text{ g/cm}^3$.

- ① Intensidade do feixe:

$$I_0 = \frac{i}{ze} = \frac{10^{-9}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 3,125 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$$

- ② Densidade numérica de núcleos de prata:

$$n = \frac{\rho N_A}{M}$$

Exemplo 3:

Um feixe de 1 nA de partículas α de 6 MeV de energia cinética incide numa folha de prata com 1 μm de espessura. Quantas partículas α serão contadas por um detector de 5 mm^2 de área situado a 2 cm da folha a um ângulo de espalhamento de 75° ? Dados: ${}_{47}^{108}\text{Ag}$ e $\rho = 10,5 \text{ g/cm}^3$.

- ① Intensidade do feixe:

$$I_0 = \frac{i}{ze} = \frac{10^{-9}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 3,125 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$$

- ② Densidade numérica de núcleos de prata:

$$n = \frac{\rho N_A}{M} = \frac{10,5 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{108}$$

Exemplo 3:

Um feixe de 1 nA de partículas α de 6 MeV de energia cinética incide numa folha de prata com 1 μm de espessura. Quantas partículas α serão contadas por um detector de 5 mm^2 de área situado a 2 cm da folha a um ângulo de espalhamento de 75° ? Dados: ${}_{47}^{108}\text{Ag}$ e $\rho = 10,5 \text{ g/cm}^3$.

- ① Intensidade do feixe:

$$I_0 = \frac{i}{ze} = \frac{10^{-9}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 3,125 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$$

- ② Densidade numérica de núcleos de prata:

$$n = \frac{\rho N_A}{M} = \frac{10,5 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{108} = 5,85 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

Exemplo 3:

Um feixe de 1 nA de partículas α de 6 MeV de energia cinética incide numa folha de prata com 1 μm de espessura. Quantas partículas α serão contadas por um detector de 5 mm^2 de área situado a 2 cm da folha a um ângulo de espalhamento de 75° ? Dados: ${}_{47}^{108}\text{Ag}$ e $\rho = 10,5 \text{ g/cm}^3$.

① Intensidade do feixe:

$$I_0 = \frac{i}{ze} = \frac{10^{-9}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 3,125 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$$

② Densidade numérica de núcleos de prata:

$$n = \frac{\rho N_A}{M} = \frac{10,5 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{108} = 5,85 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} = 5,85 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

Exemplo 3:

Um feixe de 1 nA de partículas α de 6 MeV de energia cinética incide numa folha de prata com 1 μm de espessura. Quantas partículas α serão contadas por um detector de 5 mm^2 de área situado a 2 cm da folha a um ângulo de espalhamento de 75° ? Dados: ${}_{47}^{108}\text{Ag}$ e $\rho = 10,5 \text{ g/cm}^3$.

- ① Intensidade do feixe:

$$I_0 = \frac{i}{ze} = \frac{10^{-9}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 3,125 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$$

- ② Densidade numérica de núcleos de prata:

$$n = \frac{\rho N_A}{M} = \frac{10,5 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{108} = 5,85 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} = 5,85 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

- ③ Número de partículas espalhadas:

$$\Delta N = \left(\frac{I_0 A_{det} n \delta}{r^2} \right) \left(\frac{Zke^2}{2E_\alpha} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

Exemplo 3:

Um feixe de 1 nA de partículas α de 6 MeV de energia cinética incide numa folha de prata com $1 \mu\text{m}$ de espessura. Quantas partículas α serão contadas por um detector de 5 mm^2 de área situado a 2 cm da folha a um ângulo de espalhamento de 75° ? Dados: ${}_{47}^{108}\text{Ag}$ e $\rho = 10,5 \text{ g/cm}^3$.

❶ Intensidade do feixe:

$$I_0 = \frac{i}{ze} = \frac{10^{-9}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 3,125 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$$

❷ Densidade numérica de núcleos de prata:

$$n = \frac{\rho N_A}{M} = \frac{10,5 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{108} = 5,85 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} = 5,85 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

❸ Número de partículas espalhadas:

$$\begin{aligned} \Delta N &= \left(\frac{I_0 A_{det} n \delta}{r^2} \right) \left(\frac{Zke^2}{2E_\alpha} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} = \\ &= \left(\frac{3,125 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot 5,85 \cdot 10^{28} \cdot 10^{-6}}{(0,02)^2} \right) \left(\frac{47 \cdot 1,44 \cdot 10^{-15}}{2 \cdot 6} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(75^\circ/2)} \end{aligned}$$

Exemplo 3:

Um feixe de 1 nA de partículas α de 6 MeV de energia cinética incide numa folha de prata com 1 μm de espessura. Quantas partículas α serão contadas por um detector de 5 mm^2 de área situado a 2 cm da folha a um ângulo de espalhamento de 75° ? Dados: ${}_{47}^{108}\text{Ag}$ e $\rho = 10,5 \text{ g/cm}^3$.

① Intensidade do feixe:

$$I_0 = \frac{i}{ze} = \frac{10^{-9}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 3,125 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$$

② Densidade numérica de núcleos de prata:

$$n = \frac{\rho N_A}{M} = \frac{10,5 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{108} = 5,85 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} = 5,85 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

③ Número de partículas espalhadas:

$$\begin{aligned} \Delta N &= \left(\frac{I_0 A_{det} n \delta}{r^2} \right) \left(\frac{Zke^2}{2E_\alpha} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} = \\ &= \left(\frac{3,125 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot 5,85 \cdot 10^{28} \cdot 10^{-6}}{(0,02)^2} \right) \left(\frac{47 \cdot 1,44 \cdot 10^{-15}}{2 \cdot 6} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(75^\circ/2)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \boxed{N = 529 \alpha/s} \end{aligned}$$

- 1 O experimento de Rutherford, Geiger e Mardsen
- 2 O espalhamento coulombiano
- 3 Seção de choque
- 4 O modelo de Rutherford**
- 5 Exercícios

O modelo de Rutherford

Em 1911, baseando-se nos resultados do experimento de espalhamento de partículas α numa folha de ouro, Rutherford propõe o seu modelo para o átomo:

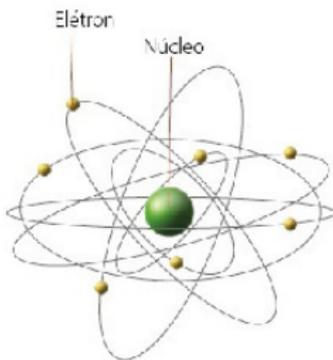


Figura: Modelo atômico de Rutherford.

O modelo de Rutherford

Em 1911, baseando-se nos resultados do experimento de espalhamento de partículas α numa folha de ouro, Rutherford propõe o seu modelo para o átomo:

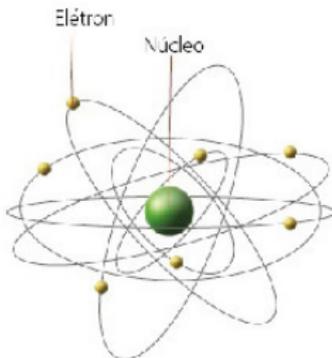


Figura: Modelo atômico de Rutherford.

O átomo é composto por um núcleo de carga positiva que concentra, praticamente, toda a sua massa em dimensões $\sim 10^{-14}$ m; os elétrons de carga negativa orbitam o núcleo atraídos pela força coulombiana.

O modelo de Rutherford

Em 1911, baseando-se nos resultados do experimento de espalhamento de partículas α numa folha de ouro, Rutherford propõe o seu modelo para o átomo:

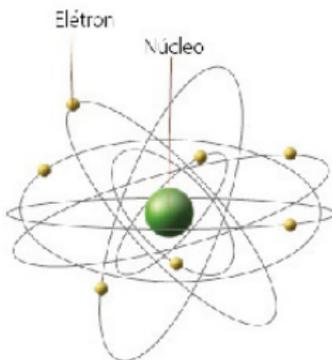


Figura: Modelo atômico de Rutherford.

O átomo é composto por um núcleo de carga positiva que concentra, praticamente, toda a sua massa em dimensões $\sim 10^{-14}$ m; os elétrons de carga negativa orbitam o núcleo atraídos pela força coulombiana. Rutherford imaginou o átomo com A prótons, Z elétrons e $(A-Z)$ elétrons nucleares.

O modelo de Rutherford

Em 1911, baseando-se nos resultados do experimento de espalhamento de partículas α numa folha de ouro, Rutherford propõe o seu modelo para o átomo:

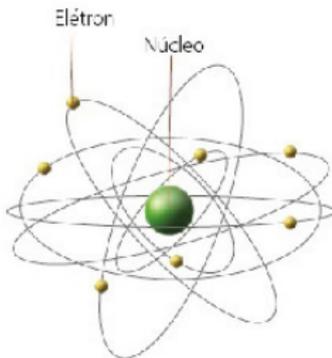


Figura: Modelo atômico de Rutherford.

Contudo, algumas questões permaneceram em aberto:

O modelo de Rutherford

Em 1911, baseando-se nos resultados do experimento de espalhamento de partículas α numa folha de ouro, Rutherford propõe o seu modelo para o átomo:

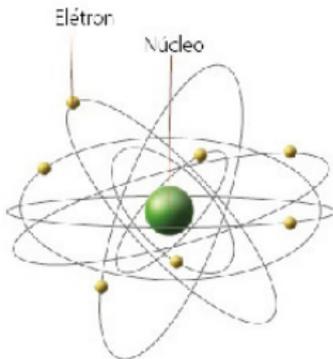


Figura: Modelo atômico de Rutherford.

Contudo, algumas questões permaneceram em aberto:

- 1 O que mantém o núcleo coeso (partículas positivas ligadas no núcleo)?

O modelo de Rutherford

Em 1911, baseando-se nos resultados do experimento de espalhamento de partículas α numa folha de ouro, Rutherford propõe o seu modelo para o átomo:

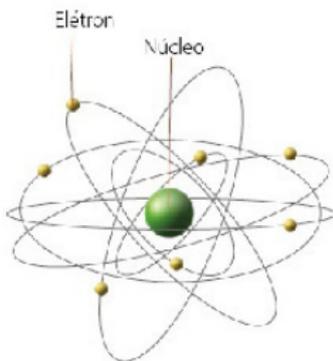


Figura: Modelo atômico de Rutherford.

Contudo, algumas questões permaneceram em aberto:

- 1 O que mantém o núcleo coeso (partículas positivas ligadas no núcleo)?
- 2 Por que os elétrons não irradiam (partículas carregadas aceleradas)?

O modelo de Rutherford

Em 1911, baseando-se nos resultados do experimento de espalhamento de partículas α numa folha de ouro, Rutherford propõe o seu modelo para o átomo:

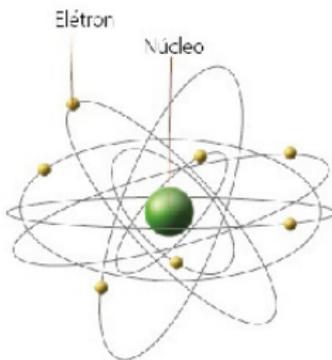


Figura: Modelo atômico de Rutherford.

Contudo, algumas questões permaneceram em aberto:

- 1 O que mantém o núcleo coeso (partículas positivas ligadas no núcleo)?
- 2 Por que os elétrons não irradiam (partículas carregadas aceleradas)?
- 3 Por que existem os espectros discretos?

- 1 O experimento de Rutherford, Geiger e Mardsen
- 2 O espalhamento coulombiano
- 3 Seção de choque
- 4 O modelo de Rutherford
- 5 Exercícios**

Exercícios

- 1 Mostre que a seção de choque tem dimensão de área.

Exercícios

- 2 Dado que um elemento de ângulo sólido infinitesimal é $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$, mostre, por integração direta, que o ângulo sólido total para todas as direções possíveis é $\Omega_T = 4\pi$ sr.

Exercícios

- 3 Mostre que, para uma partícula α de massa m e velocidade v , a repulsão coulombiana de um núcleo alvo de carga $+Ze$, em colisão frontal, leva a uma aproximação máxima dada por:

$$r_d = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{zZe^2}{mv^2}$$

Exercícios

- 4 Mostre, partindo da equação 31 que, para $r \rightarrow \infty$ e $\theta = \pi - \varphi$, vem:

$$\cotg \frac{\theta}{2} = \frac{2b}{r_d}$$

Exercícios

- 5 Partindo do resultado do exercício anterior, mostre as 2 relações:

$$db = -\frac{r_d}{2} \frac{d\theta/2}{\sin^2(\theta/2)} \Rightarrow b db = -\frac{r_d^2}{16} \frac{\sin \theta d\theta}{\sin^4(\theta/2)}$$

Dica para a segunda demonstração: $\sin \theta = 2 \cos(\theta/2) \sin(\theta/2)$

Exercícios

- 6 Em um experimento de espalhamento de partículas α por uma folha de ouro, o feixe incidente de partículas α sobre uma chapa de área unitária tem densidade de corrente de 10^{-11} A/cm². Foi posicionado um detector de área 10^{-5} m² a 10 cm da folha de ouro, sob um ângulo de espalhamento de 30° . Se a folha de ouro tem densidade superficial de 10^{-1} kg/m² e a seção de choque diferencial relativa à emissão a 30° é de $1,3 \times 10^{-3}$ b/sr, calcule a taxa de eventos detectados. Dados: ^{197}Au e $u = 1,66 \times 10^{-27}$ kg/núcleo. Dica: a seção de choque diferencial é definida por:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{F} \frac{dN}{d\Omega},$$

onde $F = I_0 n \delta$ é o fluxo incidente de partículas sobre a chapa por unidade de tempo e por unidade de área.