

# Aula 7: Modelos nucleares - I

## Introdução à Física Nuclear

Prof. Marcelo A. Leigui de Oliveira

Centro de Ciências Naturais e Humanas  
Universidade Federal do ABC  
Av. dos Estados, 5001  
09210-580 Santo André-SP

22 de outubro de 2024



Universidade Federal do ABC

- 1 Introdução
- 2 Energia de ligação e de separação
- 3 Modelo da gota líquida
- 4 Modelo do gás de Fermi
- 5 Exercícios

Nas aulas anteriores, vimos que a força de interação entre os núcleons não é completamente conhecida.

Nas aulas anteriores, vimos que a força de interação entre os núcleons não é completamente conhecida. Além disso, os problemas da física nuclear, em geral, estão relacionados com quantidades de partículas de difícil tratamento estatístico.

Nas aulas anteriores, vimos que a força de interação entre os núcleons não é completamente conhecida. Além disso, os problemas da física nuclear, em geral, estão relacionados com quantidades de partículas de difícil tratamento estatístico. Diante dessas dificuldades, há uma grande necessidade de descrever-se as propriedades dos núcleos através de modelos.

Nas aulas anteriores, vimos que a força de interação entre os núcleons não é completamente conhecida. Além disso, os problemas da física nuclear, em geral, estão relacionados com quantidades de partículas de difícil tratamento estatístico. Diante dessas dificuldades, há uma grande necessidade de descrever-se as propriedades dos núcleos através de modelos. Os modelos nucleares se dividem em duas classes principais:

Nas aulas anteriores, vimos que a força de interação entre os núcleons não é completamente conhecida. Além disso, os problemas da física nuclear, em geral, estão relacionados com quantidades de partículas de difícil tratamento estatístico. Diante dessas dificuldades, há uma grande necessidade de descrever-se as propriedades dos núcleos através de modelos. Os modelos nucleares se dividem em duas classes principais:

- os *modelos de partícula independente*, que tratam os núcleons como partículas independentes; p.ex.: o modelo do gás de Fermi, ou o modelo de camadas;

Nas aulas anteriores, vimos que a força de interação entre os núcleons não é completamente conhecida. Além disso, os problemas da física nuclear, em geral, estão relacionados com quantidades de partículas de difícil tratamento estatístico. Diante dessas dificuldades, há uma grande necessidade de descrever-se as propriedades dos núcleos através de modelos. Os modelos nucleares se dividem em duas classes principais:

- os *modelos de partícula independente*, que tratam os núcleons como partículas independentes; p.ex.: o modelo do gás de Fermi, ou o modelo de camadas;
- os *modelos coletivos*, que admitem fortes interações entre os núcleons; p.ex.: o modelo da gota líquida.

- 1 Introdução
- 2 Energia de ligação e de separação**
- 3 Modelo da gota líquida
- 4 Modelo do gás de Fermi
- 5 Exercícios

# Energia de ligação

Verifica-se, experimentalmente, que a massa do núcleo é menor que a soma das massas de seus constituintes.

# Energia de ligação

Verifica-se, experimentalmente, que a massa do núcleo é menor que a soma das massas de seus constituintes. A diferença de massa é a *energia de ligação* do núcleo dividida por  $c^2$ . Chamando-se  $\delta m = -\Delta m$  de *déficit de massa*

# Energia de ligação

Verifica-se, experimentalmente, que a massa do núcleo é menor que a soma das massas de seus constituintes. A diferença de massa é a *energia de ligação* do núcleo dividida por  $c^2$ . Chamando-se  $\delta m = -\Delta m$  de *déficit de massa*, a **energia de ligação**,  $B$ , é, então:

$$B = \delta mc^2,$$

onde  $c$  é a velocidade da luz no vácuo.

# Energia de ligação

## Exemplo 1:

Analisemos o caso do dêuteron ( $d \equiv {}^2\text{H}$ ).

# Energia de ligação

## Exemplo 1:

Analisemos o caso do dêuteron ( $d \equiv {}^2\text{H}$ ). Para isto, vamos tomar os dados da Tabela 1 da Aula 2:

$$m({}^2\text{H}) = 2,014102u, \quad m({}^1\text{H}) = 1,007825u, \quad m_n = 1,008665u$$

# Energia de ligação

## Exemplo 1:

Analisemos o caso do dêuteron ( $d \equiv {}^2\text{H}$ ). Para isto, vamos tomar os dados da Tabela 1 da Aula 2:

$$m({}^2\text{H}) = 2,014102u, \quad m({}^1\text{H}) = 1,007825u, \quad m_n = 1,008665u,$$

onde as massas são dadas em função da unidade de massa atômica

# Energia de ligação

## Exemplo 1:

Analisemos o caso do dêuteron ( $d \equiv {}^2\text{H}$ ). Para isto, vamos tomar os dados da Tabela 1 da Aula 2:

$$m({}^2\text{H}) = 2,014102u, \quad m({}^1\text{H}) = 1,007825u, \quad m_n = 1,008665u,$$

onde as massas são dadas em função da unidade de massa atômica, que, sabemos, vale:  $u = 931,5 \text{ MeV}/c^2$ .

# Energia de ligação

## Exemplo 1:

Analisemos o caso do dêuteron ( $d \equiv {}^2\text{H}$ ). Para isto, vamos tomar os dados da Tabela 1 da Aula 2:

$$m({}^2\text{H}) = 2,014102u, \quad m({}^1\text{H}) = 1,007825u, \quad m_n = 1,008665u,$$

onde as massas são dadas em função da unidade de massa atômica, que, sabemos, vale:  $u = 931,5 \text{ MeV}/c^2$ .

A soma das massas dos constituintes do dêuteron :

$$1,007825u + 1,008665u$$

# Energia de ligação

## Exemplo 1:

Analisemos o caso do dêuteron ( $d \equiv {}^2\text{H}$ ). Para isto, vamos tomar os dados da Tabela 1 da Aula 2:

$$m({}^2\text{H}) = 2,014102u, \quad m({}^1\text{H}) = 1,007825u, \quad m_n = 1,008665u,$$

onde as massas são dadas em função da unidade de massa atômica, que, sabemos, vale:  $u = 931,5 \text{ MeV}/c^2$ .

A soma das massas dos constituintes do dêuteron :

$$1,007825u + 1,008665u = 2,016490u$$

# Energia de ligação

## Exemplo 1:

Analisemos o caso do dêuteron ( $d \equiv {}^2\text{H}$ ). Para isto, vamos tomar os dados da Tabela 1 da Aula 2:

$$m({}^2\text{H}) = 2,014102u, \quad m({}^1\text{H}) = 1,007825u, \quad m_n = 1,008665u,$$

onde as massas são dadas em função da unidade de massa atômica, que, sabemos, vale:  $u = 931,5 \text{ MeV}/c^2$ .

A soma das massas dos constituintes do dêuteron é maior que a sua massa:

$$1,007825u + 1,008665u = 2,016490u > 2,014102u.$$

# Energia de ligação

## Exemplo 1:

Analisemos o caso do dêuteron ( $d \equiv {}^2\text{H}$ ). Para isto, vamos tomar os dados da Tabela 1 da Aula 2:

$$m({}^2\text{H}) = 2,014102u, \quad m({}^1\text{H}) = 1,007825u, \quad m_n = 1,008665u,$$

onde as massas são dadas em função da unidade de massa atômica, que, sabemos, vale:  $u = 931,5 \text{ MeV}/c^2$ .

A soma das massas dos constituintes do dêuteron é maior que a sua massa:

$$1,007825u + 1,008665u = 2,016490u > 2,014102u.$$

Neste caso, o déficit de massa é:

$$\delta m = m({}^1\text{H}) + m_n - m({}^2\text{H})$$

# Energia de ligação

## Exemplo 1:

Analisemos o caso do dêuteron ( $d \equiv {}^2\text{H}$ ). Para isto, vamos tomar os dados da Tabela 1 da Aula 2:

$$m({}^2\text{H}) = 2,014102u, \quad m({}^1\text{H}) = 1,007825u, \quad m_n = 1,008665u,$$

onde as massas são dadas em função da unidade de massa atômica, que, sabemos, vale:  $u = 931,5 \text{ MeV}/c^2$ .

A soma das massas dos constituintes do dêuteron é maior que a sua massa:

$$1,007825u + 1,008665u = 2,016490u > 2,014102u.$$

Neste caso, o déficit de massa é:

$$\delta m = m({}^1\text{H}) + m_n - m({}^2\text{H}) = 0,002388 u$$

# Energia de ligação

## Exemplo 1:

Analisemos o caso do dêuteron ( $d \equiv {}^2\text{H}$ ). Para isto, vamos tomar os dados da Tabela 1 da Aula 2:

$$m({}^2\text{H}) = 2,014102u, \quad m({}^1\text{H}) = 1,007825u, \quad m_n = 1,008665u,$$

onde as massas são dadas em função da unidade de massa atômica, que, sabemos, vale:  $u = 931,5 \text{ MeV}/c^2$ .

A soma das massas dos constituintes do dêuteron é maior que a sua massa:

$$1,007825u + 1,008665u = 2,016490u > 2,014102u.$$

Neste caso, o déficit de massa é:

$$\delta m = m({}^1\text{H}) + m_n - m({}^2\text{H}) = 0,002388 u = 2,224 \text{ MeV}/c^2.$$

# Energia de ligação

## Exemplo 1:

Analisemos o caso do dêuteron ( $d \equiv {}^2\text{H}$ ). Para isto, vamos tomar os dados da Tabela 1 da Aula 2:

$$m({}^2\text{H}) = 2,014102u, \quad m({}^1\text{H}) = 1,007825u, \quad m_n = 1,008665u,$$

onde as massas são dadas em função da unidade de massa atômica, que, sabemos, vale:  $u = 931,5 \text{ MeV}/c^2$ .

A soma das massas dos constituintes do dêuteron é maior que a sua massa:

$$1,007825u + 1,008665u = 2,016490u > 2,014102u.$$

Neste caso, o déficit de massa é:

$$\delta m = m({}^1\text{H}) + m_n - m({}^2\text{H}) = 0,002388 u = 2,224 \text{ MeV}/c^2.$$

Assim, a energia de ligação é:

$$B = \delta mc^2 = 2,224 \text{ MeV}.$$

# Energia de ligação

## Exemplo 1:

Analisemos o caso do dêuteron ( $d \equiv {}^2\text{H}$ ). Para isto, vamos tomar os dados da Tabela 1 da Aula 2:

$$m({}^2\text{H}) = 2,014102u, \quad m({}^1\text{H}) = 1,007825u, \quad m_n = 1,008665u,$$

onde as massas são dadas em função da unidade de massa atômica, que, sabemos, vale:  $u = 931,5 \text{ MeV}/c^2$ .

A soma das massas dos constituintes do dêuteron é maior que a sua massa:

$$1,007825u + 1,008665u = 2,016490u > 2,014102u.$$

Neste caso, o déficit de massa é:

$$\delta m = m({}^1\text{H}) + m_n - m({}^2\text{H}) = 0,002388 u = 2,224 \text{ MeV}/c^2.$$

Assim, a energia de ligação é:

$$B = \delta mc^2 = 2,224 \text{ MeV}.$$

Vimos que um valor moderno da energia de ligação do dêuteron é:

$$B_d = (2,22464 \pm 0,00005) \text{ MeV}.$$

# Energia de ligação

Seja um núcleo composto,  ${}^A_ZX$ , cuja massa é  $m(A, Z)$

# Energia de ligação

Seja um núcleo composto,  ${}^A_ZX$ , cuja massa é  $m(A, Z)$  e  $m({}^A_ZX)$ , ou  $m({}^AX)$ , a massa atômica do nuclídeo correspondente.

# Energia de ligação

Seja um núcleo composto,  ${}^A_ZX$ , cuja massa é  $m(A, Z)$  e  $m({}^A_ZX)$ , ou  $m({}^AX)$ , a massa atômica do nuclídeo correspondente. Sejam  $m_p$ ,  $m_n$  e  $m_e$  as massas do próton, do nêutron e do elétron, respectivamente

# Energia de ligação

Seja um núcleo composto,  ${}^A_ZX$ , cuja massa é  $m(A, Z)$  e  $m({}^A_ZX)$ , ou  $m({}^AX)$ , a massa atômica do nuclídeo correspondente. Sejam  $m_p$ ,  $m_n$  e  $m_e$  as massas do próton, do nêutron e do elétron, respectivamente, então:

$$m(A, Z)c^2 = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - B$$

# Energia de ligação

Seja um núcleo composto,  ${}^A_ZX$ , cuja massa é  $m(A, Z)$  e  $m({}^A_ZX)$ , ou  $m({}^AX)$ , a massa atômica do nuclídeo correspondente. Sejam  $m_p$ ,  $m_n$  e  $m_e$  as massas do próton, do nêutron e do elétron, respectivamente, então:

$$m(A, Z)c^2 = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - B \Rightarrow$$

$$[m({}^AX) - Zm_e]c^2 = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - B$$

# Energia de ligação

Seja um núcleo composto,  ${}^A_ZX$ , cuja massa é  $m(A, Z)$  e  $m({}^A_ZX)$ , ou  $m({}^AX)$ , a massa atômica do nuclídeo correspondente. Sejam  $m_p$ ,  $m_n$  e  $m_e$  as massas do próton, do nêutron e do elétron, respectivamente, então:

$$m(A, Z)c^2 = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - B \Rightarrow$$

$$[m({}^AX) - Zm_e]c^2 = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - B \Rightarrow$$

$$m({}^AX)c^2 = Z(m_p + m_e)c^2 + Nm_n c^2 - B$$

# Energia de ligação

Seja um núcleo composto,  ${}^A_ZX$ , cuja massa é  $m(A, Z)$  e  $m({}^A_ZX)$ , ou  $m({}^AX)$ , a massa atômica do nuclídeo correspondente. Sejam  $m_p$ ,  $m_n$  e  $m_e$  as massas do próton, do nêutron e do elétron, respectivamente, então:

$$m(A, Z)c^2 = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - B \Rightarrow$$

$$[m({}^AX) - Zm_e]c^2 = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - B \Rightarrow$$

$$m({}^AX)c^2 = Z(m_p + m_e)c^2 + Nm_n c^2 - B \Rightarrow$$

$$B = [Zm({}^1\text{H}) + Nm_n - m({}^AX)]c^2 = \delta mc^2,$$

onde  $B$  é a energia de ligação deste núcleo.

# Energia de separação

Se tomarmos a diferença entre a energia de ligação de um dado nuclide e outro faltando um dos nucleons, teremos a **energia de separação** deste nucleon

# Energia de separação

Se tomarmos a diferença entre a energia de ligação de um dado nuclídeo e outro faltando um dos núcleons, teremos a **energia de separação** deste núcleon, assim:

- A energia de separação do nêutron é:

$$S_n = B({}_Z^A X_N) - B({}_Z^{A-1} X_{N-1})$$

# Energia de separação

Se tomarmos a diferença entre a energia de ligação de um dado nuclide e outro faltando um dos nucleons, teremos a **energia de separação** deste nucleon, assim:

- A energia de separação do nêutron é:

$$S_n = B({}_Z^A X_N) - B({}_Z^{A-1} X_{N-1}) = [m({}_Z^{A-1} X_{N-1}) - m({}_Z^A X_N) + m_n]c^2$$

# Energia de separação

Se tomarmos a diferença entre a energia de ligação de um dado nuclídeo e outro faltando um dos núcleons, teremos a **energia de separação** deste núcleon, assim:

- A energia de separação do nêutron é:

$$S_n = B({}_Z^A X_N) - B({}_Z^{A-1} X_{N-1}) = [m({}_Z^{A-1} X_{N-1}) - m({}_Z^A X_N) + m_n]c^2$$

- A energia de separação do próton é:

$$S_p = B({}_Z^A X_N) - B({}_{Z-1}^{A-1} X_N)$$

# Energia de separação

Se tomarmos a diferença entre a energia de ligação de um dado nuclide e outro faltando um dos nucleons, teremos a **energia de separação** deste nucleon, assim:

- A energia de separação do nêutron é:

$$S_n = B({}_Z^A X_N) - B({}_Z^{A-1} X_{N-1}) = [m({}_Z^{A-1} X_{N-1}) - m({}_Z^A X_N) + m_n]c^2$$

- A energia de separação do próton é:

$$S_p = B({}_Z^A X_N) - B({}_{Z-1}^{A-1} X_N) = [m({}_{Z-1}^{A-1} X_N) - m({}_Z^A X_N) + m({}^1\text{H})]c^2$$

# Energia de separação

## Exemplo 2:

Nuclídeo	$\Delta m$ (MeV/ $c^2$ )	$S_n$ (MeV)	$S_p$ (MeV)
$^{16}\text{O}$	-4,737	15,66	12,13
$^{17}\text{O}$	-0,810	4,14	13,78
$^{40}\text{Ca}$	-34,847	15,64	8,33
$^{41}\text{Ca}$	-35,138	8,36	8,89
$^{208}\text{Pb}$	-21,759	7,37	8,01
$^{209}\text{Pb}$	-17,624	3,94	8,15

Tabela: Diferença de massa e energias de separação de prótons e nêutrons para alguns nuclídeos selecionados.

- 1 Introdução
- 2 Energia de ligação e de separação
- 3 Modelo da gota líquida**
- 4 Modelo do gás de Fermi
- 5 Exercícios

# Modelo da gota líquida

Uma característica notável dos núcleos é que a energia de ligação é quase proporcional ao número  $A$  de núcleons no núcleo, ou seja:  $B \propto A$ .

# Modelo da gota líquida

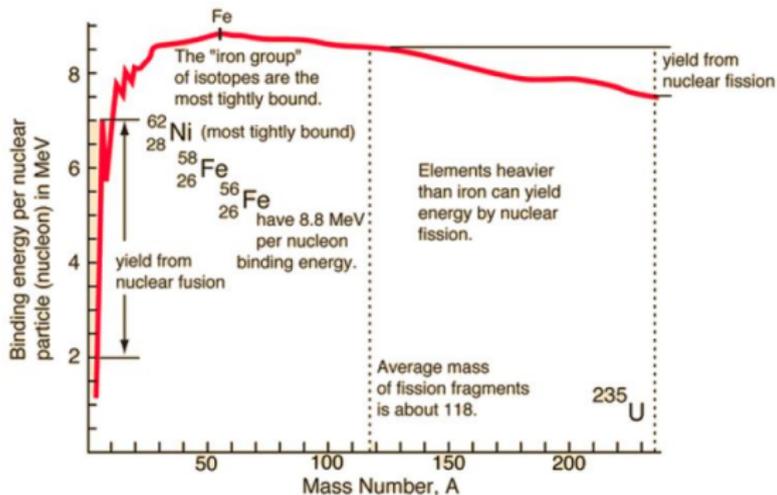


Figura: Energia de ligação por nucleão ( $B/A$ ) em função do número de massa.

Uma característica notável dos núcleos é que a energia de ligação é quase proporcional ao número  $A$  de núcleons no núcleo, ou seja:  $B \propto A$ . Na figura 2, vemos a energia de ligação média por nucleão,  $B/A$ , de diferentes nuclídeos em função do número de massa.

# Modelo da gota líquida

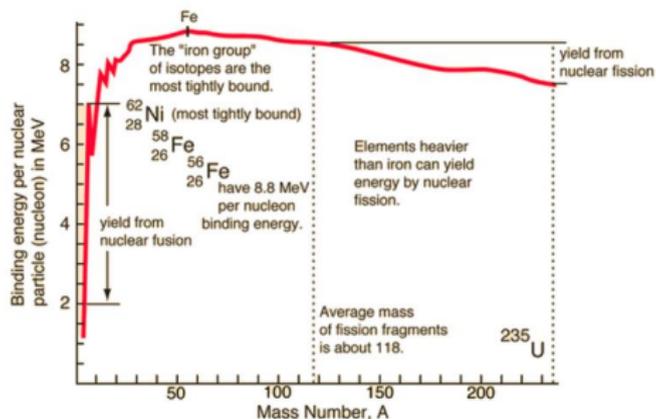


Figura: Energia de ligação por nucleão ( $B/A$ ) em função do número de massa.

Uma característica notável dos núcleos é que a energia de ligação é quase proporcional ao número  $A$  de núcleons no núcleo, ou seja:  $B \propto A$ . Na figura 2, vemos a energia de ligação média por nucleão,  $B/A$ , de diferentes nuclídeos em função do número de massa. Note que, a não ser para núcleos muito leves, a energia de ligação média permanece aproximadamente constante em  $\sim 8$  MeV, com flutuações de 10% em torno deste valor.

# Modelo da gota líquida

Vimos que a densidade dos núcleos é aproximadamente a mesma para todos os núcleos :

$$\rho = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi r^3} \approx \text{const.}$$

# Modelo da gota líquida

Vimos que a densidade dos núcleos é aproximadamente a mesma para todos os núcleos ( $\sim$  densidade uniforme de gotas líquidas):

$$\rho = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi r^3} \approx \text{const.}$$

# Modelo da gota líquida

Vimos que a densidade dos núcleos é aproximadamente a mesma para todos os núcleos ( $\sim$  densidade uniforme de gotas líquidas):

$$\rho = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi r^3} \approx \text{const.} \Rightarrow r = r_0 A^{1/3}$$

# Modelo da gota líquida

Vimos que a densidade dos núcleos é aproximadamente a mesma para todos os núcleos ( $\sim$  densidade uniforme de gotas líquidas):

$$\rho = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi r^3} \approx \text{const.} \Rightarrow r = r_0 A^{1/3},$$

ou seja, a densidade também é proporcional a  $A$ .

# Modelo da gota líquida

Vimos que a densidade dos núcleos é aproximadamente a mesma para todos os núcleos ( $\sim$  densidade uniforme de gotas líquidas):

$$\rho = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi r^3} \approx \text{const.} \Rightarrow r = r_0 A^{1/3},$$

ou seja, a densidade também é proporcional a  $A$ .  
Isto fornece nosso primeiro *insight* a respeito da força nuclear.

# Modelo da gota líquida

Isto fornece nosso primeiro *insight* a respeito da força nuclear:

$$\frac{B}{A} \approx \text{const.}$$

# Modelo da gota líquida

Isto fornece nosso primeiro *insight* a respeito da força nuclear:

$$\frac{B}{A} \approx \text{const.} \Rightarrow B \propto A$$

# Modelo da gota líquida

Isto fornece nosso primeiro *insight* a respeito da força nuclear:

$$\frac{B}{A} \approx \text{const.} \Rightarrow B \propto A \propto r^3$$

# Modelo da gota líquida

Isto fornece nosso primeiro *insight* a respeito da força nuclear:

$$\frac{B}{A} \approx \text{const.} \Rightarrow B \propto A \propto r^3,$$

ou seja, a energia de ligação é proporcional à massa

# Modelo da gota líquida

Isto fornece nosso primeiro *insight* a respeito da força nuclear:

$$\frac{B}{A} \approx \text{const.} \Rightarrow B \propto A \propto r^3,$$

ou seja, a energia de ligação é proporcional à massa ( $\sim$  o calor específico de vaporização é proporcional à massa de uma gota líquida).

# Modelo da gota líquida

Isto fornece nosso primeiro *insight* a respeito da força nuclear:

$$\frac{B}{A} \approx \text{const.} \Rightarrow B \propto A \propto r^3,$$

ou seja, a energia de ligação é proporcional à massa ( $\sim$  o calor específico de vaporização é proporcional à massa de uma gota líquida). Assim, vamos calcular, em primeira aproximação:

# Modelo da gota líquida

Isto fornece nosso primeiro *insight* a respeito da força nuclear:

$$\frac{B}{A} \approx \text{const.} \Rightarrow B \propto A \propto r^3,$$

ou seja, a energia de ligação é proporcional à massa ( $\sim$  o calor específico de vaporização é proporcional à massa de uma gota líquida). Assim, vamos calcular, em primeira aproximação:

$$B(Z, A) = a_V A + \dots,$$

onde  $a_V \sim 8 \text{ MeV}$  é a *constante do termo de volume*.

# Modelo da gota líquida

Isto fornece nosso primeiro *insight* a respeito da força nuclear:

$$\frac{B}{A} \approx \text{const.} \Rightarrow B \propto A \propto r^3,$$

ou seja, a energia de ligação é proporcional à massa ( $\sim$  o calor específico de vaporização é proporcional à massa de uma gota líquida). Assim, vamos calcular, em primeira aproximação:

$$B(Z, A) = a_V A + \dots,$$

onde  $a_V \sim 8 \text{ MeV}$  é a *constante do termo de volume*.

Note que  $B \propto A$  indica que a interação ocorre entre os vizinhos mais próximos, já que, se cada núcleon interagisse com todos os outros, a energia de ligação deveria ser  $B \propto A(A - 1) \propto A^2$ .

# Modelo da gota líquida

Agora, existem núcleons na superfície, que possuem uma quantidade de vizinhos menor que aqueles do interior, portanto, o termo de volume superestima a contribuição dos núcleons da superfície.

# Modelo da gota líquida

Agora, existem núcleons na superfície, que possuem uma quantidade de vizinhos menor que aqueles do interior, portanto, o termo de volume superestima a contribuição dos núcleons da superfície. Além disso, aprendemos que  $r = r_0 A^{1/3}$ , ou seja, a área da superfície do núcleo  $\propto A^{2/3}$ .

# Modelo da gota líquida

Agora, existem núcleons na superfície, que possuem uma quantidade de vizinhos menor que aqueles do interior, portanto, o termo de volume superestima a contribuição dos núcleons da superfície. Além disso, aprendemos que  $r = r_0 A^{1/3}$ , ou seja, a área da superfície do núcleo  $\propto A^{2/3}$ . Assim, introduzimos o *termo de superfície*

# Modelo da gota líquida

Agora, existem núcleons na superfície, que possuem uma quantidade de vizinhos menor que aqueles do interior, portanto, o termo de volume superestima a contribuição dos núcleons da superfície. Além disso, aprendemos que  $r = r_0 A^{1/3}$ , ou seja, a área da superfície do núcleo  $\propto A^{2/3}$ . Assim, introduzimos o *termo de superfície* ( $\sim$  tensão superficial da gota líquida)

# Modelo da gota líquida

Agora, existem núcleons na superfície, que possuem uma quantidade de vizinhos menor que aqueles do interior, portanto, o termo de volume superestima a contribuição dos núcleons da superfície. Além disso, aprendemos que  $r = r_0 A^{1/3}$ , ou seja, a área da superfície do núcleo  $\propto A^{2/3}$ . Assim, introduzimos o *termo de superfície* ( $\sim$  tensão superficial da gota líquida):

$$B(Z, A) = a_V A - a_S A^{2/3} + \dots,$$

onde  $a_S$  é a *constante do termo de superfície*.

# Modelo da gota líquida

Temos ainda que incluir a repulsão coulombiana dos prótons que interagem todos entre si:  $B \propto Z(Z - 1)/r \propto Z^2/A^{1/3}$ .

# Modelo da gota líquida carregada

Temos ainda que incluir a repulsão coulombiana dos prótons que interagem todos entre si:  $B \propto Z(Z - 1)/r \propto Z^2/A^{1/3}$ . Ou seja, o *termo coulombiano* ( $\sim$  gota líquida eletricamente carregada)

## Modelo da gota líquida carregada

Temos ainda que incluir a repulsão coulombiana dos prótons que interagem todos entre si:  $B \propto Z(Z - 1)/r \propto Z^2/A^{1/3}$ . Ou seja, o *termo coulombiano* ( $\sim$  gota líquida eletricamente carregada) é introduzido com:

$$B(Z, A) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} + \dots,$$

onde  $a_C$  é a *constante do termo coulombiano*.

# Modelo da gota líquida

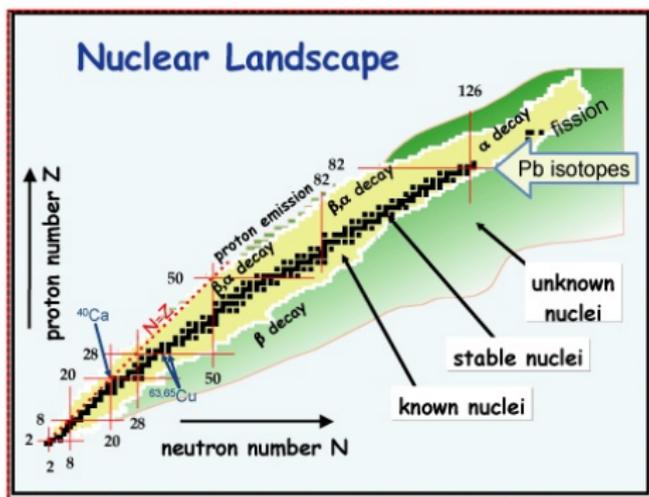


Figura: Distribuição de nuclídeos (note que os núcleos estáveis encontram-se próximos da curva  $N = Z$ ).

Sabe-se, também, que há uma tendência (vide figura) dos nuclídeos possuírem quantidades próximas de prótons e nêutrons e que para núcleos estáveis:  $Z \approx A/2$ .

# Modelo da gota líquida

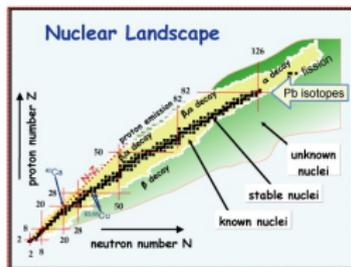


Figura: Distribuição de nuclídeos (note que os núcleos estáveis encontram-se próximos da curva  $N = Z$ ).

Sabe-se, também, que há uma tendência (vide figura) dos nuclídeos possuírem quantidades próximas de prótons e nêutrons e que para núcleos estáveis:  $Z \approx A/2$ . Introduzimos o termo de simetria com uma forma do tipo:

$$B(Z, A) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{sim} \frac{(Z - A/2)^2}{A} + \dots,$$

onde  $a_{sim}$  é a constante do termo de simetria.

# Modelo da gota líquida

Finalmente, sabe-se que existem somente 4 núclídeos com  $Z$  e  $N$  ímpares ( ${}^2\text{H}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{10}\text{B}$  e  ${}^{14}\text{N}$ ), mas 167 com  $Z$  e  $N$  pares.

# Modelo da gota líquida

Finalmente, sabe-se que existem somente 4 núclídeos com  $Z$  e  $N$  ímpares ( ${}^2\text{H}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{10}\text{B}$  e  ${}^{14}\text{N}$ ), mas 167 com  $Z$  e  $N$  pares. A energia de ligação, então, deve aumentar para  $Z$  e  $N$  pares e diminuir para  $Z$  e  $N$  ímpares.

## Modelo da gota líquida

Finalmente, sabe-se que existem somente 4 núclídeos com  $Z$  e  $N$  ímpares ( ${}^2\text{H}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{10}\text{B}$  e  ${}^{14}\text{N}$ ), mas 167 com  $Z$  e  $N$  pares. A energia de ligação, então, deve aumentar para  $Z$  e  $N$  pares e diminuir para  $Z$  e  $N$  ímpares. O termo de emparelhamento é introduzido para essas 2 situações:

$$B(Z, A) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{sim} \frac{(Z - A/2)^2}{A} + (-1)^\pi a_p A^{-1/2},$$

onde  $a_p$  é a constante do termo de emparelhamento e  $\pi$  é um número par (ímpar) para  $Z$  e  $N$  pares (ímpares). Caso  $A$  seja ímpar, não há emparelhamento, e, neste caso:  $a_p = 0$ .

## Modelo da gota líquida

Finalmente, sabe-se que existem somente 4 núclídeos com  $Z$  e  $N$  ímpares ( ${}^2\text{H}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{10}\text{B}$  e  ${}^{14}\text{N}$ ), mas 167 com  $Z$  e  $N$  pares. A energia de ligação, então, deve aumentar para  $Z$  e  $N$  pares e diminuir para  $Z$  e  $N$  ímpares. O termo de *emparelhamento* é introduzido para essas 2 situações:

$$B(Z, A) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{sim} \frac{(Z - A/2)^2}{A} + (-1)^\pi a_p A^{-1/2},$$

onde  $a_p$  é a constante do termo de emparelhamento e  $\pi$  é um número par (ímpar) para  $Z$  e  $N$  pares (ímpares). Caso  $A$  seja ímpar, não há emparelhamento, e, neste caso:  $a_p = 0$ .

# Modelo da gota líquida

Finalmente:

$$B(Z, A) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{sim} \frac{(Z - A/2)^2}{A} + (-1)^\pi a_p A^{-1/2}$$

# Modelo da gota líquida

Finalmente:

$$B(Z, A) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{sim} \frac{(Z - A/2)^2}{A} + (-1)^\pi a_P A^{-1/2}$$

Vimos uma relação entre a massa de um nuclídeo e sua energia de ligação; inserindo este resultado, vem:

$$m(Z, A) = Zm(^1\text{H}) + (A - Z)m_n - \left[ a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{sim} \frac{(Z - A/2)^2}{A} + (-1)^\pi a_P A^{-1/2} \right] / c^2,$$

que é a *fórmula da massa semi-empírica*.

# Modelo da gota líquida - fórmula da massa semi-empírica

A fórmula da massa semi-empírica é:

$$m(Z, A) = Zm(^1\text{H}) + (A - Z)m_n - \left[ a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\text{sim}} \frac{(Z - A/2)^2}{A} + (-1)^\pi a_P A^{-1/2} \right] / c^2,$$

# Modelo da gota líquida - fórmula da massa semi-empírica

Semi-empírica, pois os valores das constantes são obtidos experimentalmente. Em 1935, Weizsacker forneceu os primeiros valores numéricos:

$$m(Z, A) = 1,007825Z + 1,008665(A - Z) - 0,01691A + 0,01911A^{2/3} + \\ + 0,000763Z^2A^{-1/3} + 0,10175(Z - A/2)^2A^{-1} - (-1)^\pi 0,012A^{-1/2},$$

em unidades de  $u$ .

- 1 Introdução
- 2 Energia de ligação e de separação
- 3 Modelo da gota líquida
- 4 Modelo do gás de Fermi**
- 5 Exercícios

# Modelo do gás de Fermi

O modelo, proposto por Weisskopf, supõe um gás de núcleons independentes (apesar de  $\rho \sim 10^{18} \text{ kg/m}^3$ ).

# Modelo do gás de Fermi

O modelo, proposto por Weisskopf, supõe um gás de núcleons independentes (apesar de  $\rho \sim 10^{18} \text{ kg/m}^3$ ), similarmente ao modelo do gás de elétrons livres de condução num metal.

# Modelo do gás de Fermi

O modelo, proposto por Weisskopf, supõe um gás de núcleons independentes (apesar de  $\rho \sim 10^{18} \text{ kg/m}^3$ ), similarmente ao modelo do gás de elétrons livres de condução num metal. O modelo é baseado no fato de que os núcleons movimentam-se quase livremente no interior do núcleo e de que os níveis de energia são ocupados seguindo o princípio de exclusão de Pauli.

## Modelo do gás de Fermi

O modelo, proposto por Weisskopf, supõe um gás de núcleons independentes (apesar de  $\rho \sim 10^{18} \text{ kg/m}^3$ ), similarmente ao modelo do gás de elétrons livres de condução num metal. O modelo é baseado no fato de que os núcleons movimentam-se quase livremente no interior do núcleo e de que os níveis de energia são ocupados seguindo o princípio de exclusão de Pauli. Para isso, inicialmente, é proposto um potencial efetivo constante e atrativo dentro do núcleo e zero fora:

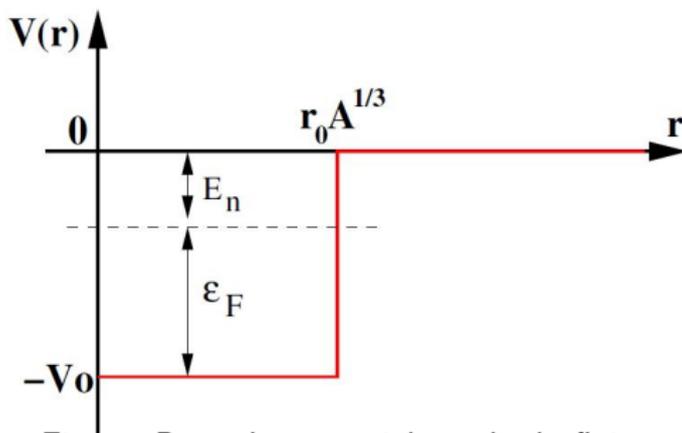


Figura: Poço de potencial quadrado finito.

# Modelo do gás de Fermi

Para isso, inicialmente, é proposto um potencial efetivo constante e atrativo dentro do núcleo e zero fora:

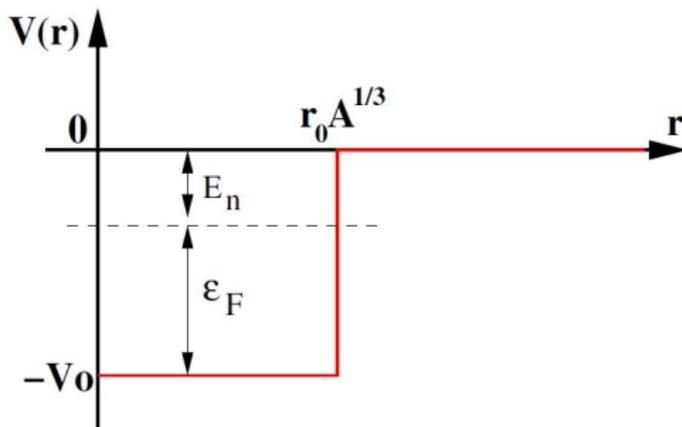


Figura: Poço de potencial quadrado finito.

No interior do poço de potencial há níveis quantizados de energia.

# Modelo do gás de Fermi

No interior do poço de potencial há níveis quantizados de energia. A equação de Schrödinger da partícula livre é:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi = E\psi$$

# Modelo do gás de Fermi

No interior do poço de potencial há níveis quantizados de energia. A equação de Schrödinger da partícula livre é:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi = E\psi,$$

na qual, aplicando-se as condições de contorno, vêm soluções do tipo  $\psi(x, y, z) = A \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z)$ , se tivéssemos uma cavidade cúbica.

## Modelo do gás de Fermi

No interior do poço de potencial há níveis quantizados de energia. A equação de Schrödinger da partícula livre é:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi = E\psi,$$

na qual, aplicando-se as condições de contorno, vêm soluções do tipo  $\psi(x, y, z) = A \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z)$ , se tivéssemos uma cavidade cúbica. Os níveis de energia quantizados, neste caso, são:

$$E(n_x, n_y, n_z) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

## Modelo do gás de Fermi

No interior do poço de potencial há níveis quantizados de energia. A equação de Schrödinger da partícula livre é:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi = E\psi,$$

na qual, aplicando-se as condições de contorno, vêm soluções do tipo  $\psi(x, y, z) = A \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z)$ , se tivéssemos uma cavidade cúbica. Os níveis de energia quantizados, neste caso, são:

$$E(n_x, n_y, n_z) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2 (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)}{2m}$$

## Modelo do gás de Fermi

No interior do poço de potencial há níveis quantizados de energia. A equação de Schrödinger da partícula livre é:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi = E\psi,$$

na qual, aplicando-se as condições de contorno, vêm soluções do tipo  $\psi(x, y, z) = A \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z)$ , se tivéssemos uma cavidade cúbica. Os níveis de energia quantizados, neste caso, são:

$$E(n_x, n_y, n_z) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2 (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} n^2,$$

onde  $a$  é o lado do cubo.

# Modelo do gás de Fermi

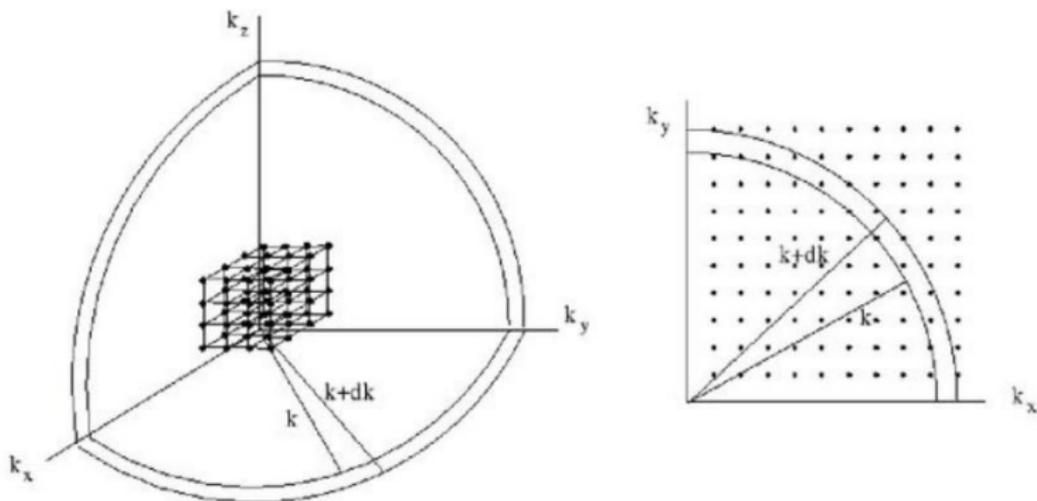


Figura: Contagem de estados entre  $k$  e  $k + dk$ .

Representando os estados possíveis num espaço de momentos (vide figura), em cada intervalo infinitesimal  $dk$

# Modelo do gás de Fermi

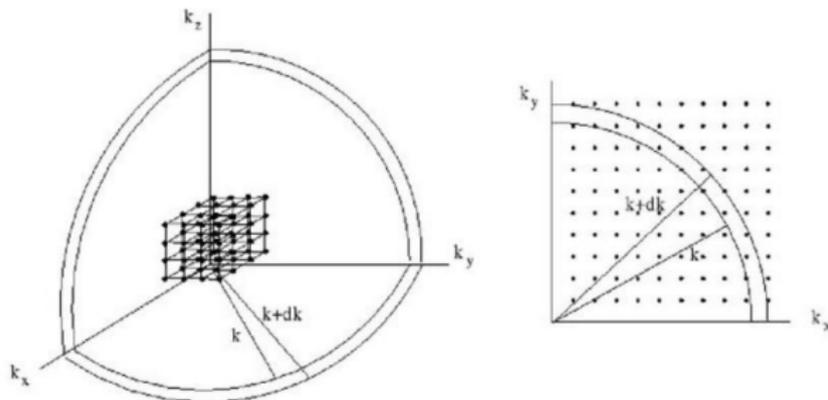


Figura: Contagem de estados entre  $k$  e  $k + dk$ .

Representando os estados possíveis num espaço de momentos (vide figura), em cada intervalo infinitesimal  $dk$ , contamos:

$$dn = \frac{1}{8} 4\pi k^2 dk \frac{1}{(\pi/a)^3}$$

estados

# Modelo do gás de Fermi

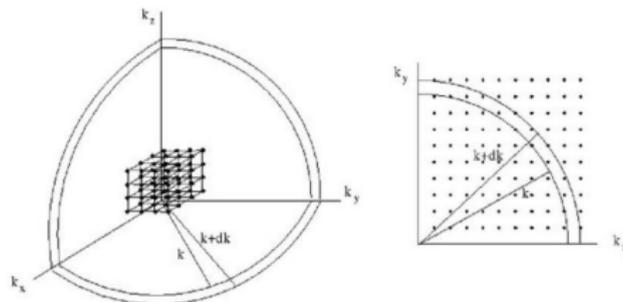


Figura: Contagem de estados entre  $k$  e  $k + dk$ .

Representando os estados possíveis num espaço de momentos (vide figura), em cada intervalo infinitesimal  $dk$ , contamos:

$$dn = \frac{1}{8} 4\pi k^2 dk \frac{1}{(\pi/a)^3}$$

estados, onde  $1/8$  representa um octante de casca esférica, na qual os valores de  $k_x$ ,  $k_y$  e  $k_z$  são positivos,  $4\pi k^2 dk$  é o volume da casca infinitesimal e  $(\pi/a)^3$  o volume total.

# Modelo do gás de Fermi

Na equação dos níveis de energia:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

# Modelo do gás de Fermi

Diferenciando-se  $k$  na equação dos níveis de energia com relação à energia:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \Rightarrow dk = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \frac{dE}{2\sqrt{E}}$$

# Modelo do gás de Fermi

Diferenciando-se  $k$  na equação dos níveis de energia com relação à energia:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \Rightarrow dk = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \frac{dE}{2\sqrt{E}}$$

e substituindo em  $dn$ :

$$dn = \frac{1}{8} 4\pi k^2 dk \frac{1}{(\pi/a)^3}$$

# Modelo do gás de Fermi

Diferenciando-se  $k$  na equação dos níveis de energia com relação à energia:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \Rightarrow dk = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \frac{dE}{2\sqrt{E}}$$

e substituindo em  $dn$ , vem:

$$dn = \frac{1}{8} 4\pi k^2 dk \frac{1}{(\pi/a)^3} \Rightarrow dn = \frac{\sqrt{2} m^{3/2} a^3}{2\pi^2 \hbar^3} E^{1/2} dE$$

Diferenciando-se  $k$  com relação à energia na equação dos níveis de energia e substituindo-se em  $dn$ , vem:

$$dn = \frac{\sqrt{2}m^{3/2}a^3}{2\pi^2\hbar^3}E^{1/2}dE$$

Diferenciando-se  $k$  com relação à energia na equação dos níveis de energia e substituindo-se em  $dn$ , vem:

$$dn = \frac{\sqrt{2}m^{3/2}a^3}{2\pi^2\hbar^3}E^{1/2}dE,$$

que integrada desde zero até o valor da energia que inclui todos os núcleons presentes

Diferenciando-se  $k$  com relação à energia na equação dos níveis de energia e substituindo-se em  $dn$ , vem:

$$dn = \frac{\sqrt{2}m^{3/2}a^3}{2\pi^2\hbar^3} E^{1/2} dE,$$

que integrada desde zero até o valor da energia ( $\varepsilon_F$ ) que inclui todos os núcleons presentes (aqui  $n$ )

# Modelo do gás de Fermi - energia de Fermi

Diferenciando-se  $k$  com relação à energia na equação dos níveis de energia e substituindo em  $dn$ , encontramos a equação:

$$dn = \frac{\sqrt{2}m^{3/2}a^3}{2\pi^2\hbar^3} E^{1/2} dE,$$

que integrada desde zero até o valor da energia ( $\varepsilon_F$ ) que inclui todos os núcleons presentes (aqui  $n$ ):

$$n = \frac{\sqrt{2}m^{3/2}a^3}{3\pi^2\hbar^3} \varepsilon_F^{3/2},$$

onde  $\varepsilon_F$  é a *energia de Fermi*.

# Modelo do gás de Fermi - energia de Fermi

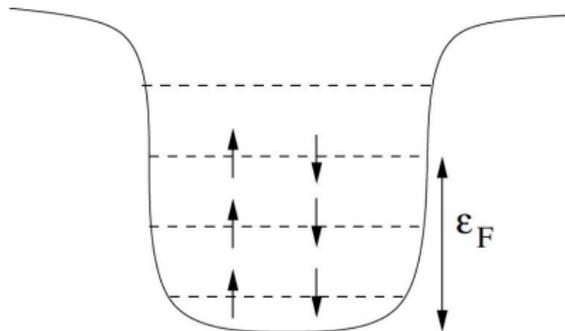


Figura: Ocupação de níveis pelo princípio de exclusão de Pauli.

Os núcleons são férmions ( $\text{spin}=1/2$ ) que ocupam os níveis de acordo com o princípio de exclusão de Pauli. Veja a figura, onde  $\epsilon_F$  é a *energia de Fermi* (que corresponde à energia do nível mais alto ocupado).

# Modelo do gás de Fermi - energia de Fermi

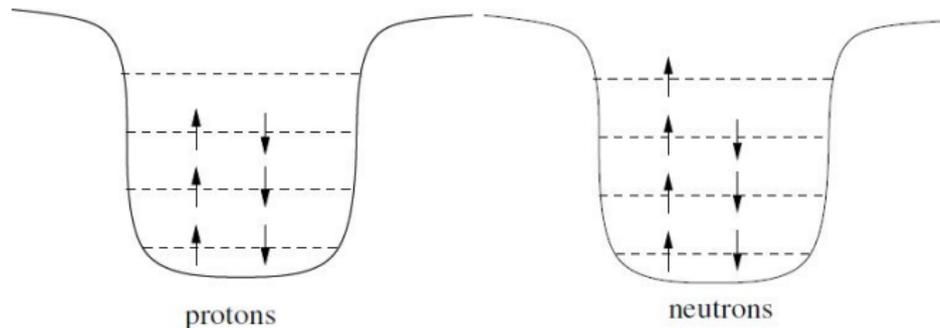


Figura: Ocupação de níveis pelo princípio de exclusão de Pauli para prótons e nêutrons independentes.

Agora, prótons e nêutrons não são indênticos, portanto, deve-se fazer um diagrama de ocupação para cada um (vide figura).

# Modelo do gás de Fermi - energia de Fermi

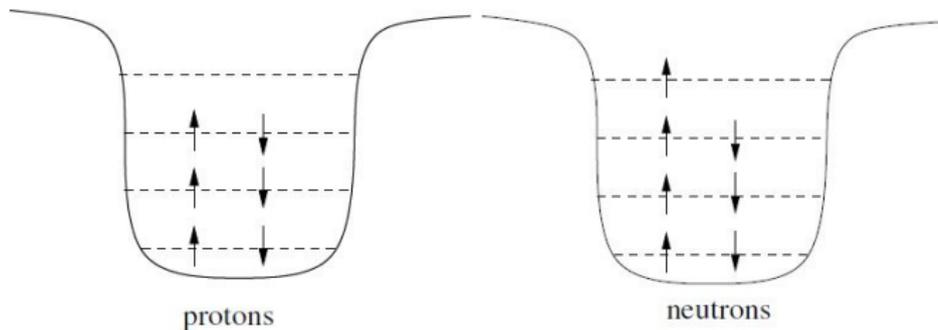


Figura: Ocupação de níveis pelo princípio de exclusão de Pauli para prótons e nêutrons independentes.

Agora, prótons e nêutrons não são indênticos, portanto, deve-se fazer um diagrama de ocupação para cada um (vide figura). Isso explica a tendência do núcleo ter  $N \approx Z$ , pois a energia do núcleo é minimizada desta forma.

# Modelo do gás de Fermi - energia de Fermi

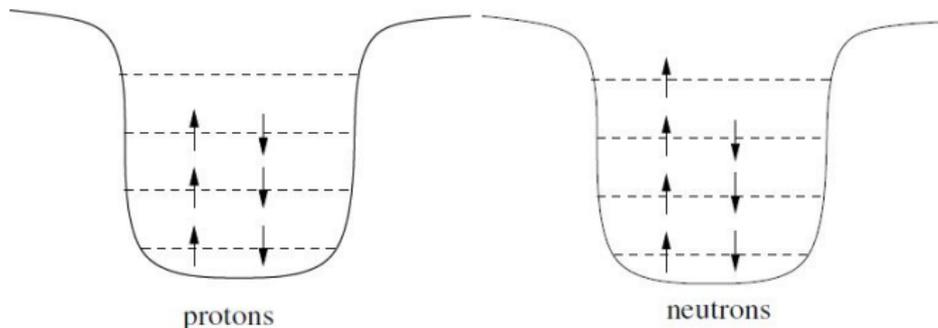


Figura: Ocupação de níveis pelo princípio de exclusão de Pauli para prótons e nêutrons independentes.

Agora, prótons e nêutrons não são indênticos, portanto, deve-se fazer um diagrama de ocupação para cada um (vide figura). Isso explica a tendência do núcleo ter  $N \approx Z$ , pois a energia do núcleo é minimizada desta forma. Por isso, um dado estado de energia pode ser ocupado por 4 núcleons (próton ou nêutron com spin para cima ou para baixo)

# Modelo do gás de Fermi - energia de Fermi

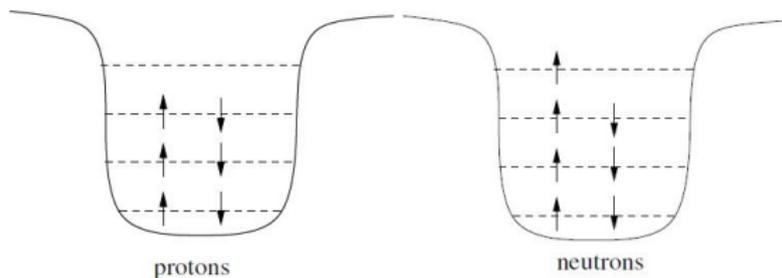


Figura: Ocupação de níveis pelo princípio de exclusão de Pauli para prótons e nêutrons independentes.

Agora, prótons e nêutrons não são indênticos, portanto, deve-se fazer um diagrama de ocupação para cada um (vide figura). Isso explica a tendência do núcleo ter  $N \approx Z$ , pois a energia do núcleo é minimizada desta forma. Por isso, um dado estado de energia pode ser ocupado por 4 núcleons (próton ou nêutron com spin para cima ou para baixo), assim:

$$n = \frac{\sqrt{2}m^{3/2}a^3}{3\pi^2\hbar^3} \varepsilon_F^{3/2} = \frac{A}{4}$$

# Modelo do gás de Fermi - energia de Fermi

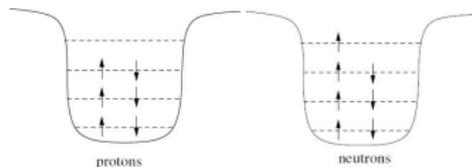


Figura: Ocupação de níveis pelo princípio de exclusão de Pauli para prótons e nêutrons independentes.

Agora, prótons e nêutrons não são indênticos, portanto, deve-se fazer um diagrama de ocupação para cada um (vide figura). Isso explica a tendência do núcleo ter  $N \approx Z$ , pois a energia do núcleo é minimizada desta forma. Por isso, um dado estado de energia pode ser ocupado por 4 núcleons (próton ou nêutron com spin para cima ou para baixo), assim:

$$n = \frac{\sqrt{2}m^{3/2}a^3}{3\pi^2\hbar^3} \varepsilon_F^{3/2} = \frac{A}{4} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3\pi^2\rho}{2} \right)^{2/3}}$$

onde  $\rho = A/a^3$ .

# Modelo do gás de Fermi - energia de Fermi

A energia de Fermi é:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3\pi^2 \rho}{2} \right)^{2/3},$$

onde  $\rho = A/a^3$ .

# Modelo do gás de Fermi - energia de Fermi

A energia de Fermi é:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3\pi^2 \rho}{2} \right)^{2/3},$$

onde  $\rho = A/a^3$ .

Seja um núcleo um gás de Fermi de nêutrons dentro de um núcleo esférico de densidade uniforme:  $r = r_0 A^{1/3}$ .

# Modelo do gás de Fermi - energia de Fermi

A energia de Fermi é:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3\pi^2 \rho}{2} \right)^{2/3},$$

onde  $\rho = A/a^3$ .

Seja um núcleo um gás de Fermi de nêutrons dentro de um núcleo esférico de densidade uniforme:  $r = r_0 A^{1/3}$ . Para um núcleo típico, o número de nêutrons é  $N \approx 0,6A$

# Modelo do gás de Fermi - energia de Fermi

A energia de Fermi é:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3\pi^2 \rho}{2} \right)^{2/3},$$

onde  $\rho = A/a^3$ .

Seja um núcleo um gás de Fermi de nêutrons dentro de um núcleo esférico de densidade uniforme:  $r = r_0 A^{1/3}$ . Para um núcleo típico, o número de nêutrons é  $N \approx 0,6A$ , então:

$$\rho = \frac{N}{4/3\pi r_0^3 A}$$

# Modelo do gás de Fermi - energia de Fermi

A energia de Fermi é:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3\pi^2 \rho}{2} \right)^{2/3},$$

onde  $\rho = A/a^3$ .

Seja um núcleo um gás de Fermi de nêutrons dentro de um núcleo esférico de densidade uniforme:  $r = r_0 A^{1/3}$ . Para um núcleo típico, o número de nêutrons é  $N \approx 0,6A$ , então:

$$\rho = \frac{N}{4/3\pi r_0^3 A} = \frac{0,6A}{4/3\pi r_0^3 A}$$

# Modelo do gás de Fermi - energia de Fermi

A energia de Fermi é:

$$\epsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3\pi^2 \rho}{2} \right)^{2/3},$$

onde  $\rho = A/a^3$ .

Seja um núcleo um gás de Fermi de nêutrons dentro de um núcleo esférico de densidade uniforme:  $r = r_0 A^{1/3}$ . Para um núcleo típico, o número de nêutrons é  $N \approx 0,6A$ , então:

$$\rho = \frac{N}{4/3\pi r_0^3 A} = \frac{0,6A}{4/3\pi r_0^3 A}$$

# Modelo do gás de Fermi - energia de Fermi

A energia de Fermi é:

$$\epsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3\pi^2 \rho}{2} \right)^{2/3},$$

onde  $\rho = A/a^3$ .

Seja um núcleo um gás de Fermi de nêutrons dentro de um núcleo esférico de densidade uniforme:  $r = r_0 A^{1/3}$ . Para um núcleo típico, o número de nêutrons é  $N \approx 0,6A$ , então:

$$\rho = \frac{N}{4/3\pi r_0^3 A} = \frac{0,6A}{4/3\pi r_0^3 A} = \frac{0,45}{\pi r_0^3}.$$

# Modelo do gás de Fermi - energia de Fermi

A energia de Fermi é:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3\pi^2\rho}{2} \right)^{2/3},$$

onde  $\rho = A/a^3$ .

Seja um núcleo um gás de Fermi de nêutrons dentro de um núcleo esférico de densidade uniforme:  $r = r_0 A^{1/3}$ . Para um núcleo típico, o número de nêutrons é  $N \approx 0,6A$ , então:

$$\rho = \frac{N}{4/3\pi r_0^3 A} = \frac{0,6A}{4/3\pi r_0^3 A} = \frac{0,45}{\pi r_0^3}.$$

Substituindo na energia de Fermi:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3\pi^2\rho}{2} \right)^{2/3}$$

# Modelo do gás de Fermi - energia de Fermi

A energia de Fermi é:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3\pi^2 \rho}{2} \right)^{2/3},$$

onde  $\rho = A/a^3$ .

Seja um núcleo um gás de Fermi de nêutrons dentro de um núcleo esférico de densidade uniforme:  $r = r_0 A^{1/3}$ . Para um núcleo típico, o número de nêutrons é  $N \approx 0,6A$ , então:

$$\rho = \frac{N}{4/3\pi r_0^3 A} = \frac{0,6A}{4/3\pi r_0^3 A} = \frac{0,45}{\pi r_0^3}.$$

Substituindo na energia de Fermi:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3\pi^2 \rho}{2} \right)^{2/3} \Rightarrow \varepsilon_F = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \frac{0,265}{r_0^2}.$$

- 1 Introdução
- 2 Energia de ligação e de separação
- 3 Modelo da gota líquida
- 4 Modelo do gás de Fermi
- 5 Exercícios**

# Exercícios

- 1 Calcule, de acordo com a fórmula da massa semi-empírica, o valor da massa dos seguintes núclídeos:

$${}^3\text{H}, {}^4\text{He}, {}^{12}\text{C}, {}^{16}\text{O}, {}^{56}\text{Fe}, {}^{238}\text{U} \text{ e } {}^{242}\text{Pu}.$$

Compare seus resultados com os dados da Tabela 1 da Aula 2.

# Exercícios

- 2 Calcule a energia de separação de um nêutron no caso do nuclídeo  ${}_{90}^{232}\text{Th}$ .

# Exercícios

- 3 Calcule a energia disponível quando o  $^{235}\text{U}$  captura um nêutron num reator de fissão:

# Exercícios

- 4 (a) Para  $r_0 = 1,2 \text{ F}$  e  $m = 931,5 \text{ MeV}/c^2$ , calcule a energia de Fermi;  
(b) Sabendo que a energia de separação de um núcleon, pela fórmula da massa semi-empírica é  $\sim 7 \text{ MeV}$ , calcule a profundidade do poço  $V_0$  no modelo do gás de Fermi.

# Referências

-  R. Eisberg & R. Resnick, *Física Quântica*, Elsevier (1979).
-  Introdução à Física Nuclear, H. Schechter, Ed. UFRJ (2007).