

Aula 5: Momentos nucleares

Introdução à Física Nuclear

Prof. Marcelo A. Leigui de Oliveira

Centro de Ciências Naturais e Humanas
Universidade Federal do ABC
Av. dos Estados, 5001
09210-580 Santo André-SP

15 de outubro de 2024



Universidade Federal do ABC

- 1 Momento angular total do núcleo
- 2 Isospin
- 3 Paridade
- 4 Momentos eletromagnéticos nucleares
- 5 Exercícios

Momento angular do núcleo

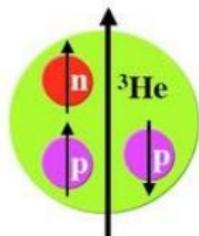


Figura: Estado final de spin do trítio.

O núcleo é um estado quântico composto de A núcleons com spins semi-inteiro, pois cada núcleon é um férmion.

Momento angular do núcleo

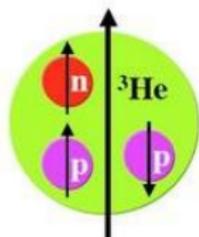


Figura: Estado final de spin do trítio.

O núcleo é um estado quântico composto de A núcleons com spins semi-inteiro, pois cada núcleon é um férmion. Uma vez que o momento angular orbital contribui somente com valores inteiros de \hbar , o momento angular total do núcleo é, então:

$$J = \begin{cases} n\hbar, & \text{se } A \text{ é par;} \\ (n + \frac{1}{2})\hbar, & \text{se } A \text{ é ímpar.} \end{cases}$$

Momento angular do núcleo

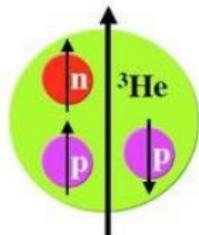


Figura: Estado final de spin do trítio.

Além disso, resultados experimentais (perturbação magnética nuclear na estrutura hiperfina de espectros atômicos) levam a condições adicionais

Momento angular do núcleo

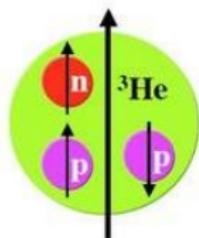


Figura: Estado final de spin do trítio.

Além disso, resultados experimentais (perturbação magnética nuclear na estrutura hiperfina de espectros atômicos) levam a condições adicionais, respectivamente, para Z e N :

$$J = \begin{cases} n\hbar, & \text{para núcleos ímpar-ímpar;} \\ (n + \frac{1}{2})\hbar, & \text{para núcleos ímpares (par-ímpar ou ímpar-par);} \\ 0, & \text{para núcleos par-par;} \end{cases}$$

Momento angular do núcleo

Em geral, tem-se um potencial central, $V = V(r)$, portanto, o momento angular é conservado: $\vec{L} = \text{const.}$ (exercício 1).

Momento angular do núcleo

Em geral, tem-se um potencial central, $V = V(r)$, portanto, o momento angular é conservado: $\vec{L} = \text{const.}$ (exercício 1).

Definindo-se o operador L^2 em coordenadas esféricas, pode-se separar a parte angular da equação diferencial em:

$$L^2|\psi\rangle = l(l+1)\hbar^2|\psi\rangle,$$

onde $l = 0, 1, 2, \dots$ é um número inteiro.

Momento angular do núcleo

Em geral, tem-se um potencial central, $V = V(r)$, portanto, o momento angular é conservado: $\vec{L} = \text{const.}$ (exercício 1).

Definindo-se o operador L^2 em coordenadas esféricas, pode-se separar a parte angular da equação diferencial em:

$$L^2|\psi\rangle = l(l+1)\hbar^2|\psi\rangle,$$

onde $l = 0, 1, 2, \dots$ é um número inteiro. Esta é uma equação de autovalores, $l(l+1)\hbar^2$, e autovetores, $|\psi\rangle$, cujas soluções são os harmônicos esféricos.

Momento angular do núcleo

Em geral, tem-se um potencial central, $V = V(r)$, portanto, o momento angular é conservado: $\vec{L} = \text{const.}$ (exercício 1).

Definindo-se o operador L^2 em coordenadas esféricas, pode-se separar a parte angular da equação diferencial em:

$$L^2|\psi\rangle = l(l+1)\hbar^2|\psi\rangle,$$

onde $l = 0, 1, 2, \dots$ é um número inteiro. Esta é uma equação de autovalores, $l(l+1)\hbar^2$, e autovetores, $|\psi\rangle$, cujas soluções são os harmônicos esféricos. Desta forma, a condição de quantização para o momento angular é:

$$L = |\vec{L}| = \sqrt{l(l+1)}\hbar, \text{ onde } l = 0, 1, 2, \dots$$

Momento angular do núcleo

Por outro lado, as projeções de \vec{L} no eixo z satisfazem à equação de autovalores e autovetores:

$$L_z|\psi \rangle = m_l \hbar |\psi \rangle,$$

onde m_l são números inteiros no intervalo $-l \leq m_l \leq +l$.

Momento angular do núcleo

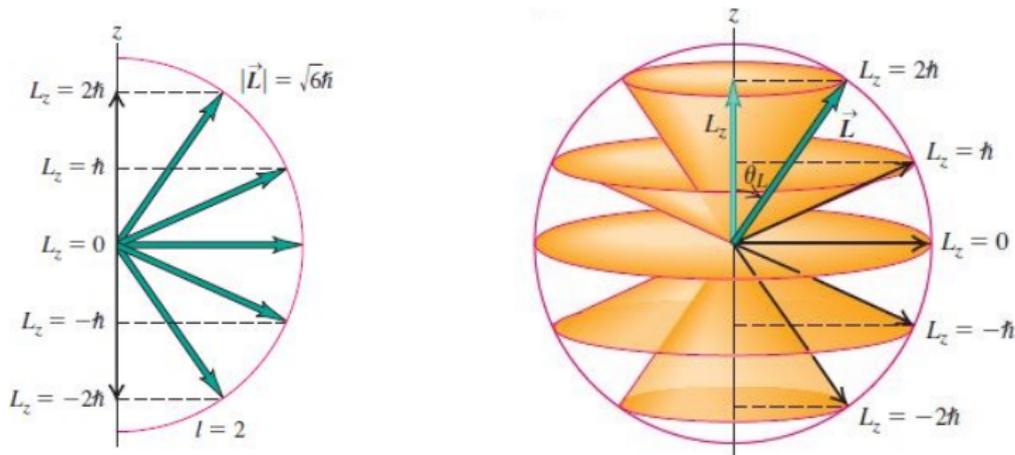


Figura: O modelo vetorial para a quantização do momento angular ($l = 2$).

Por outro lado, as projeções de \vec{L} no eixo z satisfazem à equação de autovalores e autovetores:

$$L_z |\psi\rangle = m_l \hbar |\psi\rangle,$$

onde m_l são números inteiros no intervalo $-l \leq m_l \leq +l$.

Momento angular do núcleo

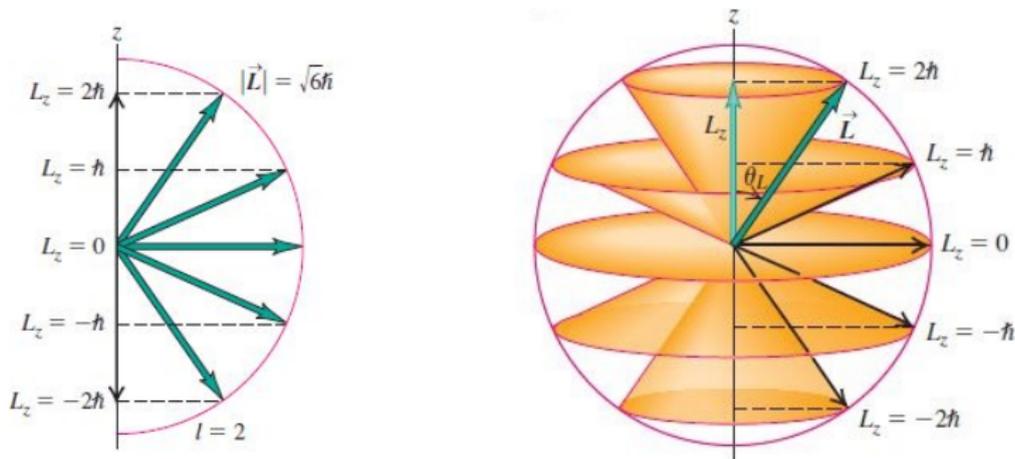


Figura: O modelo vetorial para a quantização do momento angular ($l = 2$).

Por outro lado, as projeções de \vec{L} no eixo z satisfazem à equação de autovalores e autovetores:

$$L_z |\psi\rangle = m_l \hbar |\psi\rangle,$$

onde m_l são números inteiros no intervalo $-l \leq m_l \leq +l$. Formam-se, assim, $(2l + 1)$ estados possíveis para cada valor de l .

Spin e momento angular total do núcleo

Ademais, como os núcleons são férmions (de spin $1/2$), para cada um:

$$S^2|\psi\rangle = s(s+1)\hbar^2|\psi\rangle,$$

onde s é um número semi-inteiro.

Spin e momento angular total do núcleo

Ademais, como os núcleons são férmions (de spin $1/2$), para cada um:

$$S^2|\psi\rangle = s(s+1)\hbar^2|\psi\rangle,$$

onde s é um número semi-inteiro. E as projeções de \vec{S} no eixo z satisfazem:

$$S_z|\psi\rangle = m_s\hbar|\psi\rangle,$$

onde $m_s = \pm 1/2$, formando 2 estados possíveis.

Spin e momento angular total do núcleo

O momento angular total é a soma vetorial do momento angular orbital com o spin:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

Spin e momento angular total do núcleo

O momento angular total é a soma vetorial do momento angular orbital com o spin:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S};$$

$$J_z = L_z + S_z.$$

Spin e momento angular total do núcleo

O momento angular total é a soma vetorial do momento angular orbital com o spin:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S};$$

$$J_z = L_z + S_z.$$

Assim, para cada núcleon:

$$\left\{ \begin{array}{l} J^2|\psi\rangle = j(j+1)\hbar^2|\psi\rangle \\ J_z|\psi\rangle = m_j\hbar|\psi\rangle \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{, onde } j \text{ é um número semi-inteiro;} \\ \text{, onde } m_j = m_l + m_s = m_l \pm 1/2 \text{ é um semi-inteiro} \\ \text{no intervalo: } |l - 1/2| \leq m_j \leq l + 1/2. \end{array}$$

Momento angular total do núcleo

Em notação espectroscópica nuclear:

$$L_j = \left\{ S_{1/2} \right.$$

Momento angular total do núcleo

Em notação espectroscópica nuclear:

$$L_j = \left\{ S_{1/2} : I = 0 \right.$$

Momento angular total do núcleo

Em notação espectroscópica nuclear:

$$L_j = \left\{ S_{1/2} : l = 0 \Rightarrow j = 0 + 1/2 \right.$$

Momento angular total do núcleo

Em notação espectroscópica nuclear:

$$L_j = \left\{ S_{1/2} : l = 0 \Rightarrow j = 0 + 1/2 = 1/2 \right.$$

Momento angular total do núcleo

Em notação espectroscópica nuclear:

$$L_j = \begin{cases} S_{1/2} : l = 0 \Rightarrow j = 0 + 1/2 = 1/2 \\ P_{1/2} : l = 1 \Rightarrow j = 1 - 1/2 = 1/2 \end{cases}$$

Momento angular total do núcleo

Em notação espectroscópica nuclear:

$$L_j = \begin{cases} S_{1/2} : l = 0 \Rightarrow j = 0 + 1/2 = 1/2 \\ P_{1/2} : l = 1 \Rightarrow j = 1 - 1/2 = 1/2 \\ P_{3/2} : l = 1 \Rightarrow j = 1 + 1/2 = 3/2 \end{cases}$$

Momento angular total do núcleo

Em notação espectroscópica nuclear:

$$L_j = \begin{cases} S_{1/2} : l = 0 \Rightarrow j = 0 + 1/2 = 1/2 \\ P_{1/2} : l = 1 \Rightarrow j = 1 - 1/2 = 1/2 \\ P_{3/2} : l = 1 \Rightarrow j = 1 + 1/2 = 3/2 \\ D_{3/2} : l = 2 \Rightarrow j = 2 - 1/2 = 3/2 \end{cases}$$

Momento angular total do núcleo

Em notação espectroscópica nuclear:

$$L_j = \left\{ \begin{array}{l} S_{1/2} : l = 0 \Rightarrow j = 0 + 1/2 = 1/2 \\ P_{1/2} : l = 1 \Rightarrow j = 1 - 1/2 = 1/2 \\ P_{3/2} : l = 1 \Rightarrow j = 1 + 1/2 = 3/2 \\ D_{3/2} : l = 2 \Rightarrow j = 2 - 1/2 = 3/2 \\ D_{5/2} : l = 2 \Rightarrow j = 2 + 1/2 = 5/2 \\ \vdots \end{array} \right.$$

Momento angular total do núcleo

Rigorosamente, temos que somar as contribuições dos estados de cada núcleo:

$$\vec{J}_{nucl} = \sum_{i=1}^A \vec{J}_i = \sum_{i=1}^A (\vec{L}_i + \vec{S}_i).$$

Momento angular total do núcleo

Rigorosamente, temos que somar as contribuições dos estados de cada núcleon:

$$\vec{J}_{nucl} = \sum_{i=1}^A \vec{J}_i = \sum_{i=1}^A (\vec{L}_i + \vec{S}_i).$$

Para estados em que há um caroço de estados preenchidos (com spins acoplados) e núcleons de valência:

$$\begin{cases} \vec{J} = \vec{j}^v & , \text{ onde } A \text{ é ímpar e } \vec{J} \text{ é semi-inteiro;} \\ \vdots \end{cases}$$

onde \vec{j}^v é o momento angular do núcleon de valência.

Momento angular total do núcleo

Rigorosamente, temos que somar as contribuições dos estados de cada núcleon:

$$\vec{J}_{nucl} = \sum_{i=1}^A \vec{J}_i = \sum_{i=1}^A (\vec{L}_i + \vec{S}_i).$$

Para estados em que há um caroço de estados preenchidos (com spins acoplados) e núcleons de valência:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{J} = \vec{j}^v \quad , \text{ onde } A \text{ é ímpar e } \vec{J} \text{ é semi-inteiro;} \\ \vec{J} = \vec{j}_1^v + \vec{j}_2^v \quad , \text{ onde } A \text{ é par e } \vec{J} \text{ é inteiro;} \\ \vdots \end{array} \right.$$

onde $\vec{j}_{(i)}^v$ é(são) o(s) momento(s) angular(es) do(s) núcleon(s) de valência.

Álgebra de momentos angulares

As três coordenadas dos vetores \vec{J} , \vec{L} e \vec{S} seguem a álgebra de comutação $SU(2)$.

Álgebra de momentos angulares

As três coordenadas dos vetores \vec{J} , \vec{L} e \vec{S} seguem a álgebra de comutação SU(2):

$$[L_i, L_j] = \epsilon_{ijk} i\hbar L_k,$$

$$[S_i, S_j] = \epsilon_{ijk} i\hbar S_k,$$

$$[J_i, J_j] = \epsilon_{ijk} i\hbar J_k,$$

onde ϵ_{ijk} é o tensor de Levi e Civita.

- 1 Momento angular total do núcleo
- 2 Isospin**
- 3 Paridade
- 4 Momentos eletromagnéticos nucleares
- 5 Exercícios

Isospin

Verifica-se, experimentalmente, que a massa do próton é muito próxima da massa do nêutron ($m_p \approx m_n$) e há vários casos que podem ser encontrados ($m_{\pi^0} \approx m_{\pi^\pm}$), analogamente.

Isospin

Verifica-se, experimentalmente, que a massa do próton é muito próxima da massa do nêutron ($m_p \approx m_n$) e há vários casos que podem ser encontrados ($m_{\pi^0} \approx m_{\pi^\pm}$), analogamente. Em 1932, Heisenberg sugeriu que os núcleons são 2 estados de uma mesma partícula de **isospin** $t = 1/2$, gerando $(2t + 1) = 2$ estados de carga possíveis: os prótons ou os nêutrons.

Isospin

Verifica-se, experimentalmente, que a massa do próton é muito próxima da massa do nêutron ($m_p \approx m_n$) e há vários casos que podem ser encontrados ($m_{\pi^0} \approx m_{\pi^\pm}$), analogamente. Em 1932, Heisenberg sugeriu que os núcleons são 2 estados de uma mesma partícula de **isospin** $t = 1/2$, gerando $(2t + 1) = 2$ estados de carga possíveis: os prótons ou os nêutrons. De tal forma que temos para \vec{T} :

$$T^2|\psi\rangle = t(t+1)\hbar^2|\psi\rangle,$$

onde t é um número semi-inteiro para o caso dos núcleons (prótons e nêutrons).

Isospin

Verifica-se, experimentalmente, que a massa do próton é muito próxima da massa do nêutron ($m_p \approx m_n$) e há vários casos que podem ser encontrados ($m_{\pi^0} \approx m_{\pi^\pm}$), analogamente. Em 1932, Heisenberg sugeriu que os núcleons são 2 estados de uma mesma partícula de **isospin** $t = 1/2$, gerando $(2t + 1) = 2$ estados de carga possíveis: os prótons ou os nêutrons. De tal forma que temos para \vec{T} :

$$T^2|\psi\rangle = t(t+1)\hbar^2|\psi\rangle,$$

onde t é um número semi-inteiro para o caso dos núcleons (prótons e nêutrons).

As projeções de \vec{T} no eixo z satisfazem:

$$T_z|\psi\rangle = m_t\hbar|\psi\rangle$$

Isospin

Verifica-se, experimentalmente, que a massa do próton é muito próxima da massa do nêutron ($m_p \approx m_n$) e há vários casos que podem ser encontrados ($m_{\pi^0} \approx m_{\pi^\pm}$), analogamente. Em 1932, Heisenberg sugeriu que os núcleons são 2 estados de uma mesma partícula de **isospin** $t = 1/2$, gerando $(2t + 1) = 2$ estados de carga possíveis: os prótons ou os nêutrons. De tal forma que temos para \vec{T} :

$$T^2|\psi\rangle = t(t+1)\hbar^2|\psi\rangle,$$

onde t é um número semi-inteiro para o caso dos núcleons (prótons e nêutrons).

As projeções de \vec{T} no eixo z satisfazem:

$$T_z|\psi\rangle = m_t\hbar|\psi\rangle,$$

onde $m_t = \pm 1/2$, formando 2 estados de carga possíveis:

$$\begin{cases} p (\uparrow) & : & m_t = +1/2; \\ n (\downarrow) & : & m_t = -1/2. \end{cases}$$

Isospin

Analogamente, podemos estender o conceito para outros conjuntos de partículas com massas muito próximas:

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi^+ (\uparrow) : m_t = +1; \\ \pi^0 (\rightarrow) : m_t = 0 ; \\ \pi^- (\downarrow) : m_t = -1. \end{array} \right.$$

Isospin

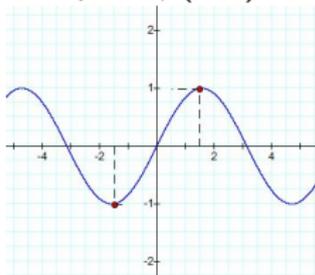
Ademais, temos a mesma álgebra $SU(2)$ para as componentes de \vec{T} :

$$[T_i, T_j] = \epsilon_{ijk} i\hbar T_k.$$

- 1 Momento angular total do núcleo
- 2 Isospin
- 3 Paridade**
- 4 Momentos eletromagnéticos nucleares
- 5 Exercícios

Paridade

[Função ímpar: $\psi(-x) = -\psi(x)$.]



[Função par: $\psi(-x) = \psi(x)$.]

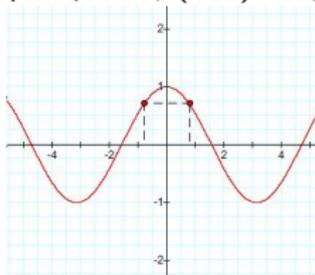


Figura: Paridade das funções de onda.

Paridade

Podemos, então, definir o **operador paridade**, tal que:

$$\hat{\Pi}\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r})$$

Paridade

Podemos, então, definir o **operador paridade**, tal que:

$$\hat{\Pi}\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r}) = \pm\psi(\vec{r})$$

Paridade

Podemos, então, definir o **operador paridade**, tal que:

$$\hat{\Pi}\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r}) = \pm\psi(\vec{r}),$$

com autovalor $+1$ para o estado $\psi(\vec{r})$ par ou -1 para o estado $\psi(\vec{r})$ ímpar.

Paridade

Podemos, então, definir o **operador paridade**, tal que:

$$\hat{\Pi}\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r}) = \pm\psi(\vec{r}),$$

com autovalor $+1$ para o estado $\psi(\vec{r})$ par ou -1 para o estado $\psi(\vec{r})$ ímpar.
As funções de onda de um potencial esfericamente simétrico,

$$\psi_{nlm}(\vec{r}) = R_n(r)Y_m^l(\theta, \varphi)$$

Paridade

Podemos, então, definir o **operador paridade**, tal que:

$$\hat{\Pi}\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r}) = \pm\psi(\vec{r}),$$

com autovalor $+1$ para o estado $\psi(\vec{r})$ par ou -1 para o estado $\psi(\vec{r})$ ímpar.

As funções de onda de um potencial esfericamente simétrico,

$\psi_{nlm}(\vec{r}) = R_n(r)Y_m^l(\theta, \varphi)$, são, sob a ação de um operador de paridade (exercício 3):

$$\hat{\Pi}\psi_{nlm}(\vec{r})$$

Paridade

Podemos, então, definir o **operador paridade**, tal que:

$$\hat{\Pi}\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r}) = \pm\psi(\vec{r}),$$

com autovalor $+1$ para o estado $\psi(\vec{r})$ par ou -1 para o estado $\psi(\vec{r})$ ímpar.

As funções de onda de um potencial esfericamente simétrico,

$\psi_{nlm}(\vec{r}) = R_n(r)Y_m^l(\theta, \varphi)$, são, sob a ação de um operador de paridade (exercício 3):

$$\hat{\Pi}\psi_{nlm}(\vec{r}) = \psi_{nlm}(-\vec{r})$$

Paridade

Podemos, então, definir o **operador paridade**, tal que:

$$\hat{\Pi}\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r}) = \pm\psi(\vec{r}),$$

com autovalor $+1$ para o estado $\psi(\vec{r})$ par ou -1 para o estado $\psi(\vec{r})$ ímpar. As funções de onda de um potencial esfericamente simétrico, $\psi_{nlm}(\vec{r}) = R_n(r)Y_m^l(\theta, \varphi)$, são, sob a ação de um operador de paridade (exercício 3):

$$\hat{\Pi}\psi_{nlm}(\vec{r}) = \psi_{nlm}(-\vec{r}) = R_n(r)Y_m^l(\pi - \theta, \varphi + \pi)$$

Paridade

Podemos, então, definir o **operador paridade**, tal que:

$$\hat{\Pi}\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r}) = \pm\psi(\vec{r}),$$

com autovalor $+1$ para o estado $\psi(\vec{r})$ par ou -1 para o estado $\psi(\vec{r})$ ímpar.

As funções de onda de um potencial esfericamente simétrico, $\psi_{nlm}(\vec{r}) = R_n(r)Y_m^l(\theta, \varphi)$, são, sob a ação de um operador de paridade (exercício 3):

$$\hat{\Pi}\psi_{nlm}(\vec{r}) = \psi_{nlm}(-\vec{r}) = R_n(r)Y_m^l(\pi - \theta, \varphi + \pi) = R_n(r)(-1)^l Y_m^l(\theta, \varphi)$$

Paridade

Podemos, então, definir o **operador paridade**, tal que:

$$\hat{\Pi}\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r}) = \pm\psi(\vec{r}),$$

com autovalor $+1$ para o estado $\psi(\vec{r})$ par ou -1 para o estado $\psi(\vec{r})$ ímpar.

As funções de onda de um potencial esfericamente simétrico,

$\psi_{nlm}(\vec{r}) = R_n(r)Y_m^l(\theta, \varphi)$, são, sob a ação de um operador de paridade (exercício 3):

$$\begin{aligned}\hat{\Pi}\psi_{nlm}(\vec{r}) &= \psi_{nlm}(-\vec{r}) = R_n(r)Y_m^l(\pi - \theta, \varphi + \pi) = R_n(r)(-1)^l Y_m^l(\theta, \varphi) = \\ &(-1)^l \psi_{nlm}(\vec{r})\end{aligned}$$

Paridade

Podemos, então, definir o **operador paridade**, tal que:

$$\hat{\Pi}\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r}) = \pm\psi(\vec{r}),$$

com autovalor $+1$ para o estado $\psi(\vec{r})$ par ou -1 para o estado $\psi(\vec{r})$ ímpar.

As funções de onda de um potencial esfericamente simétrico, $\psi_{nlm}(\vec{r}) = R_n(r)Y_m^l(\theta, \varphi)$, são, sob a ação de um operador de paridade (exercício 3):

$$\begin{aligned}\hat{\Pi}\psi_{nlm}(\vec{r}) &= \psi_{nlm}(-\vec{r}) = R_n(r)Y_m^l(\pi - \theta, \varphi + \pi) = R_n(r)(-1)^l Y_m^l(\theta, \varphi) = \\ &(-1)^l \psi_{nlm}(\vec{r}),\end{aligned}$$

ou seja, a paridade das funções dependem do momento angular orbital:

$$\Pi = (-1)^l.$$

Paridade

No caso de 2 partículas que não interagem, descritas pela função de onda $\psi(\vec{r}_1) \cdot \psi(\vec{r}_2)$, a paridade do sistema é do produto das paridades:

$$\Pi = \Pi_1 \cdot \Pi_2,$$

ou seja, a paridade é um número quântico multiplicativo.

Paridade

No caso de 2 partículas que não interagem, descritas pela função de onda $\psi(\vec{r}_1) \cdot \psi(\vec{r}_2)$, a paridade do sistema é do produto das paridades:

$$\Pi = \Pi_1 \cdot \Pi_2,$$

ou seja, a paridade é um número quântico multiplicativo.

As partículas apresentam, também, uma **paridade intrínseca**, que deve ser multiplicada à paridade orbital, isto é:

$$\begin{cases} \Pi = (-1)^l, & \text{para partículas com paridade intrínseca positiva;} \\ \Pi = (-1)^{l+1}, & \text{para partículas com paridade intrínseca negativa.} \end{cases}$$

Paridade

No caso de 2 partículas que não interagem, descritas pela função de onda $\psi(\vec{r}_1) \cdot \psi(\vec{r}_2)$, a paridade do sistema é do produto das paridades:

$$\Pi = \Pi_1 \cdot \Pi_2,$$

ou seja, a paridade é um número quântico multiplicativo.

As partículas apresentam, também, uma **paridade intrínseca**, que deve ser multiplicada à paridade orbital, isto é:

$$\begin{cases} \Pi = (-1)^l, & \text{para partículas com paridade intrínseca positiva;} \\ \Pi = (-1)^{l+1}, & \text{para partículas com paridade intrínseca negativa.} \end{cases}$$

Verifica-se, experimentalmente, que, para os núcleons: $\Pi_p = \Pi_n = +1$.

Paridade

No caso de 2 partículas que não interagem, descritas pela função de onda $\psi(\vec{r}_1) \cdot \psi(\vec{r}_2)$, a paridade do sistema é do produto das paridades:

$$\Pi = \Pi_1 \cdot \Pi_2,$$

ou seja, a paridade é um número quântico multiplicativo.

As partículas apresentam, também, uma **paridade intrínseca**, que deve ser multiplicada à paridade orbital, isto é:

$$\begin{cases} \Pi = (-1)^l, & \text{para partículas com paridade intrínseca positiva;} \\ \Pi = (-1)^{l+1}, & \text{para partículas com paridade intrínseca negativa.} \end{cases}$$

Verifica-se, experimentalmente, que, para os núcleons: $\Pi_p = \Pi_n = +1$, e, para os píons: $\Pi_\pi = -1$.

Paridade

Denotaremos: J^π , por exemplo: $0^+, 1^-, 1^+, 1/2^+, 3/2^-, \dots$

- 1 Momento angular total do núcleo
- 2 Isospin
- 3 Paridade
- 4 Momentos eletromagnéticos nucleares**
 - Valores esperados
 - Magnéton nuclear
 - O fator-g de Landé
- 5 Exercícios

Momentos eletromagnéticos nucleares

O potencial elétrico pode ser expandido numa série de momentos eletromagnéticos

Momentos eletromagnéticos nucleares

O potencial elétrico pode ser expandido numa série de momentos eletromagnéticos:

$$\phi(r) = \frac{q}{r} + \dots,$$

onde q é o momento de monopolo.

Momentos eletromagnéticos nucleares

O potencial elétrico pode ser expandido numa série de momentos eletromagnéticos:

$$\phi(r) = \frac{q}{r} + \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3} + \dots,$$

onde q é o momento de monopolo e \vec{p} é o momento de dipolo.

Momentos eletromagnéticos nucleares

O potencial elétrico pode ser expandido numa série de momentos eletromagnéticos:

$$\phi(r) = \frac{q}{r} + \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3} + \frac{1}{2} \sum_{ij} Q_{ij} \frac{r_i r_j}{r^5} + \dots,$$

onde q é o momento de monopolo, \vec{p} é o momento de dipolo e Q_{ij} é o tensor momento de quadrupolo.

Momentos eletromagnéticos nucleares

O potencial elétrico pode ser expandido numa série de momentos eletromagnéticos:

$$\phi(r) = \frac{q}{r} + \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3} + \frac{1}{2} \sum_{ij} Q_{ij} \frac{r_i r_j}{r^5} + \dots,$$

onde q é o momento de monopolo, \vec{p} é o momento de dipolo e Q_{ij} é o tensor momento de quadrupolo.

Como $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$, vem:

$$\vec{E} \propto 1/r^2 \text{ (monopolo)}$$

Momentos eletromagnéticos nucleares

O potencial elétrico pode ser expandido numa série de momentos eletromagnéticos:

$$\phi(r) = \frac{q}{r} + \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3} + \frac{1}{2} \sum_{ij} Q_{ij} \frac{r_i r_j}{r^5} + \dots,$$

onde q é o momento de monopolo, \vec{p} é o momento de dipolo e Q_{ij} é o tensor momento de quadrupolo.

Como $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$, vem:

$$\vec{E} \propto 1/r^2 \text{ (monopolo)}$$

$$\vec{E} \propto 1/r^3 \text{ (dipolo)}$$

Momentos eletromagnéticos nucleares

O potencial elétrico pode ser expandido numa série de momentos eletromagnéticos:

$$\phi(r) = \frac{q}{r} + \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3} + \frac{1}{2} \sum_{ij} Q_{ij} \frac{r_i r_j}{r^5} + \dots,$$

onde q é o momento de monopolo, \vec{p} é o momento de dipolo e Q_{ij} é o tensor momento de quadrupolo.

Como $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$, vem:

$$\vec{E} \propto 1/r^2 \text{ (monopolo)}$$

$$\vec{E} \propto 1/r^3 \text{ (dipolo)}$$

$$\vec{E} \propto 1/r^4 \text{ (quadrupolo)}$$

Momentos eletromagnéticos nucleares

Os momentos de multipolo magnéticos comportam-se similarmente, com a exceção de que o momento de monopolo magnético não existe — ou é extremamente raro.

Momentos eletromagnéticos nucleares

Os momentos de multipolo magnéticos comportam-se similarmente, com a exceção de que o momento de monopolo magnético não existe — ou é extremamente raro —, o que torna possível a definição do potencial vetor \vec{A} , tal que o campo magnético é dado por: $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$.

Momentos eletromagnéticos nucleares

Os momentos de multipolo magnéticos comportam-se similarmente, com a exceção de que o momento de monopolo magnético não existe — ou é extremamente raro —, o que torna possível a definição do potencial vetor \vec{A} , tal que o campo magnético é dado por: $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$. O termo mais importante do potencial vetor é o dipolo magnético:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\vec{\mu} \times \vec{r}}{r^3} + \dots,$$

onde $\vec{\mu}$ é o *momento de dipolo magnético*.

Valores esperados

O valor esperado para um momento de multipolo \hat{O} é:

$$\langle \hat{O} \rangle = \int \psi^* \hat{O} \psi d^3r,$$

onde a integral dá zero se o operador for ímpar.

Valores esperados

O valor esperado para um momento de multipolo \hat{O} é:

$$\langle \hat{O} \rangle = \int \psi^* \hat{O} \psi d^3r,$$

onde a integral dá zero se o operador for ímpar.

Agora, sabe-se que a paridade dos momentos de multipolo dependem da sua ordem L , de acordo com:

$$\Pi = (-1)^L, \text{ para os momentos elétricos;}$$

onde $L = 0$ (monopolo), 1 (dipolo), 2 (quadrupolo), ...

Valores esperados

O valor esperado para um momento de multipolo \hat{O} é:

$$\langle \hat{O} \rangle = \int \psi^* \hat{O} \psi d^3r,$$

onde a integral dá zero se o operador for ímpar.

Agora, sabe-se que a paridade dos momentos de multipolo dependem da sua ordem L , de acordo com:

$$\Pi = (-1)^L \quad , \text{ para os momentos elétricos;}$$

$$\Pi = (-1)^{L+1} \quad , \text{ para os momentos magnéticos,}$$

onde $L = 0$ (monopolo), 1 (dipolo), 2 (quadrupolo), ...

Valores esperados

O valor esperado para um momento de multipolo \hat{O} é:

$$\langle \hat{O} \rangle = \int \psi^* \hat{O} \psi d^3r,$$

onde a integral dá zero se o operador for ímpar.

Agora, sabe-se que a paridade dos momentos de multipolo dependem da sua ordem L , de acordo com:

$$\Pi = (-1)^L \quad , \text{ para os momentos elétricos;}$$

$$\Pi = (-1)^{L+1} \quad , \text{ para os momentos magnéticos,}$$

onde $L = 0$ (monopolo), 1 (dipolo), 2 (quadropolo), ...

Assim $\langle \hat{O} \rangle = 0$ para o monopolo magnético, dipolo elétrico, quadropolo magnético, octupolo elétrico, hexadecupolo magnético, etc.

Valores esperados

Os momentos de ordem mais baixa que dão maiores informações sobre a estrutura nuclear são:

monopolo elétrico: $q = \int \rho(\vec{r}') d^3 r'$,

onde $\rho(\vec{r})$ é a densidade de carga.

Valores esperados

Os momentos de ordem mais baixa que dão maiores informações sobre a estrutura nuclear são:

monopolo elétrico: $q = \int \rho(\vec{r}') d^3 r'$,

dipolo magnético: $\vec{\mu} = \frac{1}{2} \int (\vec{r}' \times \vec{J}(\vec{r}')) d^3 r'$,

onde $\rho(\vec{r})$ é a densidade de carga e $\vec{J}(\vec{r})$ a densidade de corrente.

Valores esperados

Os momentos de ordem mais baixa que dão maiores informações sobre a estrutura nuclear são:

monopolo elétrico: $q = \int \rho(\vec{r}') d^3 r'$,

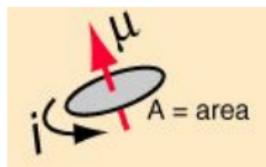
dipolo magnético: $\vec{\mu} = \frac{1}{2} \int (\vec{r}' \times \vec{J}(\vec{r}')) d^3 r'$, (1)

quadrupolo elétrico: $Q_{ij} = \int (3r'_i r'_j - r'^2 \delta_{ij}) \rho(\vec{r}') d^3 r'$,

onde $\rho(\vec{r})$ é a densidade de carga e $\vec{J}(\vec{r})$ a densidade de corrente.

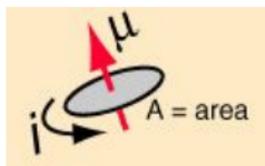
Magnéton nuclear

Seja uma espira circular de raio r e corrente i :



Magnéton nuclear

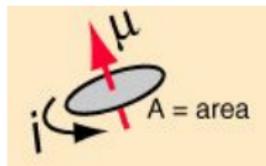
Seja uma espira circular de raio r e corrente i , seu dipolo magnético é:



$$\mu = i\pi r^2$$

Magnéton nuclear

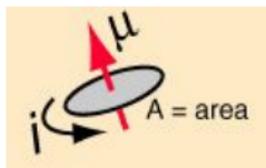
Seja uma espira circular de raio r e corrente i , seu dipolo magnético é:



$$\mu = i\pi r^2 = \frac{e}{T}\pi r^2$$

Magnéton nuclear

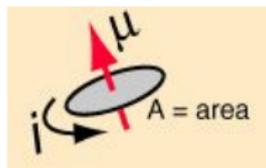
Seja uma espira circular de raio r e corrente i , seu dipolo magnético é:



$$\mu = i\pi r^2 = \frac{e}{T}\pi r^2 = \frac{e}{2\pi r/v}\pi r^2$$

Magnéton nuclear

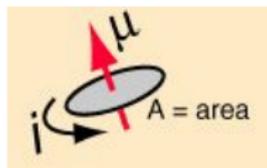
Seja uma espira circular de raio r e corrente i , seu dipolo magnético é:



$$\mu = i\pi r^2 = \frac{e}{T}\pi r^2 = \frac{e}{2\pi f/v}\pi r^2$$

Magnéton nuclear

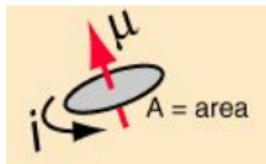
Seja uma espira circular de raio r e corrente i , seu dipolo magnético é:



$$\mu = i\pi r^2 = \frac{e}{T}\pi r^2 = \frac{e}{2\pi f/v}\pi r^2 = \frac{e}{2}(vr)$$

Magnéton nuclear

Seja uma espira circular de raio r e corrente i , seu dipolo magnético é:



$$\mu = i\pi r^2 = \frac{e}{T}\pi r^2 = \frac{e}{2\pi f/v}\pi r^2 = \frac{e}{2}(vr) = \frac{e}{2}\left(\frac{l}{m}\right),$$

onde usamos que o momento angular, neste caso, é: $l = mvr$.

Magnéton nuclear

Substituindo o momento angular clássico pelo observável quântico ($I \rightarrow L_z$)

Magnéton nuclear

Substituindo o momento angular clássico pelo observável quântico ($l \rightarrow L_z$) e tomando sua máxima projeção¹, vem que:

$$\mu = \frac{e}{2m}(l\hbar)$$

¹Os autovalores de L_z são $m_l\hbar$, onde $-l \leq m_l \leq l$. Assim o maior valor possível é $L_z = l\hbar$.

Magnéton nuclear

Substituindo o momento angular clássico pelo observável quântico ($I \rightarrow L_z$) e tomando sua máxima projeção, vem que:

$$\mu = \frac{e}{2m}(I\hbar) = \left(\frac{e\hbar}{2m}\right) I$$

Magnéton nuclear

Substituindo o momento angular clássico pelo observável quântico ($I \rightarrow L_z$) e tomando sua máxima projeção, vem que:

$$\mu = \frac{e}{2m} (I\hbar) = \left(\frac{e\hbar}{2m} \right) I \equiv \mu I$$

Magnéton nuclear

Substituindo o momento angular clássico pelo observável quântico ($l \rightarrow L_z$) e tomando sua máxima projeção, vem que:

$$\mu = \frac{e}{2m}(l\hbar) = \left(\frac{e\hbar}{2m}\right) l \equiv \mu l,$$

onde, para o caso atômico ($m = m_e$): $\mu = \mu_B$ é o *magnéton de Bohr*:

$$\mu_B = 5,7884 \cdot 10^{-5} \text{ eV/T},$$

Magnéton nuclear

Substituindo o momento angular clássico pelo observável quântico ($I \rightarrow L_z$) e tomando sua máxima projeção, vem que:

$$\mu = \frac{e}{2m}(I\hbar) = \left(\frac{e\hbar}{2m}\right) I \equiv \mu I,$$

onde, para o caso atômico ($m = m_e$): $\mu = \mu_B$ é o *magnéton de Bohr*; e para o caso nuclear ($m = m_p$): $\mu = \mu_N$ é o *magnéton nuclear*:

$$\mu_B = 5,7884 \cdot 10^{-5} \text{ eV/T},$$

$$\mu_N = 3,1525 \cdot 10^{-8} \text{ eV/T}$$

Magnéton nuclear

Substituindo o momento angular clássico pelo observável quântico ($l \rightarrow L_z$) e tomando sua máxima projeção, vem que:

$$\mu = \frac{e}{2m}(l\hbar) = \left(\frac{e\hbar}{2m}\right) l \equiv \mu l,$$

onde, para o caso atômico ($m = m_e$): $\mu = \mu_B$ é o *magnéton de Bohr*; e para o caso nuclear ($m = m_p$): $\mu = \mu_N$ é o *magnéton nuclear*:

$$\mu_B = 5,7884 \cdot 10^{-5} \text{ eV/T},$$

$$\mu_N = 3,1525 \cdot 10^{-8} \text{ eV/T},$$

onde usamos que a energia potencial de um dipolo magnético $\vec{\mu}$ sob a ação de um campo magnético \vec{B} é $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ e, por isso, em física nuclear, a unidade adotada para o dipolo magnético é eV/T.

Magnéton nuclear

Substituindo o momento angular clássico pelo observável quântico ($l \rightarrow L_z$) e tomando sua máxima projeção, vem que:

$$\mu = \frac{e}{2m}(l\hbar) = \left(\frac{e\hbar}{2m}\right)l \equiv \mu l,$$

onde, para o caso atômico ($m = m_e$): $\mu = \mu_B$ é o *magnéton de Bohr*; e para o caso nuclear ($m = m_p$): $\mu = \mu_N$ é o *magnéton nuclear*:

$$\mu_B = 5,7884 \cdot 10^{-5} \text{ eV/T}$$

$$\mu_N = 3,1525 \cdot 10^{-8} \text{ eV/T},$$

onde usamos que a energia potencial de um dipolo magnético $\vec{\mu}$ sob a ação de um campo magnético \vec{B} é $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ e, por isso, em física nuclear, a unidade adotada para o dipolo magnético é eV/T. Como $\mu_N \ll \mu_B$, verificamos que os efeitos magnéticos atômicos são muito mais importantes que os nucleares.

O fator-g de Landé

Reescrevendo: $\mu = g_I \mu_N I$, onde g_I é o **fator-g** de Landé, teremos, no caso orbital:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{prótons:} \quad g_I = 1 \\ \text{nêutrons:} \quad g_I = 0 \end{array} \right.$$

O fator-g de Landé

Reescrevendo: $\mu = g_I \mu_N I$, onde g_I é o **fator-g** de Landé, teremos, no caso orbital:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{prótons:} & g_I = 1 \\ \text{nêutrons:} & g_I = 0 \end{array} \right.$$

E, reescrevendo, para o spin: $\mu = g_s \mu_N S$, esperaríamos (para $s = 1/2$):

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{prótons ou elétrons:} & g_s = 2 \\ \text{nêutrons:} & g_s = 0 \end{array} \right.$$

O fator-g de Landé

Reescrevendo: $\mu = g_l \mu_N l$, onde g_l é o **fator-g** de Landé, teremos, no caso orbital:

$$\begin{cases} \text{prótons:} & g_l = 1 \\ \text{nêutrons:} & g_l = 0 \end{cases}$$

E, reescrevendo, para o spin: $\mu = g_s \mu_N s$, esperaríamos (para $s = 1/2$):

$$\begin{cases} \text{prótons ou elétrons:} & g_s = 2 \\ \text{nêutrons:} & g_s = 0 \end{cases}$$

mas,

$$\begin{cases} \text{elétrons:} & g_s = 2,0023 \\ \text{prótons:} & g_s = 5,5857 \\ \text{nêutrons:} & g_s = -3,8261 \end{cases}$$

O fator-g de Landé

Reescrevendo: $\mu = g_l \mu_N l$, onde g_l é o **fator-g** de Landé, teremos, no caso orbital:

$$\begin{cases} \text{prótons:} & g_l = 1 \\ \text{nêutrons:} & g_l = 0 \end{cases}$$

E, reescrevendo, para o spin: $\mu = g_s \mu_N s$, esperaríamos (para $s = 1/2$):

$$\begin{cases} \text{prótons ou elétrons:} & g_s = 2 \\ \text{nêutrons:} & g_s = 0 \end{cases}$$

mas,

$$\begin{cases} \text{elétrons:} & g_s = 2,0023 & \leftarrow \text{ok (eletrodinâmica quântica)} \\ \text{prótons:} & g_s = 5,5857 \\ \text{nêutrons:} & g_s = -3,8261 \end{cases}$$

O fator-g de Landé

Reescrevendo: $\mu = g_l \mu_N l$, onde g_l é o **fator-g** de Landé, teremos, no caso orbital:

$$\begin{cases} \text{prótons:} & g_l = 1 \\ \text{nêutrons:} & g_l = 0 \end{cases}$$

E, reescrevendo, para o spin: $\mu = g_s \mu_N s$, esperaríamos (para $s = 1/2$):

$$\begin{cases} \text{prótons ou elétrons:} & g_s = 2 \\ \text{nêutrons:} & g_s = 0 \end{cases}$$

mas,

$$\begin{cases} \text{elétrons:} & g_s = 2,0023 & \leftarrow \text{ok (eletrodinâmica quântica)} \\ \text{prótons:} & g_s = 5,5857 & \sim 2 + 3,6 \\ \text{nêutrons:} & g_s = -3,8261 \end{cases}$$

O fator-g de Landé

Reescrevendo: $\mu = g_I \mu_N I$, onde g_I é o **fator-g** de Landé, teremos, no caso orbital:

$$\begin{cases} \text{prótons:} & g_I = 1 \\ \text{nêutrons:} & g_I = 0 \end{cases}$$

E, reescrevendo, para o spin: $\mu = g_s \mu_N s$, esperaríamos (para $s = 1/2$):

$$\begin{cases} \text{prótons ou elétrons:} & g_s = 2 \\ \text{nêutrons:} & g_s = 0 \end{cases}$$

mas,

$$\begin{cases} \text{elétrons:} & g_s = 2,0023 & \leftarrow \text{ok (eletrodinâmica quântica)} \\ \text{prótons:} & g_s = 5,5857 & \sim 2 + 3,6 \\ \text{nêutrons:} & g_s = -3,8261 & \sim 0 - 3,8 \end{cases}$$

O fator-g de Landé

Reescrevendo: $\mu = g_l \mu_N l$, onde g_l é o **fator-g** de Landé, teremos, no caso orbital:

$$\begin{cases} \text{prótons:} & g_l = 1 \\ \text{nêutrons:} & g_l = 0 \end{cases}$$

E, reescrevendo, para o spin: $\mu = g_s \mu_N s$, esperaríamos (para $s = 1/2$):

$$\begin{cases} \text{prótons ou elétrons:} & g_s = 2 \\ \text{nêutrons:} & g_s = 0 \end{cases}$$

mas,

$$\begin{cases} \text{elétrons:} & g_s = 2,0023 & \leftarrow \text{ok (eletrodinâmica quântica)} \\ \text{prótons:} & g_s = 5,5857 & \sim 2 + 3,6 \\ \text{nêutrons:} & g_s = -3,8261 & \sim 0 - 3,8 \end{cases}$$

os desvios são por valores parecidos e verifica-se que o nêutron (sem carga elétrica) tem $g_s \neq 0$, que é um indício de sua estrutura interna: as correntes internas dos constituintes (quarks) geram o spin.

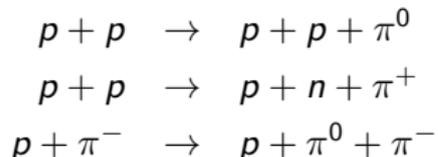
- 1 Momento angular total do núcleo
- 2 Isospin
- 3 Paridade
- 4 Momentos eletromagnéticos nucleares
- 5 Exercícios**

Exercícios

- 1 Mostre que para um potencial esfericamente simétrico, $V = V(r)$, o momento angular é conservado.
Dicas: tome $\vec{F} = -\nabla V(r)$ em coordenadas esféricas e $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$.

Exercícios

- 2 Observe as seguintes reações:



Note que o número de núcleons (bárions) mantém-se constante, antes e depois das reações, o que sugere a introdução do **número bariônico**, B , tal que:

$$B_p = B_n = 1, B_\pi = 0, B_{e,\nu} = 0, \dots$$

$$B_{\text{bárions}} = 1, B_{\text{mésons}} = B_{\text{léptons}} = 0.$$

Mostre que, nessas reações, a carga é conservada:

$$q = m_t + B/2,$$

onde m_t é o autovalor de isospin de cada partícula.

Exercícios

- ④ A partir de algumas expressões explícitas dos harmônicos esféricos, mostre que a paridade dessas funções dependem da parte orbital com $\Pi = (-1)^l$.

Exercícios

- 4 Determine a paridade dos estados $S_{1/2}$, $P_{1/2}$, $P_{3/2}$ e $D_{5/2}$, sabendo que $\Pi = (-1)^l$. Expresse sua resposta utilizando-se da notação J^Π .

Exercícios

- 5 Sabendo que o elétron, o próton e o nêutron têm spin $1/2$ e que o spin do deutério é 1, mostre porque não pode haver $(A-Z)$ elétrons nucleares.

Referências

-  R. Eisberg & R. Resnick, *Física Quântica*, Elsevier (1979).
-  Introdução à Física Nuclear, H. Schechter, Ed. UFRJ (2007).